

ΕΝΟΤΗΤΑ 8: ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΕΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΡΗΣΗΣ

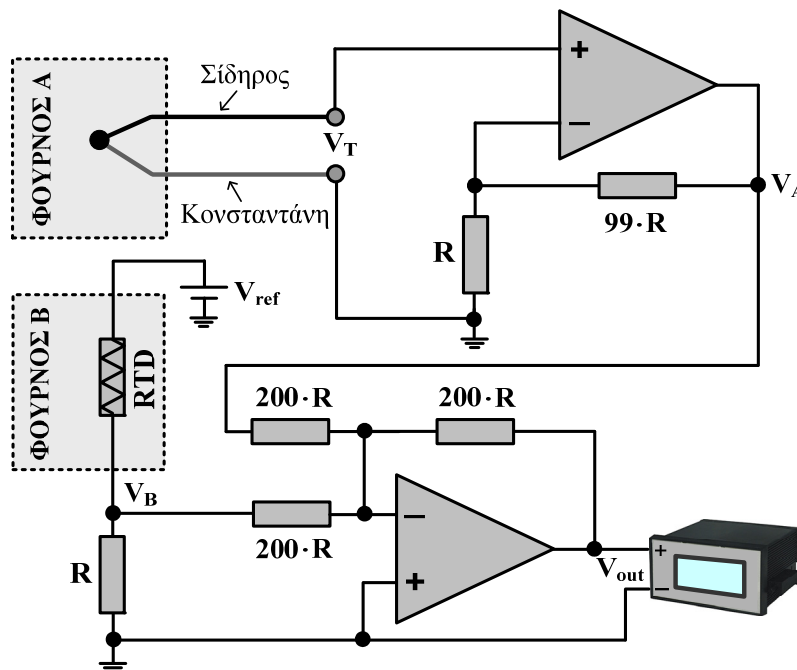
Α. ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΕΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ

1

Η διάταξη του παρακάτω σχήματος που χρησιμοποιείται για τη μέτρηση θερμοκρασίας σε δύο φούρνους Α και Β, περιλαμβάνει θερμοζεύγος σιδήρου και κονσταντάνης με σταθερά $C = 50 \mu\text{V} / ^\circ\text{C}$, RTD λευκόχρυσου, του οποίου η αντίσταση μετρήθηκε 100Ω σε θερμοκρασία 0°C , πηγή σταθερής τάσης $V_{\text{ref}} = 2 \text{ V}$, δύο ιδανικούς τελεστικούς ενισχυτές, έξι αντιστάσεις και ψηφιακό βολτόμετρο.

- α) Να προσδιορίσετε την ένδειξη του ψηφιακού βολτομέτρου (V_{out}) σε σχέση με τις θερμοκρασίες θ_A και θ_B των δύο φούρνων.
- β) Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της ένδειξης του ψηφιακού βολτομέτρου (V_{out}) ως προς τη θερμοκρασία του φούρνου Α (θ_A) για θερμοκρασίες από 200°C έως 800°C , όταν η θερμοκρασία του φούρνου Β (θ_B) είναι σταθερή στους 750°C .

Δίνεται ότι ο θερμοκρασιακός συντελεστής του λευκόχρυσου (α) είναι 0.004°C^{-1} , $R = 100 \Omega$, καθώς και ότι η θερμοκρασία του περιβάλλοντος εκτός των φούρνων είναι 20°C .



- α) Η μία επαφή του θερμοζεύγους βρίσκεται στο φούρνο Α (θερμοκρασία $T_1 = \theta_A$), ενώ η άλλη επαφή, που συνδέεται στην είσοδο ενός ενισχυτή μη αντιστροφής, βρίσκεται σε θερμοκρασία περιβάλλοντος ($T_2 = 20^\circ\text{C}$), συνεπώς η τάση (V_T) του θερμοζεύγους έχει ως εξής:

$$V_T = C \cdot (T_1 - T_2) \Rightarrow V_T = 50 \frac{\mu\text{V}}{^\circ\text{C}} \cdot (\theta_A - 20^\circ\text{C}) \Rightarrow V_T = (5 \cdot \theta_A - 100) \cdot 10^{-5}.$$

Στη συνέχεια προσδιορίζουμε την τάση εξόδου του ενισχυτή μη αντιστροφής V_A :

$$V_A = \left(1 + \frac{99 \cdot R}{R}\right) \cdot V_T \Rightarrow V_A = 100 \cdot V_T \Rightarrow V_A = 100 \cdot (5 \cdot \theta_A - 100) \cdot 10^{-5} \Rightarrow V_A = 0.005 \cdot \theta_A - 0.1.$$

Για το RTD λευκόχρυσου, ισχύει ότι:

$$R_{\text{RTD}} = R_{\text{RTD}0} \cdot (1 + \alpha \cdot \theta_B),$$

όπου: $R_{\text{RTD}0}$ η αντίσταση (Ω) σε θερμοκρασία 0°C , R_{RTD} η αντίσταση (Ω) στη θερμοκρασία του φούρνου Β (θ_B) $^\circ\text{C}$ και α ο θερμοκρασιακός συντελεστής του λευκόχρυσου. Έτσι έχουμε:

$$R_{\text{RTD}} = 100 \cdot (1 + 0.004 \cdot \theta_B) \Rightarrow R_{\text{RTD}} = 100 + 0.4 \cdot \theta_B.$$

Το RTD λευκόχρυσου συνδέεται σε διαιρέτη τάσης, η τάση εξόδου του οποίου υπολογίζεται ως εξής:

$$V_B = \frac{R}{R_{RTD} + R} \cdot V_{ref} \Rightarrow V_B = \frac{100}{100 + 0.4 \cdot \theta_B + 100} \cdot 2 \Rightarrow V_B = \frac{200}{200 + 0.4 \cdot \theta_B} \Rightarrow V_B = \frac{1}{1 + 0.002 \cdot \theta_B}.$$

Επειδή η αντίσταση που αποτελεί το φορτίο του διαιρέτη τάσης είναι κατά πολύ μεγαλύτερη (200 φορές) από την αντίσταση R του διαιρέτη τάσης, κατά τον υπολογισμό της τάσης εξόδου του διαιρέτη τάσης (V_B), θεωρήσαμε μηδενικό το ρεύμα που κατευθύνεται προς την έξοδο του διαιρέτη τάσης.

Η έξοδος του διαιρέτη τάσης (V_B) συνδέεται στη μία είσοδο ενός ενισχυτή άθροισης, στην άλλη είσοδο του οποίου συνδέεται η έξοδος (V_A) του ενισχυτή μη αντιστροφής. Με βάση την παρατήρηση αυτή, καθώς και τη σχέση υπολογισμού της τάσης εξόδου του ενισχυτή άθροισης, καταλήγουμε στη σχέση προσδιορισμού της ένδειξης του ψηφιακού βολτομέτρου (V_{out}):

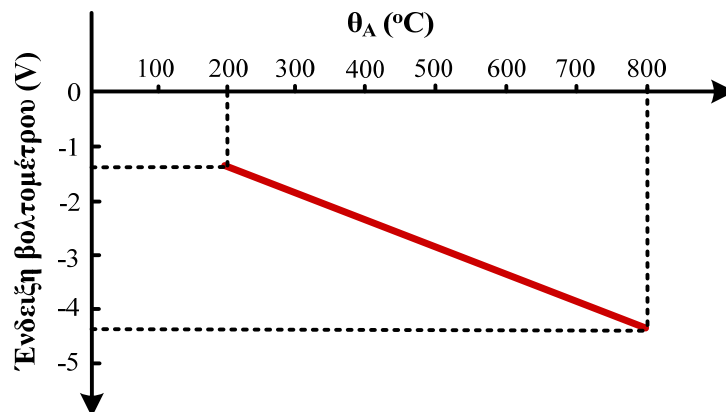
$$V_{out} = -200 \cdot R \cdot \left(\frac{V_A}{200 \cdot R} + \frac{V_{RTD}}{200 \cdot R} \right) \Rightarrow V_{out} = -(V_A + V_{RTD}) \Rightarrow V_{out} = - \left(0.005 \cdot \theta_A - 0.1 + \frac{1}{1 + 0.002 \cdot \theta_B} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_{out} = 0.1 - 0.005 \cdot \theta_A - \frac{1}{1 + 0.002 \cdot \theta_B}.$$

β) Όταν η θερμοκρασία στον φούρνο B είναι σταθερή στους 750 °C, η παραπάνω σχέση γίνεται:

$$V_{out} = 0.1 - 0.005 \cdot \theta_A - \frac{1}{1 + 0.002 \cdot 750} \Rightarrow V_{out} = 0.1 - 0.005 \cdot \theta_A - 0.4 \Rightarrow V_{out} = -0.3 - 0.005 \cdot \theta_A.$$

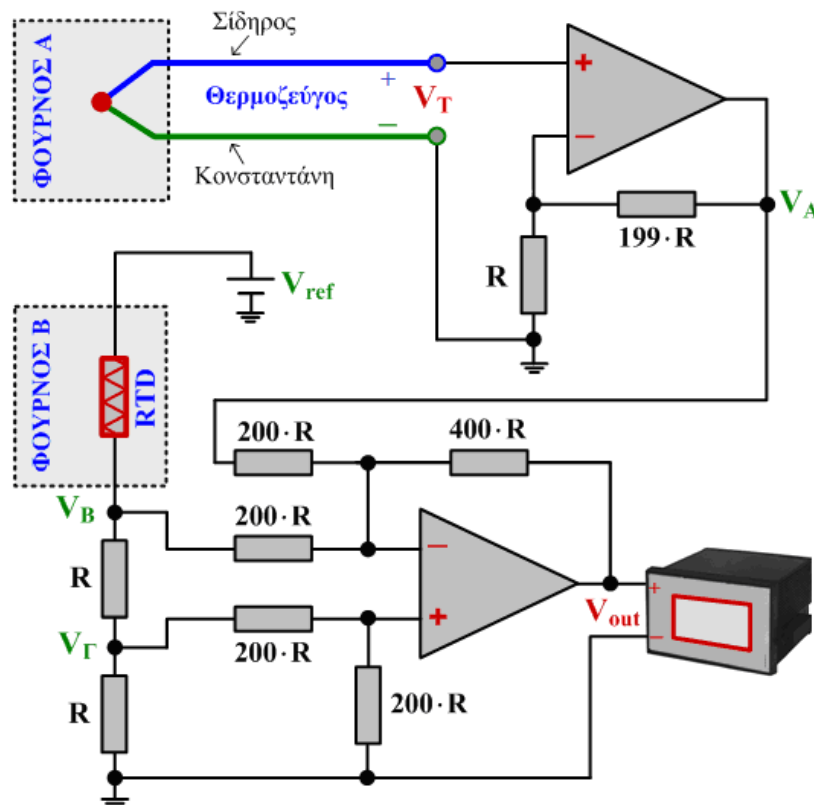
Σ' αυτή την περίπτωση, προκύπτει ότι η συνάρτηση της τάσης εξόδου της διάταξης με τη θερμοκρασία θ_A είναι γραμμική, συνεπώς για το σχεδιασμό της απαιτούμενης ευθείας γραφικής παράστασης, αρκεί ο προσδιορισμός των δύο ακραίων σημείων της. Για $\theta_A = 200$ °C προκύπτει ότι $V_{out} = -1.3$ V, ενώ για $\theta_A = 800$ °C προκύπτει ότι $V_{out} = -4.3$ V. Συνεπώς, η ζητούμενη γραφική παράσταση έχει ως εξής:



Η διάταξη του παρακάτω σχήματος που χρησιμοποιείται για τη μέτρηση θερμοκρασίας σε δύο φούρνους A και B, περιλαμβάνει θερμοζεύγος σιδήρου-κονσταντάνης με σταθερά $C = 50 \mu\text{V} / ^\circ\text{C}$, RTD λευκόχρυσου, του οποίου η αντίσταση μετρήθηκε 100Ω σε θερμοκρασία 0°C , πηγή σταθερής τάσης $V_{\text{ref}} = 5 \text{ V}$, δύο (2) ιδανικούς τελεστικούς ενισχυτές, εννέα (9) αντιστάσεις και ψηφιακό βολτόμετρο.

- Να προσδιορίσετε την ένδειξη του ψηφιακού βολτομέτρου (V_{out}) σε σχέση με τις θερμοκρασίες θ_A και θ_B των δύο φούρνων.
- Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της ένδειξης του ψηφιακού βολτομέτρου (V_{out}) ως προς τη θερμοκρασία του φούρνου A (θ_A) για θερμοκρασίες από 100°C έως 500°C , όταν η θερμοκρασία του φούρνου B (θ_B) είναι 812.5°C .

Δίνεται ότι ο θερμοκρασιακός συντελεστής του λευκόχρυσου (α) είναι 0.004°C^{-1} , $R = 100 \Omega$, καθώς και ότι η θερμοκρασία του περιβάλλοντος εκτός των φούρνων είναι 20°C .



- Η μία επαφή του θερμοζεύγους βρίσκεται στο φούρνο A (θερμοκρασία $T_1 = \theta_A$), ενώ η άλλη επαφή, που συνδέεται στην είσοδο ενός ενισχυτή μη αντιστροφής, βρίσκεται σε θερμοκρασία περιβάλλοντος ($T_2 = 20^\circ\text{C}$). Συνεπώς η τάση (V_T) του θερμοζεύγους έχει ως εξής:

$$V_T = C \cdot (T_1 - T_2) \Rightarrow V_T = 50 \frac{\mu\text{V}}{^\circ\text{C}} \cdot (\theta_A - 20^\circ\text{C}) \Rightarrow V_T = (5 \cdot \theta_A - 100) \cdot 10^{-5} \text{ (σε V)}.$$

Στη συνέχεια προσδιορίζουμε την τάση εξόδου του ενισχυτή μη αντιστροφής V_A :

$$V_A = \left(1 + \frac{199 \cdot R}{R}\right) \cdot V_T \Rightarrow V_A = 200 \cdot V_T \Rightarrow V_A = 200 \cdot (5 \cdot \theta_A - 100) \cdot 10^{-5} \Rightarrow V_A = 0.01 \cdot \theta_A - 0.2 \text{ (σε V)}.$$

Για το RTD λευκόχρυσου, ισχύει ότι:

$$R_{\text{RTD}} = R_{\text{RTD}-0} \cdot (1 + \alpha \cdot \theta_B),$$

όπου: $R_{\text{RTD}-0}$ η αντίσταση (Ω) σε θερμοκρασία 0°C , R_{RTD} η αντίσταση (Ω) στη θερμοκρασία του φούρνου B (θ_B) $^\circ\text{C}$ και α ο θερμοκρασιακός συντελεστής του λευκόχρυσου. Έτσι έχουμε:

$$R_{RTD} = 100 \cdot (1 + 0.004 \cdot \theta_B) = 100 + 0.4 \cdot \theta_B \text{ (σε } \Omega\text{)}.$$

Το RTD συνδέεται σε διαιρέτη τάσης με τάση εξόδου την V_B , η οποία υπολογίζεται ως εξής:

$$V_B = \frac{R + R}{R_{RTD} + R + R} \cdot V_{ref} \Rightarrow V_B = \frac{100 + 100}{100 + 0.4 \cdot \theta_B + 100 + 100} \cdot 5 \Rightarrow$$

$$V_B = \frac{200}{300 + 0.4 \cdot \theta_B} \cdot 5 \Rightarrow V_B = \frac{1000}{300 + 0.4 \cdot \theta_B} \Rightarrow V_B = \frac{1}{0.3 + 0.0004 \cdot \theta_B} \text{ (σε V)}.$$

Η τάση V_Γ υπολογίζεται ως εξής:

$$V_\Gamma = \frac{R}{R_{RTD} + R + R} \cdot V_{ref} \Rightarrow V_\Gamma = \frac{100}{100 + 0.4 \cdot \theta_B + 100 + 100} \cdot 5 \Rightarrow$$

$$V_\Gamma = \frac{100}{300 + 0.4 \cdot \theta_B} \cdot 5 \Rightarrow V_\Gamma = \frac{500}{300 + 0.4 \cdot \theta_B} \Rightarrow V_\Gamma = \frac{1}{0.6 + 0.0008 \cdot \theta_B} \text{ (σε V)}.$$

Στους παραπάνω υπολογισμούς των τάσεων V_B και V_Γ , το ρεύμα που κατευθύνεται προς τις αντιστάσεις $200 \cdot R$ θεωρήθηκε αμελητέο, λόγω του ότι οι αντιστάσεις αυτές είναι κατά πολύ μεγαλύτερες από τις αντιστάσεις R που συμμετέχουν στους διαιρέτες τάσης.

Οι τάσεις V_A (έξοδος του ενισχυτή μη αντιστροφής), V_B και V_Γ αποτελούν εισόδους σε κύκλωμα που περιλαμβάνει ιδανικό τελεστικό ενισχυτή και πέντε (5) αντιστάσεις. Για τον υπολογισμό της τάσης εξόδου του κυκλώματος αυτού (που αποτελεί και την ένδειξη του βολτομέτρου), εφαρμόζουμε την μέθοδο ανάλυσης των κόμβων, δηλαδή εφαρμόζουμε τον 1^ο κανόνα Kirchhoff στους κόμβους του κυκλώματος που δεν είναι είσοδοι ή έξοδοι του. Σε κάθε κόμβο, εξισώνουμε το άθροισμα των αγωγιμοτήτων (δηλαδή των αντίστροφων αντιστάσεων) που ξεκινούν από τους κόμβους αυτούς, πολλαπλασιασμένο με την τάση τους, με το άθροισμα των γινομένων των αγωγιμοτήτων αυτών με τις τάσεις των κόμβων στους οποίους καταλήγουν.

Στον κόμβο της μη αντιστρέφουσας εισόδου (+) του τελεστικού ενισχυτή, έχουμε:

$$\left(\frac{1}{200 \cdot R} + \frac{1}{200 \cdot R} \right) \cdot V_+ = \frac{1}{200 \cdot R} \cdot V_\Gamma + \frac{1}{200 \cdot R} \cdot 0 \Rightarrow 2 \cdot V_+ = V_\Gamma \Rightarrow V_+ = \frac{V_\Gamma}{2}.$$

Λόγω της ιδιότητας αντιγραφής των τάσεων στις εισόδους του τελεστικού ενισχυτή ($V_+ = V_-$), προκύπτει ότι $V_- = V_\Gamma / 2$.

Στον κόμβο της αντιστρέφουσας εισόδου (-) του τελεστικού ενισχυτή, έχουμε:

$$\left(\frac{1}{200 \cdot R} + \frac{1}{200 \cdot R} + \frac{1}{400 \cdot R} \right) \cdot V_- = \frac{1}{200 \cdot R} \cdot V_A + \frac{1}{200 \cdot R} \cdot V_B + \frac{1}{400 \cdot R} \cdot V_{out} \Rightarrow$$

$$2.5 \cdot V_- = V_A + V_B + 0.5 \cdot V_{out}.$$

Αντικαθιστώντας στην παραπάνω σχέση την σχέση $V_- = V_\Gamma / 2$, λαμβάνουμε:

$$2.5 \cdot 0.5 \cdot V_\Gamma = V_A + V_B + 0.5 \cdot V_{out} \Rightarrow 0.5 \cdot V_{out} = 2.5 \cdot 0.5 \cdot V_\Gamma - V_A - V_B \Rightarrow V_{out} = 2.5 \cdot V_\Gamma - 2 \cdot V_A - 2 \cdot V_B$$

Αντικαθιστώντας στην παραπάνω σχέση τις σχέσεις υπολογισμού των τάσεων V_A , V_B και V_Γ , καταλήγουμε στον προσδιορισμό της ένδειξης του ψηφιακού βολτομέτρου (V_{out}) σε σχέση με τις θερμοκρασίες θ_A και θ_B των δύο φούρνων.

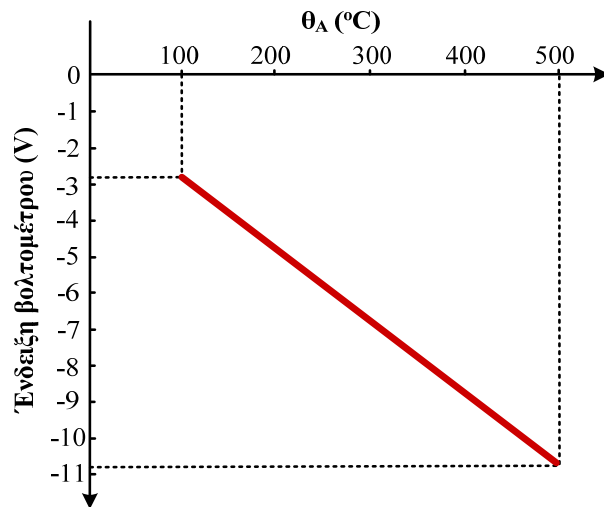
$$V_{out} = \frac{2.5}{0.6 + 0.0008 \cdot \theta_B} - 0.02 \cdot \theta_A + 0.4 - \frac{2}{0.3 + 0.0004 \cdot \theta_B} \text{ (σε V)}.$$

β) Όταν η θερμοκρασία στον φούρνο B είναι 812.5°C , η παραπάνω σχέση γίνεται:

$$V_{out} = \frac{2.5}{0.6 + 0.0008 \cdot 812.5} - 0.02 \cdot \theta_A + 0.4 - \frac{2}{0.3 + 0.0004 \cdot 812.5}$$

$$V_{out} = 2 - 0.02 \cdot \theta_A + 0.4 - 3.2 \Rightarrow V_{out} = -0.02 \cdot \theta_A - 0.8 \text{ (σε V)}.$$

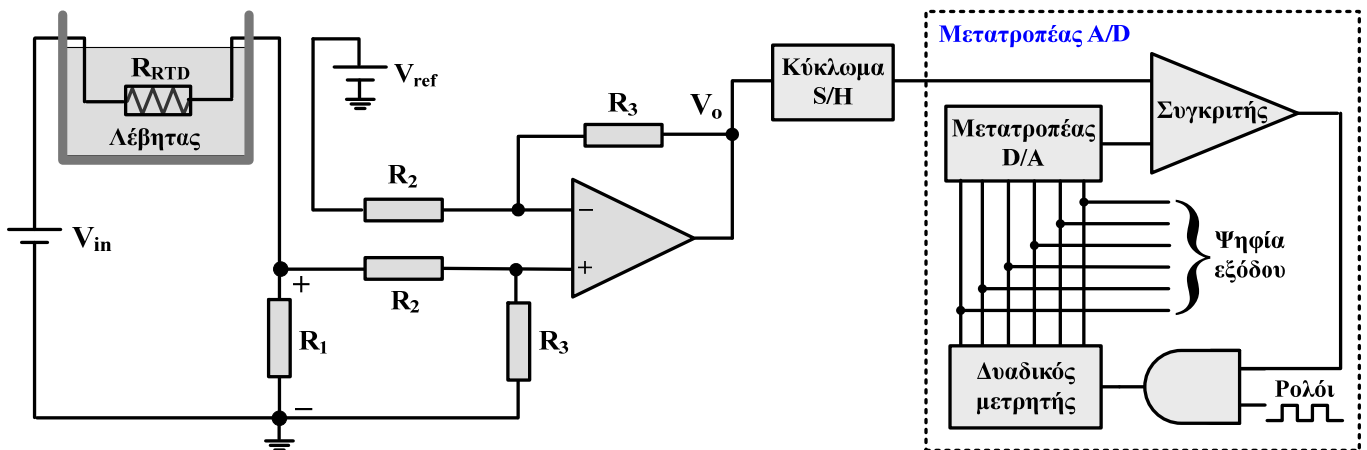
Η παραπάνω συνάρτηση της τάσης εξόδου της διάταξης με τη θερμοκρασία θ_A είναι γραμμική, συνεπώς για το σχεδιασμό της απαιτούμενης ευθείας γραφικής παράστασης, αρκεί ο προσδιορισμός των δύο ακραίων σημείων της. Για $\theta_A = 100\text{ }^{\circ}\text{C}$ προκύπτει ότι $V_{\text{out}} = -2.8\text{ V}$, ενώ για $\theta_A = 500\text{ }^{\circ}\text{C}$ προκύπτει ότι $V_{\text{out}} = -10.8\text{ V}$. Συνεπώς, η ζητούμενη γραφική παράσταση έχει ως εξής:



Η διάταξη του παρακάτω σχήματος που χρησιμοποιείται για τη μέτρηση θερμοκρασίας σε λέβητα νερού, περιλαμβάνει θερμόμετρο αντίστασης (RTD) λευκόχρυσου, η αντίσταση του οποίου (R_{RTD}) μετρήθηκε $100\ \Omega$ σε θερμοκρασία $0\ ^\circ\text{C}$, ιδανικό τελεστικό ενισχυτή, δύο πηγές συνεχούς τάσης ($V_{in} = 5\ \text{V}$ και $V_{ref} = 0.5\ \text{V}$), πέντε (5) αντιστάσεις, κύκλωμα δειγματοληψίας και συγκράτησης και έναν μετατροπέα αναλογικού σήματος σε ψηφιακό (A/D). Δίνονται: $R_1 = 100\ \Omega$, $R_2 = 20\ \text{k}\Omega$, $R_3 = 200\ \text{k}\Omega$, θερμοκρασιακός συντελεστής λευκόχρυσου $= 0.004\ ^\circ\text{C}^{-1}$, εύρος μετατροπής μετατροπέα A/D $= 32\ \text{V}$ και διάρκεια παλμού σήματος ρολογιού $= 0.1\ \text{ms}$.

- Να προσδιορίσετε την τάση V_o του κυκλώματος σε σχέση με τη θερμοκρασία $\theta\ (^{\circ}\text{C})$ του λέβητα.
- Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της τάσης V_o του κυκλώματος ως προς τη θερμοκρασία $\theta\ (^{\circ}\text{C})$ του λέβητα, για θερμοκρασίες από $0\ ^\circ\text{C}$ έως $500\ ^\circ\text{C}$.
- Να προσδιορίσετε τις ψηφιακές λέξεις που θα εμφανιστούν στην έξοδο του μετατροπέα αναλογικού σήματος σε ψηφιακό, όταν η θερμοκρασία του λέβητα είναι $0\ ^\circ\text{C}$ και $500\ ^\circ\text{C}$, αντίστοιχα.
- Να υπολογίσετε τους χρόνους μετατροπής της τάσης V_o του κυκλώματος σε ψηφιακή λέξη, όταν η θερμοκρασία του λέβητα είναι $0\ ^\circ\text{C}$ και $500\ ^\circ\text{C}$, αντίστοιχα.

Θεωρήστε ότι κατά την έναρξη της μετατροπής μιας τιμής της τάσης V_o του κυκλώματος, οι έξοδοι του δυαδικού μετρητή είναι μηδενικές.



- Επειδή η αντίσταση R_2 ($20\ \text{k}\Omega$) που αποτελεί το φορτίο του διαιρέτη τάσης είναι πολύ μεγαλύτερη (200 φορές) από την αντίσταση R_1 ($100\ \Omega$), το ρεύμα που κατευθύνεται προς την έξοδο του διαιρέτη τάσης είναι αμελητέο.

Συνεπώς, για το διαιρέτη τάσης που σχηματίζεται από το θερμόμετρο αντίστασης και την αντίσταση R_1 , μπορούμε να γράψουμε την παρακάτω σχέση:

$$V_{R_1} = V_{in} \cdot \left(\frac{R_1}{R_1 + R_{RTD}} \right) \Rightarrow V_{R_1} = 5 \cdot \left(\frac{100}{100 + R_{RTD}} \right) \Rightarrow V_{R_1} = \frac{500}{100 + R_{RTD}} \quad (1)$$

Επίσης, για την αντίσταση του RTD, ισχύει:

$$R_{RTD-\theta} = R_{RTD-0} \cdot (1 + \alpha \cdot \theta) \Rightarrow R_{RTD-\theta} = 100 \cdot (1 + 0.004 \cdot \theta) \quad (2)$$

Στον ενισχυτή διαφοράς που συνίσταται από τον ιδανικό τελεστικό ενισχυτή και τις αντιστάσεις R_2 και R_3 , γνωρίζουμε ότι ισχύει:

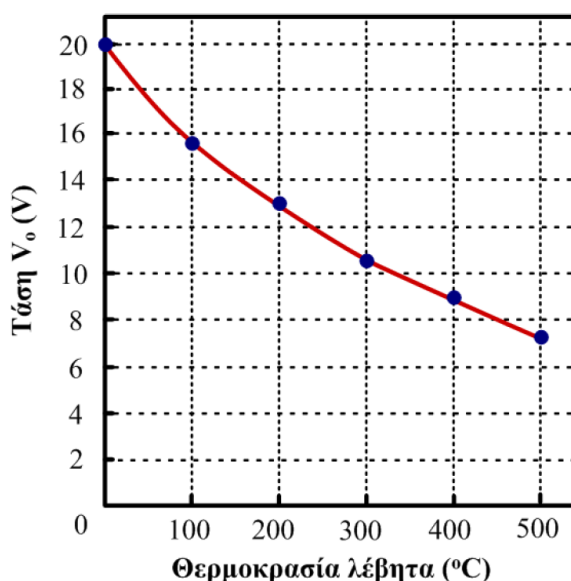
$$V_o = \frac{R_3}{R_2} \cdot (V_{R_1} - V_{ref}) \Rightarrow V_o = \frac{200 \cdot 10^3}{20 \cdot 10^3} \cdot (V_{R_1} - 0.5) \Rightarrow V_o = 10 \cdot (V_{R_1} - 0.5) \Rightarrow V_o = 10 \cdot V_{R_1} - 5 \quad (3)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1), (2) και (3), λαμβάνουμε τη ζητούμενη σχέση της τάσης V_o του κυκλώματος σε σχέση τη θερμοκρασία θ ($^{\circ}\text{C}$) του λέβητα νερού:

$$V_o = 10 \cdot \frac{500}{100 + R_{\text{RTD}}} - 5 \Rightarrow V_o = \frac{10 \cdot 500}{100 + 100 \cdot (1 + 0.004 \cdot \theta)} - 5 \Rightarrow V_o = \frac{5000}{200 + 0.4 \cdot \theta} - 5.$$

- β) Με βάση την παραπάνω σχέση, καταstrώνουμε τον παρακάτω πίνακα που περιλαμβάνει τις τιμές της τάσης V_o του κυκλώματος για θερμοκρασίες λέβητα από 0°C έως 500°C και σχεδιάζουμε το ζητούμενο διάγραμμα.

θ ($^{\circ}\text{C}$)	0	100	200	300	400	500
V_o (V)	20	15.8	12.9	10.6	8.9	7.5



- γ) Για έναν μετατροπέα A/D με n δυαδικά ψηφία εξόδου, η ψηφιακή έξοδος μπορεί να λάβει 2^n διαφορετικές τιμές, συνεπώς εάν το εύρος μετατροπής είναι V_{ref} , θα προκύπτει διαφορετική τιμή εξόδου όταν οι τάσεις εισόδου διαφέρουν τουλάχιστον κατά $V_{\text{ref}} / 2^n$. Η τιμή αυτή αποτελεί και το βήμα διακριτότητας του μετατροπέα. Λόγω του ότι ο μετατροπέας A/D που περιλαμβάνεται στο κύκλωμα έχει εύρος μετατροπής 32 V και περιλαμβάνει 6 ψηφία εξόδου (δηλαδή, $n = 6$), το βήμα διακριτότητας υπολογίζεται ως εξής:

$$\frac{V_{\text{ref}}}{2^n} = \frac{32 \text{ V}}{2^6} = \frac{32}{64} \text{ V} = 0.5 \text{ V}.$$

Αυτό σημαίνει ότι οι τάσεις εισόδου του μετατροπέα που αντιστοιχούν σε διαδοχικούς συνδυασμούς των ψηφίων εξόδου διαφέρουν κατά 0.5 V. Όταν η θερμοκρασία του λέβητα είναι 0°C , η τάση V_o του κυκλώματος (που είναι και τάση εισόδου του μετατροπέα A/D) είναι 20 V (όπως προκύπτει από τον παραπάνω πίνακα). Εάν διαιρέσουμε την τάση αυτή των 20 V με το βήμα διακριτότητας, προκύπτει η δεκαδική μορφή της ψηφιακής λέξης εξόδου, δηλαδή: $20 / 0.5 = 40$, η οποία σε δυαδική μορφή με 6 ψηφία, είναι η λέξη: **101000**.

Όταν η θερμοκρασία του λέβητα είναι 500°C , η τάση V_o του κυκλώματος είναι 7.5 V (όπως επίσης προκύπτει από τον παραπάνω πίνακα). Εάν διαιρέσουμε την τάση αυτή με το βήμα διακριτότητας, προκύπτει η δεκαδική μορφή της ψηφιακής λέξης εξόδου, δηλαδή: $7.5 / 0.5 = 15$, η οποία σε δυαδική μορφή με 6 ψηφία, είναι η λέξη: **001111**.

- δ) Αφού κατά την έναρξη λειτουργίας του μετατροπέα οι έξοδοι του δυαδικού μετρητή είναι μηδενικές, αρχικά η ψηφιακή έξοδος αποτελείται από 6 μηδενικά. Μετά από κάθε παλμό του σήματος ρολογιού, η ψηφιακή

έξοδος αυξάνεται κατά ένα, με αποτέλεσμα για την μετατροπή της τάσης V_o του κυκλώματος όταν η θερμοκρασία του λέβητα είναι $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, να απαιτούνται 40 παλμοί του σήματος ρολογιού, δηλαδή:

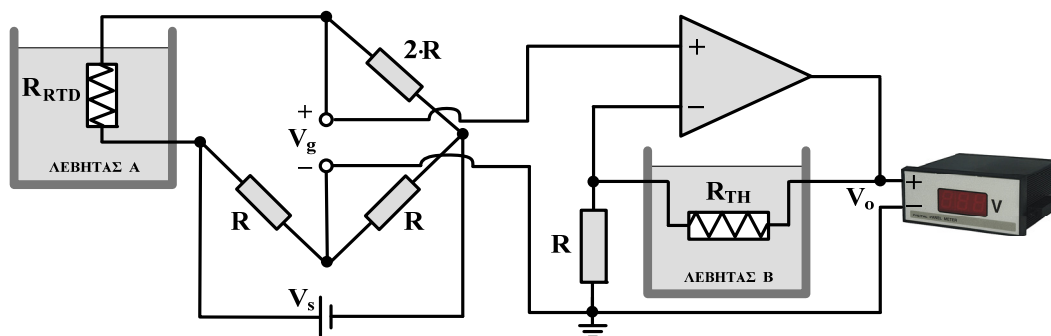
$$\text{Χρόνος μετατροπής} = 40 \cdot 0.1\text{ ms} = 4\text{ ms}.$$

Παρομοίως, για την μετατροπή της τάσης V_o του κυκλώματος όταν η θερμοκρασία του λέβητα είναι $500\text{ }^{\circ}\text{C}$, απαιτούνται 15 παλμοί του σήματος ρολογιού, δηλαδή:

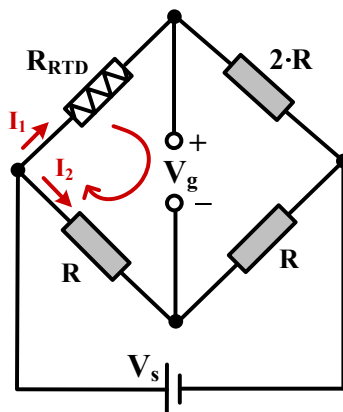
$$\text{Χρόνος μετατροπής} = 15 \cdot 0.1\text{ ms} = 1.5\text{ ms}.$$

Η διάταξη του παρακάτω σχήματος που χρησιμοποιείται για τη μέτρηση θερμοκρασίας σε δύο λέβητες A και B, περιλαμβάνει θερμόμετρο αντίστασης (RTD) λευκόχρυσου που είναι συνδεδεμένο στον ένα βραχίονα γέφυρας Wheatstone και του οποίου η αντίσταση (R_{RTD}) μετρήθηκε 400Ω σε θερμοκρασία 0°C , θερμίστορ νικελίου τύπου NTC, του οποίου η αντίσταση (R_{TH}) μετρήθηκε 100Ω σε θερμοκρασία αναφοράς 100°C , ιδανικό τελεστικό ενισχυτή, τέσσερις (4) αντιστάσεις και ψηφιακό βολτόμετρο. Δίνεται ότι ο θερμοκρασιακός συντελεστής του λευκόχρυσου είναι 0.004°C^{-1} , ότι η σταθερά του θερμίστορ είναι 3000°K καθώς και ότι $R = 100 \Omega$, $V_s = 3 \text{ V}$.

- α) Να προσδιορίσετε την ένδειξη του ψηφιακού βολτομέτρου (V_o) σε σχέση με την θερμοκρασία θ_A του λέβητα A, όταν η θερμοκρασία (θ_B) του λέβητα B είναι 0°C .
- β) Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της ένδειξης του ψηφιακού βολτομέτρου (V_o) ως προς τη θερμοκρασία του λέβητα A (θ_A) για θερμοκρασίες από 0°C έως 250°C , όταν η θερμοκρασία του λέβητα B (θ_B) είναι σταθερή στους 0°C .



- α) Εφαρμόζουμε τον 2^ο κανόνα Kirchhoff στον αριστερό βρόχο της γέφυρας Wheatstone. Επισημαίνεται ότι το ρεύμα εξόδου της γέφυρας είναι μηδενικό, λόγω του ότι η αντίσταση εισόδου του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή είναι άπειρη.



$$I_1 \cdot R_{RTD} + V_g - I_2 \cdot R = 0 \Rightarrow V_g = I_2 \cdot R - I_1 \cdot R_{RTD}.$$

Υπολογίζουμε στη συνέχεια τα ρεύματα I_1 και I_2 :

$$I_1 = \frac{V_s}{R_{RTD} + 2 \cdot R} \quad \text{και} \quad I_2 = \frac{V_s}{2 \cdot R}.$$

Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι:

$$V_g = \frac{V_s \cdot R}{2 \cdot R} - \frac{V_s}{R_{RTD} + 2 \cdot R} \cdot R_{RTD} = V_s \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{R_{RTD}}{R_{RTD} + 2 \cdot R} \right).$$

Για το RTD ισχύει ότι:

$$R_{\text{RTD}} = R_{\text{RTD}-0^{\circ}\text{C}} \cdot (1 + \alpha \cdot \theta_A) \Rightarrow R_{\text{RTD}} = 400 \cdot (1 + 0.004 \cdot \theta_A) \Rightarrow R_{\text{RTD}} = 400 + 1.6 \cdot \theta_A ,$$

όπου θ_A είναι η θερμοκρασία του λέβητα Α.

Επομένως, η τάση εξόδου της γέφυρας μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$V_g = V_s \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{400 + 1.6 \cdot \theta_A}{400 + 1.6 \cdot \theta_A + 2 \cdot R} \right) \Rightarrow V_g = 3 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{400 + 1.6 \cdot \theta_A}{400 + 1.6 \cdot \theta_A + 2 \cdot 100} \right) \Rightarrow V_g = 1.5 - \frac{1200 + 4.8 \cdot \theta_A}{600 + 1.6 \cdot \theta_A} . \quad (1)$$

Λόγω της ιδιότητας αντιγραφής των τάσεων στους ακροδέκτες εισόδου του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή, προκύπτει ότι $V_g = V_-$. Συνεπώς, για τον διαιρέτη τάσης που σχηματίζεται από το θερμίστορ και την αντίσταση R στην έξοδο του κυκλώματος, μπορούμε να γράψουμε την ακόλουθη σχέση:

$$V_- = \frac{R}{R_{\text{TH}} + R} \cdot V_o \Rightarrow V_g = \frac{R}{R_{\text{TH}} + R} \cdot V_o \Rightarrow V_o = \frac{R_{\text{TH}} + R}{R} \cdot V_g \Rightarrow V_o = \left(1 + \frac{R_{\text{TH}}}{R} \right) \cdot V_g . \quad (2)$$

Για το θερμίστορ ισχύει ότι:

$$R_{\text{TH}} = R_{\text{THo}} \cdot e^{\beta \cdot \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_o} \right)} ,$$

όπου: R_o η αντίσταση (Ω) του θερμίστορ σε θερμοκρασία αναφοράς T_o °K,

R_{TH} η αντίσταση (Ω) σε θερμοκρασία T °K,

β η σταθερά του θερμίστορ.

Αφού για το θερμίστορ της διάταξης, δίνεται ότι στη θερμοκρασία αναφοράς των 100 °C, δηλαδή $T_o = 100 + 272 = 373$ °K, μετρήθηκε ότι $R_{\text{THo}} = 100 \Omega$, μπορούμε από την παραπάνω σχέση να υπολογίσουμε την αντίσταση του στη θερμοκρασία $\theta_B = 0$ °C του λέβητα Β, δηλαδή στη θερμοκρασία $T = 273$ °K.

$$R_{\text{TH}} = R_{\text{THo}} \cdot e^{\beta \cdot \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_o} \right)} \Rightarrow R_{\text{TH}} = 100 \Omega \cdot e^{3000^{\circ}\text{K} \cdot \left(\frac{1}{273^{\circ}\text{K}} - \frac{1}{373^{\circ}\text{K}} \right)} \Rightarrow R_{\text{TH}} = 100 \cdot e^{\left(\frac{3000}{273} - \frac{3000}{373} \right)} \Omega \Rightarrow$$

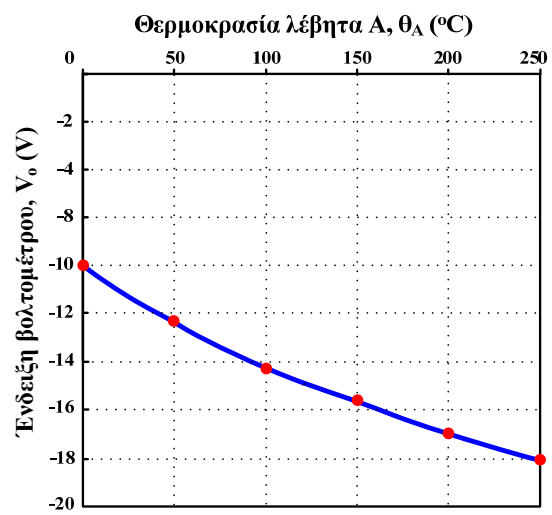
$$R_{\text{TH}} = 100 \cdot e^{2.946} \Omega \Rightarrow R_{\text{TH}} = 100 \cdot 19.03 \Omega \Rightarrow R_{\text{TH}} \approx 1.9 \text{ k}\Omega .$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1) και (2), καταλήγουμε στη σχέση που δίνει την τάση εξόδου του κυκλώματος σε σχέση με την θερμοκρασία θ_A του λέβητα Α, όταν η θερμοκρασία του λέβητα Β είναι 0 °C:

$$\begin{aligned} V_o &= \left(1 + \frac{R_{\text{TH}}}{R} \right) \cdot V_g \Rightarrow V_o = \left(1 + \frac{1.9 \cdot 10^3}{100} \right) \cdot \left(1.5 - \frac{1200 + 4.8 \cdot \theta_A}{600 + 1.6 \cdot \theta_A} \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow V_o = 20 \cdot \left(1.5 - \frac{750 + 3 \cdot \theta_A}{375 + \theta_A} \right) \Rightarrow V_o = 30 - \frac{15000 + 60 \cdot \theta_A}{375 + \theta_A} . \end{aligned}$$

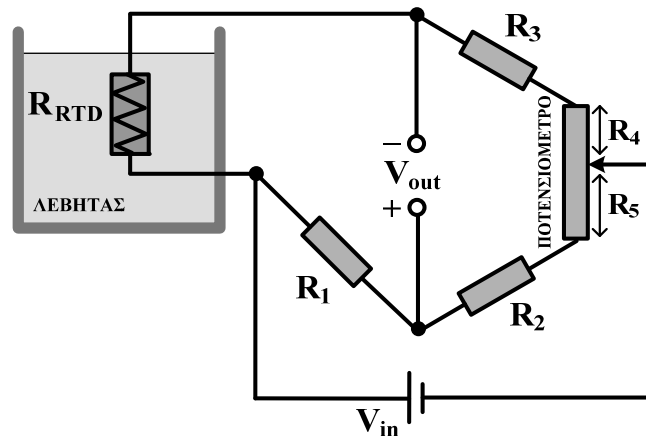
- β) Με βάση την παραπάνω σχέση, καταστρώνουμε τον παρακάτω πίνακα που περιλαμβάνει τις τιμές της ένδειξης του βολτομέτρου (V_o) για θερμοκρασίες του λέβητα Α από 0 °C έως 250 °C, από τον οποίο προκύπτει το ζητούμενο διάγραμμα.

θ_A (°C)	0	50	100	150	200	250
V_o (V)	- 10	- 12.3	- 14.2	- 15.7	- 17	- 18

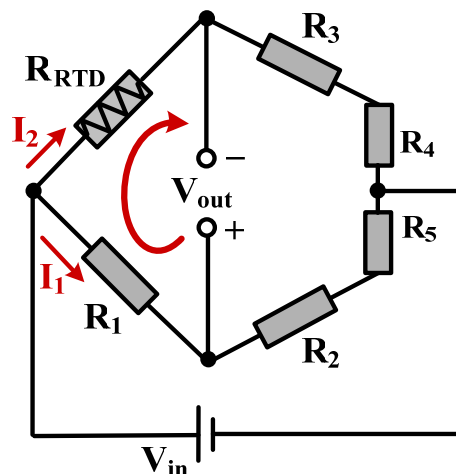


Η διάταξη του παρακάτω σχήματος περιλαμβάνει RTD λευκόχρυσου για τη μέτρηση της θερμοκρασίας σε λέβητα νερού. Το RTD, του οποίου η αντίσταση μετρήθηκε $200\ \Omega$ στους $0\ ^\circ\text{C}$, συνδέεται στον ένα βραχίονα γέφυρας Wheatstone, στους υπόλοιπους βραχίονες της οποίας συνδέονται τρεις αντιστάσεις $R_1 = 500\ \Omega$, $R_2 = 515\ \Omega$ και $R_3 = 480\ \Omega$, καθώς και ένα ποτενσιόμετρο με συνολική αντίσταση $100\ \Omega$. Δίνε-ται ότι ο θερμοκρασιακός συντελεστής λευκόχρυσου είναι $0.004\ ^\circ\text{C}^{-1}$, καθώς και ότι η τάση εισόδου της γέφυρας (V_{in}) είναι $10\ \text{V}$.

- α) Να υπολογίσετε τις τιμές των αντιστάσεων (R_4 και R_5) που θα πρέπει να έχουν τα μέρη του ποτενσιόμετρου, στα οποία αυτό χωρίζεται από την κινητή του επαφή, έτσι ώστε όταν η θερμοκρασία στο λέβητα είναι $375\ ^\circ\text{C}$, η γέφυρα να ισορροπεί.
- β) Για τις τιμές των αντιστάσεων R_4 και R_5 που υπολογίσατε στο ερώτημα (α), ποια είναι η θερμοκρασία του λέβητα, για την οποία η τάση εξόδου (V_{out}) του κυκλώματος γίνεται $100\ \text{mV}$;



- α) Εφαρμόζουμε τον 2^ο κανόνα Kirchhoff στον αριστερό βρόχο της γέφυρας Wheatstone:



$$I_2 \cdot R_{RTD} - V_{out} - I_1 \cdot R_1 = 0 \Rightarrow V_{out} = I_2 \cdot R_{RTD} - I_1 \cdot R_1.$$

Υπολογίζουμε στη συνέχεια τα ρεύματα I_1 και I_2 :

$$I_1 = \frac{V_{in}}{R_1 + R_2 + R_5} \quad \text{και} \quad I_2 = \frac{V_{in}}{R_{RTD} + R_3 + R_4}.$$

Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι:

$$V_{out} = \frac{V_{in}}{R_{RTD} + R_3 + R_4} \cdot R_{RTD} - \frac{V_{in}}{R_1 + R_2 + R_5} \cdot R_1 = V_{in} \cdot \left(\frac{R_{RTD}}{R_{RTD} + R_3 + R_4} - \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_5} \right)$$

Όταν η γέφυρα ισορροπεί, η τάση εξόδου της είναι μηδενική, συνεπώς τότε ισχύει ότι:

$$\begin{aligned} \frac{R_{RTD}}{R_{RTD} + R_3 + R_4} - \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_5} &= 0 \Rightarrow \frac{R_{RTD}}{R_{RTD} + R_3 + R_4} = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_5} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{1}{1 + \frac{R_3 + R_4}{R_{RTD}}} &= \frac{1}{1 + \frac{R_2 + R_5}{R_1}} \Rightarrow \frac{R_3 + R_4}{R_{RTD}} = \frac{R_2 + R_5}{R_1} . \end{aligned}$$

Για το RTD (θερμόμετρο αντίστασης) ισχύει ότι:

$$R_{RTD} = R_{RTD-0^{\circ}C} \cdot (1 + \alpha \cdot \theta) \Rightarrow R_{RTD} = 200 \cdot (1 + 0.004 \cdot \theta) \Rightarrow R_{RTD} = 200 + 0.8 \cdot \theta .$$

Όταν η θερμοκρασία στο λέβητα είναι 375 °C, η αντίσταση του RTD, έχει ως εξής:

$$R_{RTD} = 200 + 0.8 \cdot 375 \Rightarrow R_{RTD} = 200 + 0.8 \cdot 375 = 500 \Omega .$$

Έτσι, όταν η θερμοκρασία του λέβητα είναι 375 °C και με βάση τις δεδομένες τιμές των αντιστάσεων R_1 , R_2 και R_3 , η συνθήκη ισορροπίας της γέφυρας, γίνεται:

$$\frac{R_3 + R_4}{R_{RTD}} = \frac{R_2 + R_5}{R_1} \Rightarrow \frac{480 + R_4}{500} = \frac{515 + R_5}{500} \Rightarrow 480 + R_4 = 515 + R_5 \Rightarrow R_4 - R_5 = 35 .$$

Επίσης, δίνεται ότι η συνολική αντίσταση του ποτενσιομέτρου είναι 100 Ω, δηλαδή ότι: $R_4 + R_5 = 100$.

Συνδυάζοντας τις δύο παραπάνω σχέσεις, μπορούμε να γράψουμε ότι:

$$R_4 - R_5 = 35 \Rightarrow R_4 - (100 - R_4) = 35 \Rightarrow 2 \cdot R_4 = 100 + 35 \Rightarrow R_4 = 67.5 \Omega$$

$$\text{και } R_4 + R_5 = 100 \Rightarrow R_5 = 100 - R_4 \Rightarrow R_5 = 32.5 \Omega .$$

- β) Στη σχέση που προέκυψε από την εφαρμογή του 2^{ου} κανόνα Kirchhoff στον αριστερό βρόχο της γέφυρας Wheatstone, αντικαθιστούμε τις τιμές των αντιστάσεων R_4 και R_5 που υπολογίστηκαν στο ερώτημα (α), την τάση εξόδου, καθώς και τα υπόλοιπα δεδομένα και υπολογίζουμε την αντίσταση του RTD:

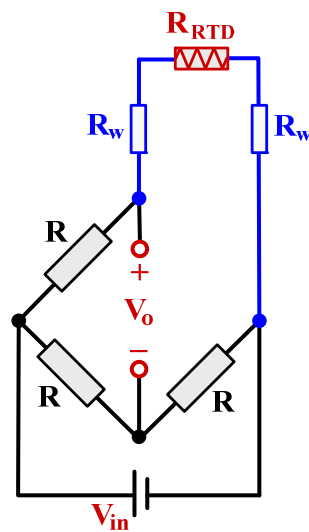
$$\begin{aligned} V_{out} &= \frac{V_{in}}{R_{RTD} + R_3 + R_4} \cdot R_{RTD} - \frac{V_{in}}{R_1 + R_2 + R_5} \cdot R_1 \Rightarrow 0.1 = \frac{10 \cdot R_{RTD}}{R_{RTD} + 480 + 67.5} - \frac{10 \cdot 500}{500 + 515 + 32.5} \Rightarrow \\ \Rightarrow 0.1 &= \frac{10 \cdot R_{RTD}}{R_{RTD} + 547.5} - 4.77 \Rightarrow 4.87 \cdot (R_{RTD} + 547.5) = 10 \cdot R_{RTD} \Rightarrow 4.87 \cdot R_{RTD} + 2666.325 = 10 \cdot R_{RTD} \Rightarrow \\ \Rightarrow R_{RTD} &= \frac{2666.325}{5.13} \Omega \Rightarrow R_{RTD} = 519.75 \Omega \end{aligned}$$

Από τη σχέση της αντίστασης του RTD με τη θερμοκρασία, υπολογίζουμε τη ζητούμενη θερμοκρασία του λέβητα (θ):

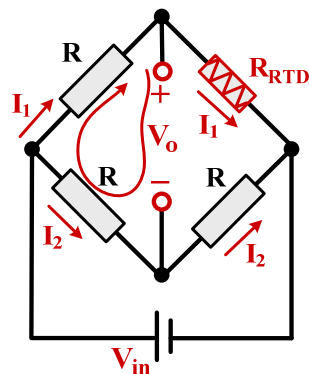
$$\begin{aligned} R_{RTD} &= R_{RTD-0^{\circ}C} \cdot (1 + \alpha \cdot \theta) \Rightarrow 519.75 = 200 \cdot (1 + 0.004 \cdot \theta) \Rightarrow 519.75 = 200 + 0.8 \cdot \theta \Rightarrow . \\ \Rightarrow \theta &= \frac{519.75 - 200}{0.8} ^{\circ}C \Rightarrow \theta = 399.7 ^{\circ}C . \end{aligned}$$

Ένα θερμόμετρο αντίστασης λευκόχρυσου (RTD) συνδέεται στον ένα βραχίονα της γέφυρας Wheatstone του παρακάτω σχήματος, με χρήση δύο (2) αγωγών (αγωγοί μπλε χρώματος στο παρακάτω σχήμα). Η τάση εισόδου (V_{in}) της γέφυρας είναι 10 V και η τάση εξόδου της γέφυρας μετρήθηκε 1 V. Δίνεται ότι $R = 100 \Omega$, ότι η αντίσταση του RTD μετρήθηκε 100Ω στους 0°C , καθώς και ο θερμοκρασιακός συντελεστής του λευκόχρυσου $\alpha = 0.004^\circ \text{C}^{-1}$.

- Να υπολογίσετε την αντίσταση του θερμομέτρου (R_{RTD}) θεωρώντας αμελητέα την αντίσταση των δύο (2) αγωγών που συνδέουν το θερμόμετρο στη γέφυρα.
- Να υπολογίσετε ξανά την αντίσταση του θερμομέτρου (R_{RTD}), λαμβάνοντας υπόψη ότι οι δύο (2) αγωγοί σύνδεσης παρουσιάζουν αντίσταση $R_w = 0.02 \cdot R$ ο καθένας.
- Να υπολογίσετε το απόλυτο και το εκατοστιαίο σφάλμα στην τιμή της αντίστασης του RTD, που οφείλεται στη θεώρηση αμελητέας αντίστασης των δύο (2) αγωγών σύνδεσης.
- Να υπολογίσετε το απόλυτο και το εκατοστιαίο σφάλμα στη θερμοκρασία του RTD, που οφείλεται στη θεώρηση αμελητέας αντίστασης των δύο (2) αγωγών σύνδεσης.



- Εάν θεωρήσουμε αμελητέα την αντίσταση των 2 αγωγών που συνδέουν το θερμόμετρο στη γέφυρα, το κύκλωμα της γέφυρας έχει ως εξής:



Εφαρμόζουμε τον 2^ο κανόνα Kirchhoff στον αριστερό βρόχο της γέφυρας:

$$V_o - I_2 \cdot R + I_1 \cdot R = 0 \Rightarrow V_o = I_2 \cdot R - I_1 \cdot R.$$

Υπολογίζουμε στη συνέχεια τα ρεύματα I_1 και I_2 :

$$I_1 = \frac{V_{in}}{R + R_{RTD}} \quad \text{και} \quad I_2 = \frac{V_{in}}{R + R} = \frac{V_{in}}{2 \cdot R}.$$

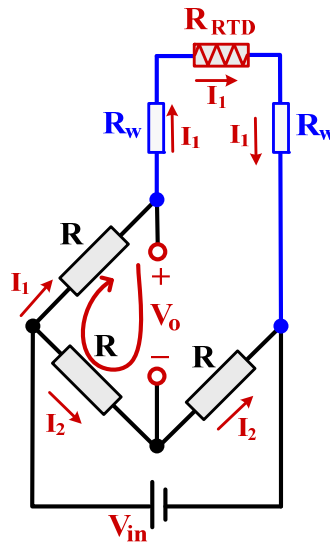
Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι:

$$V_o = \frac{V_{in} \cdot R}{2 \cdot R} - \frac{V_{in} \cdot R}{R + R_{RTD}} \Rightarrow \frac{V_{in}}{2} - V_o = \frac{V_{in} \cdot R}{R + R_{RTD}} \Rightarrow \left(\frac{V_{in}}{2} - V_o \right) \cdot (R + R_{RTD}) = V_{in} \cdot R \Rightarrow$$

$$\left(\frac{V_{in}}{2} - V_o \right) \cdot R_{RTD} = V_{in} \cdot R - \left(\frac{V_{in}}{2} - V_o \right) \cdot R \Rightarrow R_{RTD} = \frac{V_{in} \cdot R}{\frac{V_{in}}{2} - V_o} - R \Rightarrow$$

$$R_{RTD} = \left(\frac{10 \cdot 100}{5 - 1} - 100 \right) \Omega \Rightarrow R_{RTD} = 150 \Omega.$$

- β) Εάν λάβουμε υπόψη ότι οι 2 αγωγοί σύνδεσης παρουσιάζουν αντίσταση $R_w = 0.02 \cdot R$ ο καθένας, το κύκλωμα της γέφυρας έχει ως εξής:



Εφαρμόζουμε τον 2^ο κανόνα Kirchhoff στον αριστερό βρόχο της γέφυρας:

$$V_o - I_2 \cdot R + I_1 \cdot R = 0 \Rightarrow V_o = I_2 \cdot R - I_1 \cdot R.$$

Υπολογίζουμε στη συνέχεια τα ρεύματα I_1 και I_2 :

$$I_1 = \frac{V_{in}}{R + R_w + R_{RTD} + R_w} = \frac{V_{in}}{R + 2 \cdot R_w + R_{RTD}} \quad \text{και} \quad I_2 = \frac{V_{in}}{R + R} = \frac{V_{in}}{2 \cdot R}.$$

Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι:

$$V_o = \frac{V_{in} \cdot R}{2 \cdot R} - \frac{V_{in} \cdot R}{R + 2 \cdot R_w + R_{RTD}} \Rightarrow \frac{V_{in}}{2} - V_o = \frac{V_{in} \cdot R}{R + 2 \cdot 0.02 \cdot R + R_{RTD}} \Rightarrow$$

$$V_{in} \cdot R = \left(\frac{V_{in}}{2} - V_o \right) \cdot (1.04 \cdot R + R_{RTD}) \Rightarrow V_{in} \cdot R - 1.04 \cdot R \cdot \left(\frac{V_{in}}{2} - V_o \right) = \left(\frac{V_{in}}{2} - V_o \right) \cdot R_{RTD} \Rightarrow$$

$$R_{RTD} = \frac{V_{in} \cdot R}{(V_{in}/2) - V_o} - 1.04 \cdot R \Rightarrow R_{RTD} = \left(\frac{10 \cdot 100}{5 - 1} - 1.04 \cdot 100 \right) \Omega \Rightarrow R_{RTD} = 146 \Omega.$$

- γ) Το απόλυτο σφάλμα στην τιμή της αντίστασης του RTD, που οφείλεται στη θεώρηση αμελητέας αντίστασης των 3 αγωγών σύνδεσης, είναι: $e = |146 - 150| \Omega = 4 \Omega$.

Το εκατοστιαίο σφάλμα στην τιμή της αντίστασης του RTD, που οφείλεται στη θεώρηση αμελητέας αντίστασης των 3 αγωγών σύνδεσης, είναι:

$$e(\%) = \frac{|146 - 150|}{146} \cdot 100 = 2.74\%.$$

δ) Για τον αισθητήρα θερμοκρασίας RTD, ισχύει ότι:

$$R_{\text{RTD}-\theta} = R_{\text{RTD}-0} \cdot (1 + \alpha \cdot \theta),$$

όπου: $R_{\text{RTD}-0}$ η αντίσταση (Ω) του RTD σε θερμοκρασία 0°C ,

$R_{\text{RTD}-\theta}$ η αντίσταση (Ω) του RTD σε θερμοκρασία $\theta^\circ\text{C}$,

α ο θερμοκρασιακός συντελεστής του μετάλλου της αντίστασης.

Η θερμοκρασία του RTD, εάν θεωρήσουμε αμελητέα την αντίσταση των 2 αγωγών που συνδέουν το θερμόμετρο στη γέφυρα, έχει ως εξής:

$$R_{\text{RTD}-\theta} = R_{\text{RTD}-0} \cdot (1 + \alpha \cdot \theta) \Rightarrow \frac{R_{\text{RTD}-\theta}}{R_{\text{RTD}-0}} = 1 + \alpha \cdot \theta \Rightarrow \theta = \frac{R_{\text{RTD}-\theta}}{\alpha \cdot R_{\text{RTD}-0}} - \frac{1}{\alpha} \Rightarrow$$

$$\theta = \left(\frac{150}{0.004 \cdot 100} - \frac{1}{0.004} \right)^\circ\text{C} \Rightarrow \theta = 125^\circ\text{C}.$$

Παρομοίως, η θερμοκρασία του RTD, εάν λάβουμε υπόψη ότι οι 2 αγωγοί σύνδεσης παρουσιάζουν αντίσταση $R_w = 0.02 \cdot R$ ο καθένας, έχει ως εξής:

$$\theta' = \frac{R_{\text{RTD}-\theta'}}{\alpha \cdot R_{\text{RTD}-0}} - \frac{1}{\alpha} \Rightarrow \theta' = \left(\frac{146}{0.004 \cdot 100} - \frac{1}{0.004} \right)^\circ\text{C} \Rightarrow \theta' = 115^\circ\text{C}.$$

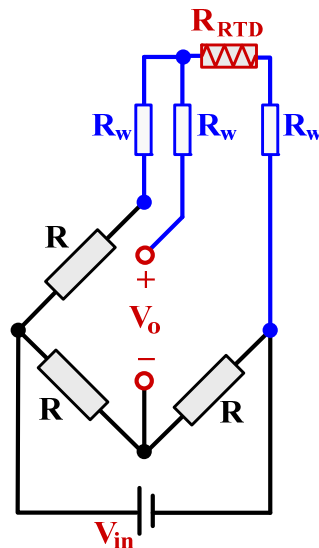
Το απόλυτο σφάλμα στη θερμοκρασία του RTD, που οφείλεται στη θεώρηση αμελητέας αντίστασης των 2 αγωγών σύνδεσης, είναι: $e = |\theta' - \theta| = |115 - 125|^\circ\text{C} = 10^\circ\text{C}$.

Το εκατοστιαίο σφάλμα στη θερμοκρασία του RTD, που οφείλεται στη θεώρηση αμελητέας αντίστασης των 2 αγωγών σύνδεσης, είναι:

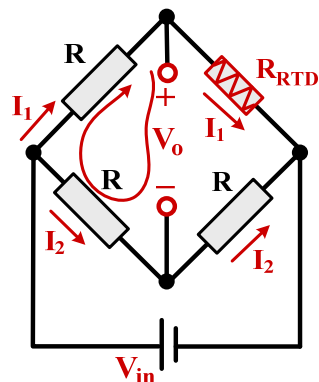
$$e(\%) = \frac{|\theta' - \theta|}{\theta'} \cdot 100 = \frac{|115 - 125|}{115} \cdot 100 = 8.7\%.$$

Ένα θερμόμετρο αντίστασης λευκόχρυσου (RTD) συνδέεται στον ένα βραχίονα της γέφυρας Wheatstone του παρακάτω σχήματος, με χρήση τριών (3) αγωγών (αγωγοί μπλε χρώματος στο παρακάτω σχήμα). Η τάση εισόδου (V_{in}) της γέφυρας είναι 10 V και η τάση εξόδου της γέφυρας μετρήθηκε 1 V. Δίνεται ότι $R = 100 \Omega$, ότι η αντίσταση του RTD μετρήθηκε 100Ω στους 0°C , καθώς και ο θερμοκρασιακός συντελεστής του λευκόχρυσου $\alpha = 0.004^\circ\text{C}^{-1}$.

- Να υπολογίσετε την αντίσταση του θερμομέτρου (R_{RTD}) θεωρώντας αμελητέα την αντίσταση των τριών (3) αγωγών που συνδέουν το θερμόμετρο στη γέφυρα.
- Να υπολογίσετε ξανά την αντίσταση του θερμομέτρου (R_{RTD}), λαμβάνοντας υπόψη ότι οι τρεις (3) αγωγοί σύνδεσης παρουσιάζουν αντίσταση $R_w = 0.02 \cdot R$ ο καθένας.
- Να υπολογίσετε το απόλυτο και το εκατοστιαίο σφάλμα στην τιμή της αντίστασης του RTD, που οφείλεται στη θεώρηση αμελητέας αντίστασης των τριών (3) αγωγών σύνδεσης.
- Να υπολογίσετε το απόλυτο και το εκατοστιαίο σφάλμα στη θερμοκρασία του RTD, που οφείλεται στη θεώρηση αμελητέας αντίστασης των τριών (3) αγωγών σύνδεσης.



- Εάν θεωρήσουμε αμελητέα την αντίσταση των 3 αγωγών που συνδέουν το θερμόμετρο στη γέφυρα, το κύκλωμα της γέφυρας έχει ως εξής:



Εφαρμόζουμε τον 2^ο κανόνα Kirchhoff στον αριστερό βρόχο της γέφυρας:

$$V_o - I_2 \cdot R + I_1 \cdot R = 0 \Rightarrow V_o = I_2 \cdot R - I_1 \cdot R.$$

Υπολογίζουμε στη συνέχεια τα ρεύματα I_1 και I_2 :

$$I_1 = \frac{V_{in}}{R + R_{RTD}} \quad \text{και} \quad I_2 = \frac{V_{in}}{R + R} = \frac{V_{in}}{2 \cdot R}.$$

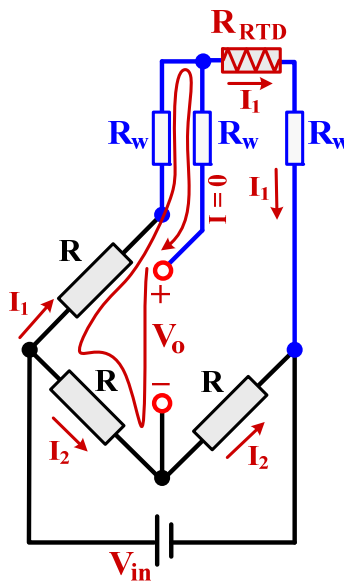
Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι:

$$V_o = \frac{V_{in} \cdot R}{2 \cdot R} - \frac{V_{in} \cdot R}{R + R_{RTD}} \Rightarrow \frac{V_{in}}{2} - V_o = \frac{V_{in} \cdot R}{R + R_{RTD}} \Rightarrow \left(\frac{V_{in}}{2} - V_o \right) \cdot (R + R_{RTD}) = V_{in} \cdot R \Rightarrow$$

$$\left(\frac{V_{in}}{2} - V_o \right) \cdot R_{RTD} = V_{in} \cdot R - \left(\frac{V_{in}}{2} - V_o \right) \cdot R \Rightarrow R_{RTD} = \frac{V_{in} \cdot R}{\frac{V_{in}}{2} - V_o} - R \Rightarrow$$

$$R_{RTD} = \left(\frac{10 \cdot 100}{5 - 1} - 100 \right) \Omega \Rightarrow R_{RTD} = 150 \Omega.$$

- β) Εάν λάβουμε υπόψη ότι οι 3 αγωγοί σύνδεσης παρουσιάζουν αντίσταση $R_w = 0.02 \cdot R$ ο καθένας, το κύκλωμα της γέφυρας έχει ως εξής:



Εφαρμόζουμε τον 2^ο κανόνα Kirchhoff στον αριστερό βρόχο της γέφυρας:

$$V_o - I_2 \cdot R + I_1 \cdot R + I_1 \cdot R_w = 0 \Rightarrow V_o = I_2 \cdot R - I_1 \cdot R - I_1 \cdot R_w \Rightarrow V_o = I_2 \cdot R - I_1 \cdot (R + R_w).$$

Υπολογίζουμε στη συνέχεια τα ρεύματα I_1 και I_2 :

$$I_1 = \frac{V_{in}}{R + R_w + R_{RTD} + R_w} = \frac{V_{in}}{R + 2 \cdot R_w + R_{RTD}} \quad \text{και} \quad I_2 = \frac{V_{in}}{R + R} = \frac{V_{in}}{2 \cdot R}.$$

Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι:

$$V_o = \frac{V_{in} \cdot R}{2 \cdot R} - \frac{V_{in} \cdot (R + R_w)}{R + 2 \cdot R_w + R_{RTD}} \Rightarrow \frac{V_{in}}{2} - V_o = \frac{V_{in} \cdot (R + 0.02 \cdot R)}{R + 2 \cdot 0.02 \cdot R + R_{RTD}} \Rightarrow$$

$$1.02 \cdot R \cdot V_{in} = \left(\frac{V_{in}}{2} - V_o \right) \cdot (1.04 \cdot R + R_{RTD}) \Rightarrow 1.02 \cdot R \cdot V_{in} - 1.04 \cdot R \cdot \left(\frac{V_{in}}{2} - V_o \right) = \left(\frac{V_{in}}{2} - V_o \right) \cdot R_{RTD} \Rightarrow$$

$$R_{RTD} = \frac{1.02 \cdot R \cdot V_{in} - 1.04 \cdot R}{\frac{V_{in}}{2} - V_o} = \left(\frac{1.02 \cdot 100 \cdot 10}{5 - 1} - 1.04 \cdot 100 \right) \Omega \Rightarrow R_{RTD} = 151 \Omega.$$

- γ) Το απόλυτο σφάλμα στην τιμή της αντίστασης του RTD, που οφείλεται στη θεώρηση αμελητέας αντίστασης των 3 αγωγών σύνδεσης, είναι: $e = |151 - 150| \Omega = 1 \Omega$.

Το εκατοστιαίο σφάλμα στην τιμή της αντίστασης του RTD, που οφείλεται στη θεώρηση αμελητέας αντίστασης των 3 αγωγών σύνδεσης, είναι:

$$e(\%) = \frac{|151 - 150|}{151} \cdot 100 = 0.66\% .$$

δ) Για τον αισθητήρα θερμοκρασίας RTD, ισχύει ότι:

$$R_{RTD-\theta} = R_{RTD-0} \cdot (1 + \alpha \cdot \theta) ,$$

όπου: R_{RTD-0} η αντίσταση (Ω) του RTD σε θερμοκρασία 0°C ,

$R_{RTD-\theta}$ η αντίσταση (Ω) του RTD σε θερμοκρασία $\theta^\circ\text{C}$,

α ο θερμοκρασιακός συντελεστής του μετάλλου της αντίστασης.

Η θερμοκρασία του RTD, εάν θεωρήσουμε αμελητέα την αντίσταση των 3 αγωγών που συνδέουν το θερμόμετρο στη γέφυρα, έχει ως εξής:

$$R_{RTD-\theta} = R_{RTD-0} \cdot (1 + \alpha \cdot \theta) \Rightarrow \frac{R_{RTD-\theta}}{R_{RTD-0}} = 1 + \alpha \cdot \theta \Rightarrow \theta = \frac{R_{RTD-\theta}}{\alpha \cdot R_{RTD-0}} - \frac{1}{\alpha} \Rightarrow$$

$$\theta = \left(\frac{150}{0.004 \cdot 100} - \frac{1}{0.004} \right) ^\circ\text{C} \Rightarrow \theta = 125^\circ\text{C} .$$

Παρομοίως, η θερμοκρασία του RTD, εάν λάβουμε υπόψη ότι οι 3 αγωγοί σύνδεσης παρουσιάζουν αντίσταση $R_w = 0.02 \cdot R$ ο καθένας, έχει ως εξής:

$$\theta' = \frac{R_{RTD-\theta'}}{\alpha \cdot R_{RTD-0}} - \frac{1}{\alpha} \Rightarrow \theta' = \left(\frac{151}{0.004 \cdot 100} - \frac{1}{0.004} \right) ^\circ\text{C} \Rightarrow \theta' = 127.5^\circ\text{C} .$$

Το απόλυτο σφάλμα στη θερμοκρασία του RTD, που οφείλεται στη θεώρηση αμελητέας αντίστασης των 3 αγωγών σύνδεσης, είναι: $e = |\theta' - \theta| = (127.5 - 125)^\circ\text{C} = 2.5^\circ\text{C}$.

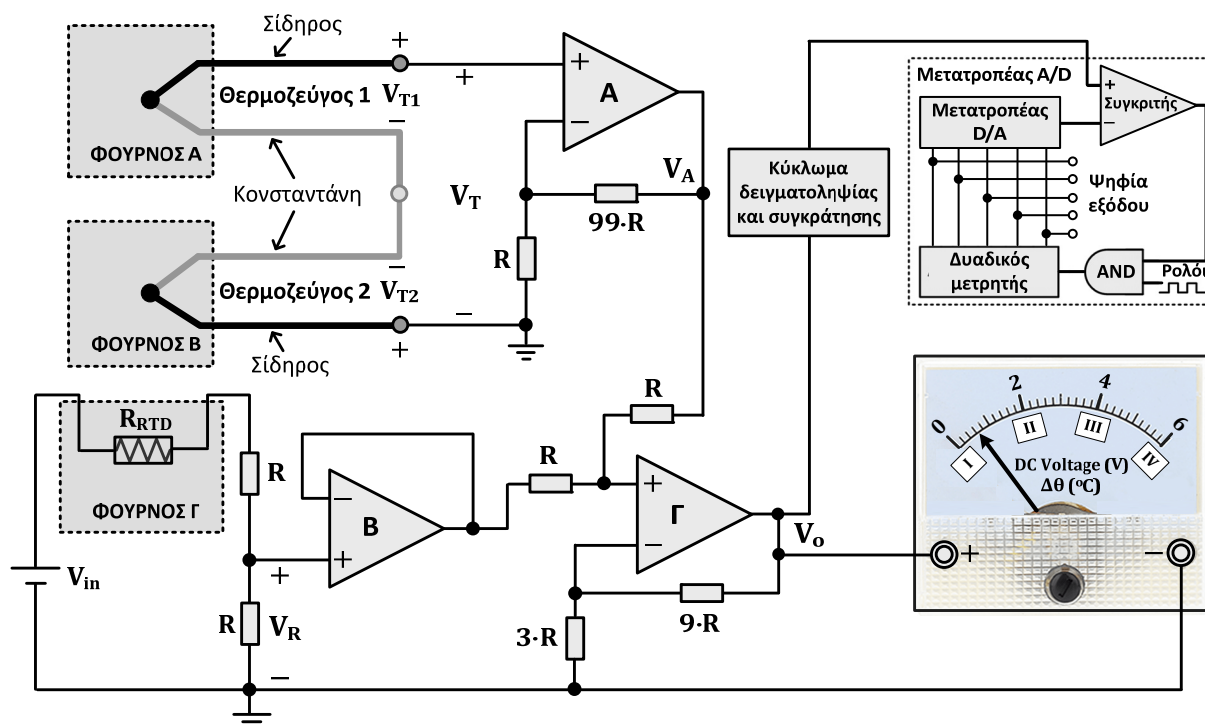
Το εκατοστιαίο σφάλμα στη θερμοκρασία του RTD, που οφείλεται στη θεώρηση αμελητέας αντίστασης των 3 αγωγών σύνδεσης, είναι:

$$e(\%) = \frac{|\theta' - \theta|}{\theta'} \cdot 100 = \frac{|127.5 - 125|}{127.5} \cdot 100 = 1.96\% .$$

Η διάταξη του παρακάτω σχήματος που χρησιμοποιείται για τη μέτρηση θερμοκρασίας σε 3 φούρνους Α, Β και Γ, περιλαμβάνει δύο θερμοζεύγη σιδήρου-κονσταντάνης με σταθερά $C = 50 \mu\text{V} / ^\circ\text{C}$, θερμομέτρο αντίστασης (RTD) λευκόχρυσου, η αντίσταση του οποίου (R_{RTD}) μετρήθηκε 200Ω σε θερμοκρασία 0°C , τρεις ιδανικούς τελεστικούς ενισχυτές, μια πηγή συνεχούς τάσης $V_{\text{in}} = 6 \text{ V}$, οκτώ αντιστάσεις, κύκλωμα δειγματοληψίας και συγκράτησης (sample and hold, S-H), μετατροπέα αναλογικού σήματος σε ψηφιακό (A/D) και βολτόμετρο. Δίνονται: $R = 200 \Omega$, θερμοκρασιακός συντελεστής του λευκόχρυσου $= 0,004 ^\circ\text{C}^{-1}$, εύρος μετατροπής του μετατροπέα A/D $= 8 \text{ V}$ και συχνότητα του σήματος ρολογιού $= 25 \text{ kHz}$.

- Να προσδιορίσετε την τάση εξόδου V_o της διάταξης σε σχέση με τις θερμοκρασίες θ_A , θ_B και θ_Γ των φούρνων Α, Β και Γ αντίστοιχα.
- Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της τάσης V_o ως προς την διαφορά θερμοκρασίας $\Delta\theta = \theta_A - \theta_B$ για τιμές της διαφοράς θερμοκρασίας $\Delta\theta$ από 0°C έως 300°C , όταν η θερμοκρασία στον φούρνο Γ είναι $\theta_\Gamma = 250^\circ\text{C}$.
- Να προσδιορίσετε όλες τις διαφορετικές ψηφιακές λέξεις που θα εμφανιστούν στην έξοδο του μετατροπέα A/D, όταν η διαφορά θερμοκρασίας $\Delta\theta = \theta_A - \theta_B$ μεταβάλλεται από 100°C έως 300°C και η θερμοκρασία στον φούρνο Γ είναι $\theta_\Gamma = 250^\circ\text{C}$.
- Να προσδιορίσετε το χρόνο μετατροπής t_c της τάσης εξόδου V_o σε ψηφιακή λέξη, σε σχέση με τη διαφορά θερμοκρασίας $\Delta\theta = \theta_A - \theta_B$, όταν η θερμοκρασία στον φούρνο Γ είναι $\theta_\Gamma = 250^\circ\text{C}$.
- Να μετατρέψετε (βαθμονομήσετε) το βολτόμετρο της διάταξης σε ενδείκτη της διαφοράς θερμοκρασίας, $\Delta\theta = \theta_A - \theta_B$, όταν η θερμοκρασία στον φούρνο Γ είναι $\theta_\Gamma = 250^\circ\text{C}$, προσδιορίζοντας τις κατάλληλες ενδείξεις I, II, III και IV που πρέπει να γραφτούν σε αυτό.

Να θεωρήσετε ότι κατά την έναρξη της μετατροπής μιας τιμής της τάσης V_o της διάταξης σε ψηφιακή μορφή, οι έξοδοι του δυαδικού μετρητή είναι μηδενικές.



- Στη διάταξη του σχήματος παρατηρούμε ότι V_T είναι η τάση μεταξύ των θετικών ακροδεκτών των δύο θερμοζευγών. Συνεπώς, αυτή υπολογίζεται από τη σχέση $V_T = V_{T1} - V_{T2}$. Η «θερμή» επαφή του πρώτου θερμοζεύγους βρίσκεται στο φούρνο Α (θερμοκρασία θ_A), ενώ η «θερμή» επαφή του δεύτερου θερμοζεύγους βρίσκεται στο φούρνο Β (θερμοκρασία θ_B). Οι «ψυχρές» επαφές των δύο θερμοζευγών βρίσκονται στη θερμοκρασία του περιβάλλοντος χώρου (θ_Π). Συνεπώς, η τάση V_T υπολογίζεται ως εξής:

$$V_T = V_{T1} - V_{T2} \Rightarrow V_T = C \cdot (\theta_A - \theta_{\Pi}) - C \cdot (\theta_B - \theta_{\Pi}) \Rightarrow V_T = C \cdot (\theta_A - \theta_B) \Rightarrow$$

$$V_T = 50 \frac{\mu V}{^{\circ}C} \cdot (\theta_A - \theta_B) \Rightarrow V_T = 5 \cdot 10^{-5} \cdot (\theta_A - \theta_B) \text{ (V)}.$$

Το κύκλωμα που περιλαμβάνει τον τελεστικό ενισχυτή Α είναι κύκλωμα ενισχυτή μη αντιστροφής με είσοδο την τάση V_T . Συνεπώς, η τάση εξόδου του V_A , υπολογίζεται ως εξής:

$$V_A = \left(1 + \frac{99 \cdot R}{R}\right) \cdot V_T \Rightarrow V_A = 100 \cdot V_T \Rightarrow V_A = 0,005 \cdot (\theta_A - \theta_B) \text{ (V)}.$$

Για το RTD λευκόχρυσου που είναι τοποθετημένο στον φούρνο Γ, ισχύει ότι:

$$R_{RTD} = R_{RTD0} \cdot (1 + \alpha \cdot \theta_{\Gamma}),$$

όπου: R_{RTD0} η αντίσταση (Ω) σε θερμοκρασία $0^{\circ}C$, R_{RTD} η αντίσταση (Ω) στη θερμοκρασία του φούρνου Γ (θ_{Γ}) και α ο θερμοκρασιακός συντελεστής του λευκόχρυσου. Έτσι έχουμε:

$$R_{RTD} = 200 \cdot (1 + 0,004 \cdot \theta_{\Gamma}) = 200 + 0,8 \cdot \theta_{\Gamma} \text{ (}\Omega\text{)}.$$

Το RTD συνδέεται σε διαιρέτη τάσης με τάση εξόδου την V_R , η οποία υπολογίζεται ως εξής:

$$V_R = \frac{R}{R_{RTD} + R + R} \cdot V_{in} \Rightarrow V_R = \frac{200}{200 + 0,8 \cdot \theta_{\Gamma} + 200 + 200} \cdot 6 \Rightarrow$$

$$V_R = \frac{1200}{600 + 0,8 \cdot \theta_{\Gamma}} \text{ (V)}.$$

Η έξοδος του διαιρέτη τάσης, συνδέεται στην είσοδο του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή Β, του οποίου η αντίσταση εισόδου είναι άπειρη, με αποτέλεσμα το ρεύμα που κατευθύνεται προς την έξοδο του διαιρέτη τάσης να είναι μηδενικό. Στον ενισχυτή αυτόν, η τάση εξόδου του είναι ίση με την τάση εισόδου του. Αυτό συμβαίνει διότι στον ιδανικό τελεστικό ενισχυτή ισχύει ότι $V_+ = V_-$ (ιδιότητα αντιγραφής των τάσεων στις εισόδους του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή) και αφού η τάση εισόδου τροφοδοτεί τη μη αντιστρέφουσα είσοδο και η έξοδος συνδέεται στην αντιστρέφουσα είσοδο του τελεστικού ενισχυτή, προκύπτει εύκολα ότι η τάση εξόδου αυτού του τελεστικού ενισχυτή ισούται με την τάση εισόδου του. Η εν λόγω συνδεσμολογία είναι γνωστή ως ακολουθητής τάσης ή απομονωτής.

Επομένως, η τάση εξόδου του διαιρέτη τάσης (V_R) τροφοδοτεί τη μία από τις δύο εισόδους του κυκλώματος που ακολουθεί και περιλαμβάνει 4 αντιστάσεις και τον ιδανικό τελεστικό ενισχυτή Γ. Η άλλη είσοδος του κυκλώματος αυτού τροφοδοτείται με την τάση V_A που προσδιορίστηκε παραπάνω.

Για τον υπολογισμό της τάσης εξόδου V_{out} της διάταξης, εφαρμόζουμε την μέθοδο ανάλυσης των κόμβων, στο κύκλωμα που περιλαμβάνει 4 αντιστάσεις και τον ιδανικό τελεστικό ενισχυτή Γ. Εφαρμόζουμε δηλαδή, τον 1ο κανόνα Kirchhoff στον κόμβο της αντιστρέφουσας εισόδου και στον κόμβο της μη αντιστρέφουσας εισόδου του τελεστικού ενισχυτή Γ. Σε καθένα από τους κόμβους αυτούς, εξισώνουμε το άθροισμα των αγωγιμοτήτων (δηλαδή των αντιστροφών αντιστάσεων) που ξεκινούν από τους κόμβους αυτούς, πολλαπλασιασμένο με την τάση τους, με το άθροισμα των γινομένων των αγωγιμοτήτων αυτών με τις τάσεις των κόμβων στους οποίους καταλήγουν.

Στον κόμβο της μη αντιστρέφουσας εισόδου του τελεστικού ενισχυτή Γ, έχουμε:

$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right) \cdot V_+ = \frac{V_A}{R} + \frac{V_R}{R} \Rightarrow 2 \cdot V_+ = V_A + V_R \Rightarrow V_+ = \frac{V_A + V_R}{2}.$$

Στον κόμβο της αντιστρέφουσας εισόδου του τελεστικού ενισχυτή, έχουμε:

$$\left(\frac{1}{3 \cdot R} + \frac{1}{9 \cdot R}\right) \cdot V_- = \frac{V_o}{9 \cdot R} \Rightarrow \frac{4}{9} \cdot V_- = \frac{V_o}{9} \Rightarrow V_o = 4 \cdot V_-.$$

Συνδυάζοντας τις δύο παραπάνω σχέσεις και χρησιμοποιώντας την ιδιότητα αντιγραφής των τάσεων στις εισόδους του τελεστικού ενισχυτή ($V_+ = V_-$), καταλήγουμε στην ακόλουθη σχέση:

$$V_o = 4 \cdot V_- \Rightarrow V_o = 4 \cdot \frac{V_A + V_R}{2} \Rightarrow V_o = 2 \cdot (V_A + V_R).$$

Αντικαθιστώντας στην παραπάνω σχέση τις σχέσεις υπολογισμού των τάσεων V_A και V_R , καταλήγουμε στον προσδιορισμό της τάσης V_o σε σχέση με τις θερμοκρασίες θ_A , θ_B και θ_{Γ} των τριών φούρνων.

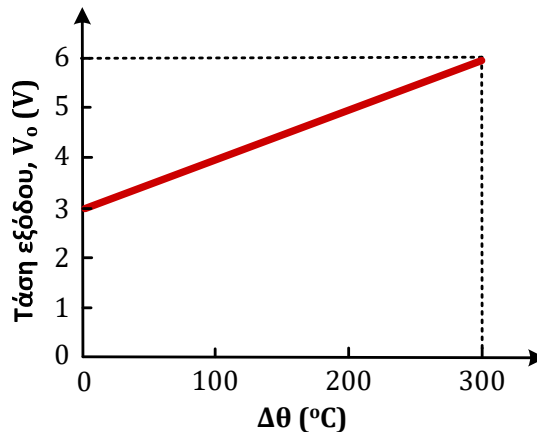
$$V_o = 2 \cdot (V_A + V_R) \Rightarrow V_o = 2 \cdot \left[0,005 \cdot (\theta_A - \theta_B) + \frac{1200}{600 + 0,8 \cdot \theta_T} \right] \Rightarrow$$

$$V_o = 0,01 \cdot (\theta_A - \theta_B) + \frac{2400}{600 + 0,8 \cdot \theta_T} \text{ (V)}.$$

β) Όταν η θερμοκρασία στον φούρνο Γ είναι $\theta_T = 250^\circ\text{C}$, η παραπάνω σχέση γίνεται:

$$V_o = 0,01 \cdot (\theta_A - \theta_B) + \frac{2400}{600 + 0,8 \cdot 250} \Rightarrow V_o = 0,01 \cdot \Delta\theta + 3 \text{ (V)}.$$

Η παραπάνω συνάρτηση της τάσης εξόδου V_o της διάταξης με τη διαφορά θερμοκρασίας $\Delta\theta$ των φούρνων Α και Β είναι γραμμική, συνεπώς για το σχεδιασμό της απαιτούμενης ευθείας γραφικής παράστασης, αρκεί ο προσδιορισμός των δύο ακραίων σημείων της. Για $\Delta\theta = 0^\circ\text{C}$ προκύπτει ότι $V_o = 3 \text{ V}$, ενώ για $\Delta\theta = 300^\circ\text{C}$ προκύπτει ότι $V_o = 6 \text{ V}$. Συνεπώς, η ζητούμενη γραφική παράσταση έχει ως εξής:



γ) Για έναν μετατροπέα Α/Δ με η δυαδικά ψηφία εξόδου, η ψηφιακή έξοδος μπορεί να λάβει 2^n διαφορετικές τιμές, συνεπώς εάν το εύρος μετατροπής είναι V_{ref} , θα προκύπτει διαφορετική τιμή εξόδου όταν οι τάσεις εισόδου διαφέρουν τουλάχιστον κατά $V_{ref} / 2^n$. Η τιμή αυτή αποτελεί και το βήμα διακριτότητας του μετατροπέα. Λόγω του ότι ο μετατροπέας Α/Δ που περιλαμβάνεται στο κύκλωμα έχει εύρος μετατροπής 8 V και περιλαμβάνει 5 ψηφία εξόδου (δηλαδή, $n = 5$), το βήμα διακριτότητας υπολογίζεται ως εξής:

$$\frac{V_{ref}}{2^n} = \frac{8 \text{ V}}{2^5} = \frac{8}{32} \text{ V} = 0,25 \text{ V}.$$

Αυτό σημαίνει ότι οι τάσεις εισόδου του μετατροπέα που αντιστοιχούν σε διαδοχικούς συνδυασμούς των ψηφίων εξόδου διαφέρουν κατά 0,25 V.

Από την σχέση προσδιορισμού της V_o του προηγούμενου ερωτήματος, προκύπτει ότι όταν $\Delta\theta = 100^\circ\text{C}$:

$$V_o = 0,01 \cdot \Delta\theta + 3 = (0,01 \cdot 100 + 3) = 4 \text{ V}.$$

Εάν διαιρέσουμε την τάση εξόδου των 4 V με το βήμα διακριτότητας, προκύπτει η δεκαδική μορφή της ψηφιακής λέξης εξόδου, δηλαδή $4 / 0,25 = 16$, η οποία σε δυαδική μορφή με 5 ψηφία, είναι η λέξη 10000.

Όπως υπολογίστηκε στο προηγούμενο ερώτημα, όταν $\Delta\theta = 300^\circ\text{C}$, τότε $V_o = 6 \text{ V}$. Εάν διαιρέσουμε την τάση εξόδου των 6 V με το βήμα διακριτότητας, προκύπτει η δεκαδική μορφή της ψηφιακής λέξης εξόδου, δηλαδή $6 / 0,25 = 24$, η οποία σε δυαδική μορφή με 5 ψηφία, είναι η λέξη 11000.

Επομένως, οι διαφορετικές ψηφιακές λέξεις που θα εμφανιστούν στην έξοδο του μετατροπέα Α/Δ, όταν η διαφορά θερμοκρασίας $\Delta\theta = \theta_A - \theta_B$ μεταβάλλεται από 100°C έως 300°C και η θερμοκρασία στον φούρνο Γ είναι $\theta_T = 250^\circ\text{C}$, είναι σε δεκαδική μορφή οι λέξεις 16 έως και 24, δηλαδή σε δυαδική μορφή οι λέξεις: **10000, 10001, 10010, 10011, 10100, 10101, 10110, 10111 και 11000**.

δ) Στο ερώτημα (β), προέκυψε ότι η τάση εξόδου V_o της διάταξης σε σχέση με τη διαφορά θερμοκρασίας $\Delta\theta = \theta_A - \theta_B$, όταν η θερμοκρασία στον φούρνο Γ είναι $\theta_T = 250^\circ\text{C}$, δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$V_o = 0,01 \cdot \Delta\theta + 3.$$

Αφού κατά την έναρξη λειτουργίας του μετατροπέα οι έξοδοι του δυαδικού μετρητή είναι μηδενικές, αρχικά

η ψηφιακή έξοδος αποτελείται από 5 μηδενικά. Μετά από κάθε παλμό του σήματος ρολογιού, η ψηφιακή έξοδος αυξάνεται κατά ένα, με αποτέλεσμα για την μετατροπή της τάσης $V_o = 0,01 \cdot \Delta\theta + 3$ να απαιτούνται $(0,01 \cdot \Delta\theta + 3) / 0,25$ παλμοί του σήματος ρολογιού.

Αφού η διάρκεια παλμού (περίοδος) του σήματος ρολογιού είναι $1 / 25 \text{ kHz} = 40 \mu\text{s}$, ο χρόνος μετατροπής (t_c), δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$t_c = \frac{0,01 \cdot \Delta\theta + 3}{0,25} \cdot 40 \mu\text{s} \Rightarrow t_c = (1,6 \cdot \Delta\theta + 480) \mu\text{s}.$$

- ε) Στο ερώτημα (β), προέκυψε ότι η τάση εξόδου V_o της διάταξης σε σχέση με τη διαφορά θερμοκρασίας $\Delta\theta = \theta_A - \theta_B$, όταν η θερμοκρασία στον φούρνο Γ είναι $\theta_\Gamma = 250^\circ\text{C}$, δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$V_o = 0,01 \cdot \Delta\theta + 3 \Rightarrow \Delta\theta = \frac{V_o - 3}{0,01}.$$

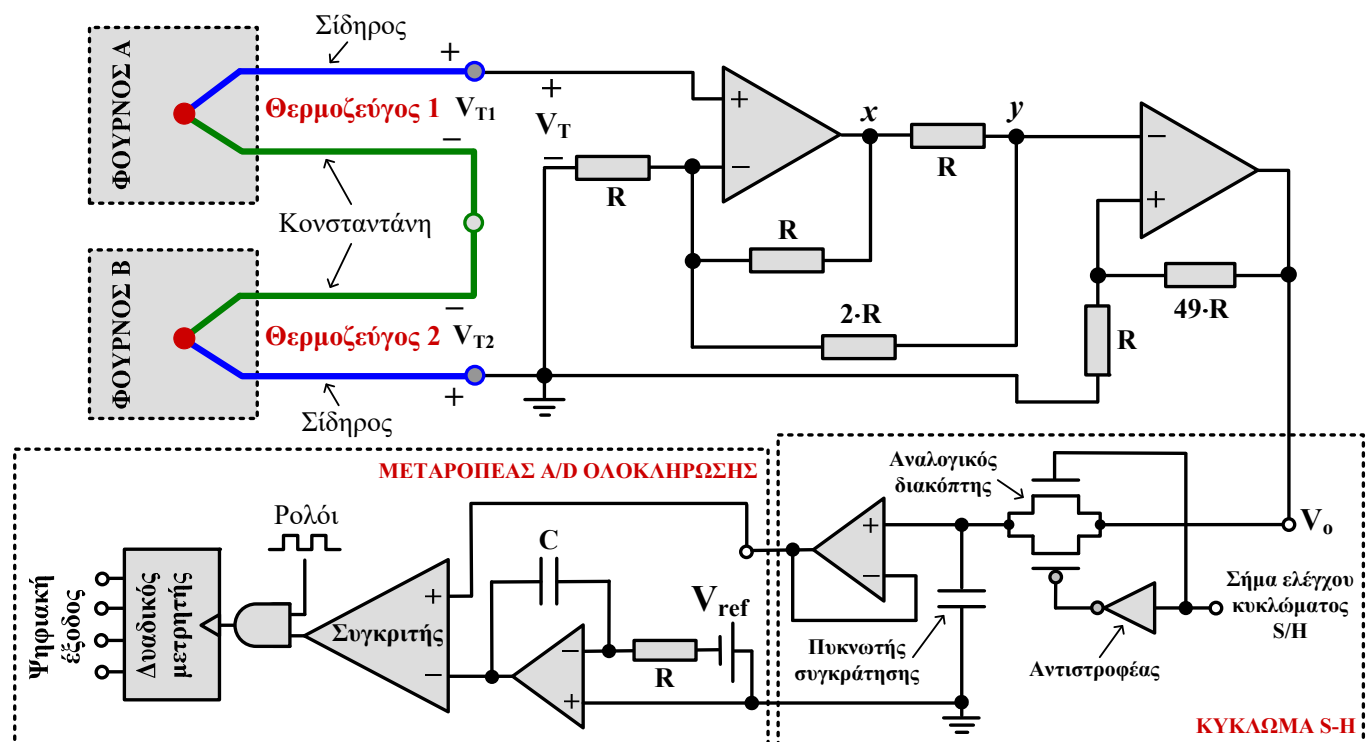
Από την παραπάνω σχέση προκύπτει ότι, όταν οι ενδείξεις της τάσης εξόδου V_o είναι 0, 2 V, 4 V και 6 V, οι αντίστοιχες ενδείξεις της διαφοράς θερμοκρασίας $\Delta\theta = \theta_A - \theta_B$ που πρέπει να γραφτούν στο βολτόμετρο, έτσι ώστε αυτό να μετατραπεί (βαθμονομηθεί) σε ενδείκτη διαφοράς θερμοκρασίας, είναι οι ακόλουθες:

$$\text{I} = -300^\circ\text{C}, \text{II} = -100^\circ\text{C}, \text{III} = 100^\circ\text{C} \text{ και } \text{IV} = 300^\circ\text{C}.$$

Η διάταξη του παρακάτω σχήματος που χρησιμοποιείται για τη μέτρηση θερμοκρασίας σε δύο φούρνους Α και Β, περιλαμβάνει δύο θερμοζεύγη σιδήρου-κονσταντάνης με σταθερά $C = 50 \mu\text{V} / ^\circ\text{C}$, δύο ιδανικούς τελεστικούς ενισχυτές, έξι αντιστάσεις, κύκλωμα δειγματοληψίας και συγκράτησης (sample and hold, S-H) και μετατροπέα αναλογικού σήματος σε ψηφιακό (Α/Δ) τύπου ολοκλήρωσης. Δίνονται: θερμοκρασία περιβάλλοντος $= 20^\circ\text{C}$, $R = 10 \text{ k}\Omega$, $C = 0.1 \mu\text{F}$, τάση αναφοράς μετατροπέα $V_{\text{ref}} = 4 \text{ V}$, συχνότητα σήματος ρολογιού $f = 16 \text{ kHz}$.

- Να προσδιορίσετε την τάση V_o του κυκλώματος σε σχέση με τις θερμοκρασίες θ_A και θ_B των δύο φούρνων.
- Να περιγράψετε σύντομα, αλλά με σαφήνεια, τη λειτουργία του μετατροπέα αναλογικού σήματος σε ψηφιακό (Α/Δ) τύπου ολοκλήρωσης.
- Να υπολογίσετε το χρόνο μετατροπής της τάσης V_o του κυκλώματος σε ψηφιακή λέξη, όταν η θερμοκρασία του φούρνου Α (θ_A) είναι 800°C και η θερμοκρασία του φούρνου Β (θ_B) είναι 500°C .
- Να προσδιορίσετε την ψηφιακή λέξη που θα εμφανιστεί στην έξοδο του μετατροπέα αναλογικού σήματος σε ψηφιακό, για τις θερμοκρασίες που αναφέρονται στο ερώτημα (γ).
- Να υπολογίσετε το μικρότερο δυνατό χρόνο για τον οποίο το σήμα ελέγχου του κυκλώματος δειγματοληψίας και συγκράτησης πρέπει να τεθεί στη χαμηλή στάθμη τάσης (λογικό 0), έτσι ώστε να λειτουργήσει σωστά ο μετατροπέας Α/Δ για τη μετατροπή της τάσης V_o , όταν η θερμοκρασία του φούρνου Α (θ_A) είναι 1000°C και η θερμοκρασία του φούρνου Β (θ_B) είναι 500°C .

Να θεωρήσετε ότι κατά την έναρξη της μετατροπής μιας τιμής της τάσης V_o του κυκλώματος σε ψηφιακή μορφή, οι έξοδοι του δυαδικού μετρητή είναι μηδενικές.



- Στη διάταξη του σχήματος παρατηρούμε ότι V_T είναι η τάση μεταξύ των θετικών ακροδεκτών των δύο θερμοζευγών. Συνεπώς, αυτή υπολογίζεται από τη σχέση $V_T = V_{T1} - V_{T2}$. Η «θερμή» επαφή του πρώτου θερμοζεύγους βρίσκεται στο φούρνο Α (θερμοκρασία θ_A), ενώ η «θερμή» επαφή του δεύτερου θερμοζεύγους βρίσκεται στο φούρνο Β (θερμοκρασία θ_B). Οι «ψυχρές» επαφές των δύο θερμοζευγών βρίσκονται σε θερμοκρασία περιβάλλοντος (20°C). Συνεπώς, η τάση V_T υπολογίζεται ως εξής:

$$V_T = V_{T1} - V_{T2} \Rightarrow V_T = C \cdot (\theta_A - 20^\circ\text{C}) - C \cdot (\theta_B - 20^\circ\text{C}) \Rightarrow V_T = C \cdot (\theta_A - \theta_B) \Rightarrow$$

$$V_T = 50 \frac{\mu V}{^\circ C} \cdot (\theta_A - \theta_B) \Rightarrow V_T = 5 \cdot 10^{-5} \cdot (\theta_A - \theta_B) \text{ (σε V)}. \quad (1)$$

Για να προσδιορίσουμε την τάση εξόδου V_y του κυκλώματος που περιλαμβάνει τον πρώτο ιδανικό τελεστικό ενισχυτή, χρησιμοποιούμε τη μέθοδο ανάλυσης των κόμβων, δηλαδή εφαρμόζουμε τον 1^ο κανόνα Kirchhoff στον κόμβο του ακροδέκτη αντιστροφής του τελεστικού ενισχυτή και στον κόμβο (x) του ακροδέκτη εξόδου του τελεστικού ενισχυτή, οι οποίοι δεν αποτελούν είσοδο ή έξοδο του κυκλώματος. Θα πρέπει να εξισώσουμε το άθροισμα των αγωγιμοτήτων (δηλαδή, των αντίστροφων αντιστάσεων) που ξεκινούν από τους κόμβους αυτούς, πολλαπλασιασμένο με την τάση τους, με το άθροισμα των γινομένων των αγωγιμοτήτων αυτών με τις τάσεις των κόμβων στους οποίους καταλήγουν.

Λόγω της ιδιότητας αντιγραφής των τάσεων στους ακροδέκτες του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή, ισχύει ότι:

$$V_- = V_+ = V_T. \quad (2)$$

Στον κόμβο του ακροδέκτη αντιστροφής (-) του τελεστικού ενισχυτή, έχουμε:

$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{2 \cdot R} \right) \cdot V_- = \frac{1}{R} \cdot 0 + \frac{1}{R} \cdot V_x + \frac{1}{2 \cdot R} \cdot V_y \stackrel{(2)}{\Rightarrow} 2.5 \cdot V_T = V_x + 0.5 \cdot V_y \Rightarrow V_x = 2.5 \cdot V_T - 0.5 \cdot V_y. \quad (3)$$

Στον κόμβο (x) του ακροδέκτη εξόδου του τελεστικού ενισχυτή, έχουμε:

$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} \right) \cdot V_x = \frac{1}{R} \cdot V_- + \frac{1}{R} \cdot V_y \stackrel{(2)}{\Rightarrow} 2 \cdot V_x = V_T + V_y \stackrel{(3)}{\Rightarrow}$$

$$2 \cdot (2.5 \cdot V_T - 0.5 \cdot V_y) = V_T + V_y \Rightarrow 5 \cdot V_T - V_y = V_T + V_y \Rightarrow 2 \cdot V_y = 4 \cdot V_T \Rightarrow V_y = 2 \cdot V_T. \quad (4)$$

Το κύκλωμα που περιλαμβάνει το δεύτερο ιδανικό τελεστικό ενισχυτή και τις αντιστάσεις R και $49 \cdot R$, είναι κύκλωμα ενισχυτή μη αντιστροφής με είσοδο την τάση V_y . Συνεπώς, η τάση εξόδου του V_o έχει ως εξής:

$$V_o = \left(1 + \frac{49 \cdot R}{R} \right) \cdot V_y \Rightarrow V_o = 50 \cdot V_y \stackrel{(4)}{\Rightarrow} V_o = 100 \cdot V_T \stackrel{(1)}{\Rightarrow} V_o = 100 \cdot 5 \cdot 10^{-5} \cdot (\theta_A - \theta_B) \stackrel{(1)}{\Rightarrow} \\ \Rightarrow V_o = 0.005 \cdot (\theta_A - \theta_B) \text{ (σε V)}.$$

β) Στο συγκριτή του μετατροπέα A/D τύπου ολοκλήρωσης, εκτελείται σύγκριση της αναλογικής τάσης εισόδου του μετατροπέα, που λαμβάνεται από το κύκλωμα S-H, με το ολοκλήρωμα της τάσης αναφοράς (V_{ref}) ως προς το χρόνο (διαμερισμένο με $R \cdot C$). Όταν το ολοκλήρωμα της V_{ref} είναι μικρότερο από την τάση εισόδου του μετατροπέα, η έξοδος του συγκριτή ισούται με 1. Οι παλμοί του σήματος ρολογιού τροφοδοτούν τον μετρητή (μέσω της πύλης AND) και η ψηφιακή έξοδος του μετρητή αυξάνεται κατά 1 για κάθε παλμό του σήματος ρολογιού. Όταν το ολοκλήρωμά της V_{ref} ως προς το χρόνο (διαμερισμένο με $R \cdot C$) γίνει ίσο με την τάση εισόδου του μετατροπέα, η έξοδος του συγκριτή γίνεται 0 και σταματά η μέτρηση, αφού ο μετρητής δε λαμβάνει παλμούς του σήματος ρολογιού. Τότε, η μετατροπή ολοκληρώνεται και η ψηφιακή έξοδος του μετρητή αντιστοιχεί στην αναλογική τάση εισόδου του μετατροπέα.

γ) Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, η μετατροπή ολοκληρώνεται όταν το ολοκλήρωμά της V_{ref} ως προς το χρόνο (διαμερισμένο με $R \cdot C$) γίνει ίσο με την τάση εισόδου του μετατροπέα, δηλαδή όταν:

$$-\frac{1}{R \cdot C} \cdot \int (-V_{ref}) dt = V_o \Rightarrow \frac{V_{ref}}{R \cdot C} \cdot t = V_o \Rightarrow t = \frac{V_o \cdot R \cdot C}{V_{ref}}.$$

Όταν η θερμοκρασία του φούρνου A (θ_A) είναι $800^\circ C$ και η θερμοκρασία του φούρνου B (θ_B) είναι $500^\circ C$, η τάση V_o (που είναι και η τάση που μετατρέπεται σε ψηφιακή μορφή) είναι:

$$V_o = 0.005 \cdot (\theta_A - \theta_B) \Rightarrow V_o = 0.005 \cdot (800 - 500) V \Rightarrow V_o = 1.5 V.$$

Σύμφωνα με την προηγούμενη σχέση, ο χρόνος μετατροπής της τάσης $V_o = 1.5 V$, είναι:

..

- δ) Η διάρκεια ενός παλμού του σήματος ρολογιού είναι: $T = 1 / f = 1 / 16 \text{ kHz} = 0.0625 \text{ ms}$. Εάν διαιρέσουμε το χρόνο μετατροπής (t), που προέκυψε στο προηγούμενο ερώτημα, με τη διάρκεια ενός παλμού του σήματος ρολογιού (T), προκύπτει η δεκαδική μορφή της ψηφιακής εξόδου του μετατροπέα:

$$t / T = 0.375 \text{ ms} / 0.0625 \text{ ms} = 6,$$

και λόγω του ότι ο μετρητής του μετατροπέα διαθέτει 4 ψηφία εξόδου, η ζητούμενη ψηφιακή έξοδος είναι: **0110** (δηλαδή, ο αριθμός 6 στο δυαδικό σύστημα με 4 ψηφία).

- ε) Όταν το σήμα ελέγχου του κυκλώματος δειγματοληψίας και συγκράτησης (S-H) τίθεται σε χαμηλή στάθμη τάσης, η τάση εξόδου του κυκλώματος S-H που αποτελεί και την τάση εισόδου του μετατροπέα A/D, διατηρείται σταθερή. Αυτό πρέπει να συμβαίνει τουλάχιστον για το χρονικό διάστημα διαρκεί η μετατροπή της τάσης εισόδου του μετατροπέα σε ψηφιακή μορφή.

Έτσι, όταν η θερμοκρασία του φούρνου A (θ_A) είναι 1000°C και η θερμοκρασία του φούρνου B (θ_B) είναι 500°C , το σήμα ελέγχου του κυκλώματος S-H θα πρέπει να τεθεί στη χαμηλή στάθμη τάσης (λογικό 0) τουλάχιστον για χρόνο ίσο με το χρόνο που χρειάζεται ο μετατροπέας για να μετατρέψει την τάση,

$$V_o = 0.005 \cdot (\theta_A - \theta_B) \Rightarrow V_o = 0.005 \cdot (1000 - 500) \text{ V} \Rightarrow V_o = 2.5 \text{ V},$$

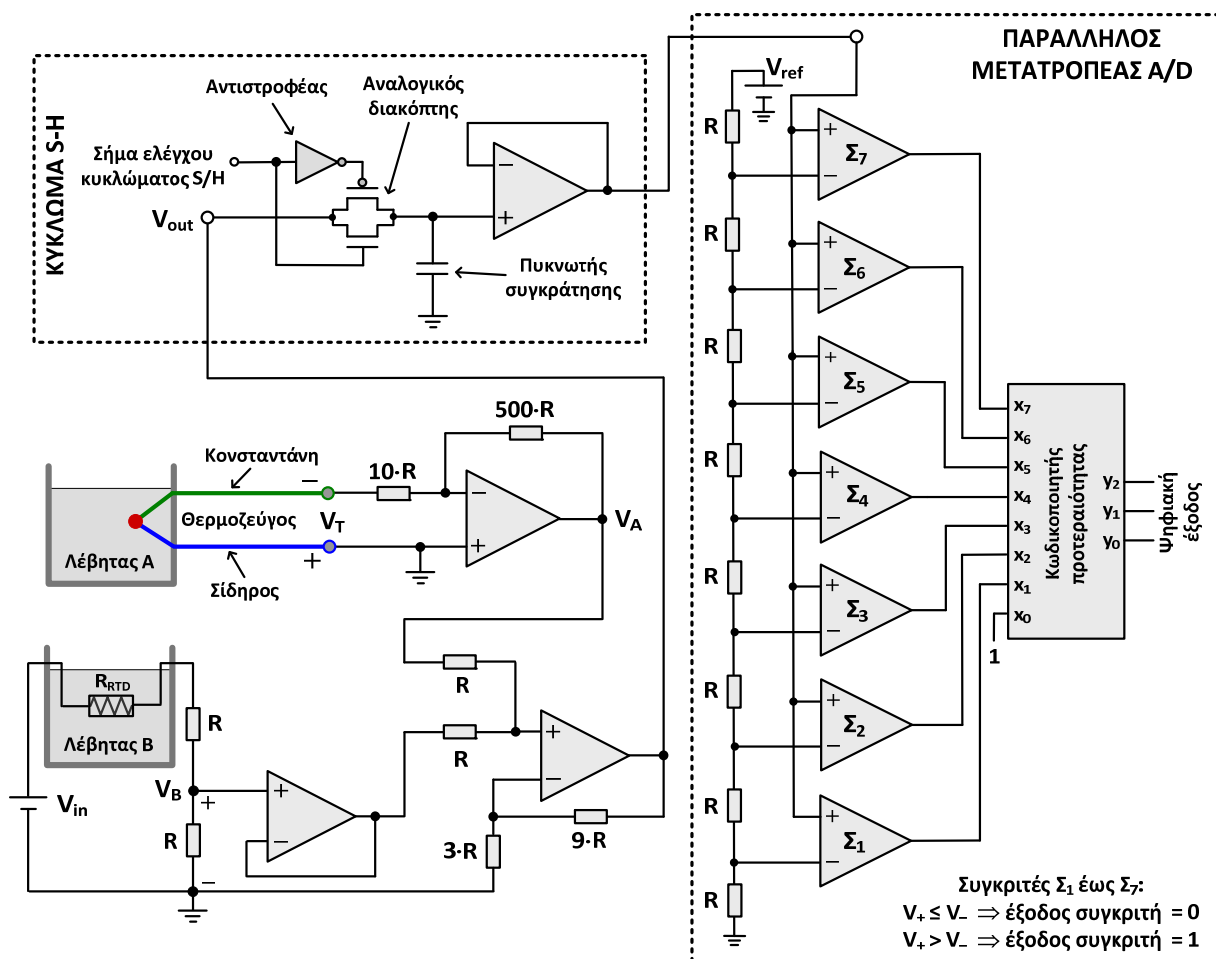
σε ψηφιακή μορφή, δηλαδή για χρόνο:

$$t = \frac{V_o \cdot R \cdot C}{V_{\text{ref}}} \Rightarrow t = \frac{2.5 \text{ V} \cdot 10 \cdot 10^3 \Omega \cdot 0.1 \cdot 10^{-6} \text{ F}}{4 \text{ V}} \Rightarrow t = 0.625 \text{ ms}.$$

Η διάταξη του παρακάτω σχήματος που χρησιμοποιείται για τη μέτρηση θερμοκρασίας σε δύο λέβητες A και B, περιλαμβάνει θερμοζεύγος σιδήρου-κονσταντάνης, θερμομέτρο αντίστασης (RTD) λευκόχρυσου, η αντίσταση του οποίου (R_{RTD}) μετρήθηκε $100\ \Omega$ σε θερμοκρασία $0\ ^\circ\text{C}$, τρεις ιδανικούς τελεστικούς ενισχυτές, οκτώ αντιστάσεις, κύκλωμα δειγματοληψίας και συγκράτησης (sample and hold, S-H) και παράλληλο μετατροπέα αναλογικού σήματος σε ψηφιακό (A/D). Δίνονται: θερμοκρασία περιβάλλοντος = $20\ ^\circ\text{C}$, θερμοκρασιακός συντελεστής λευκόχρυσου = $0.004\ ^\circ\text{C}^{-1}$, σταθερά θερμοζεύγους = $50\ \mu\text{V} / ^\circ\text{C}$, $R = 100\ \Omega$, $V_{in} = 2\ \text{V}$, $V_{ref} = 4\ \text{V}$.

Ο μετατροπέας A/D της διάταξης περιλαμβάνει οκτώ αντιστάσεις, επτά συγκριτές και κωδικοποιητή προτεραιότητας. Στον κωδικοποιητή αυτόν, όταν περισσότερες από μία εισόδους λαμβάνουν λογική τιμή 1, η έξοδος του καθορίζεται από την είσοδο με τη μεγαλύτερη προτεραιότητα. Μεγαλύτερη προτεραιότητα έχει η είσοδος x_7 και μικρότερη προτεραιότητα έχει η είσοδος x_0 . Η ψηφιακή έξοδος του κωδικοποιητή ισούται με το δείκτη της εισόδου με τη μεγαλύτερη προτεραιότητα που έχει τιμή 1. Για παράδειγμα, όταν $x_7 = x_6 = 0$ και $x_5 = 1$, τότε η έξοδος του κωδικοποιητή είναι 5 (δηλαδή, $y_2 y_1 y_0 = 101$), ανεξάρτητα από τις τιμές των εισόδων x_4 έως x_0 .

- Να προσδιορίσετε την τάση V_{out} του κυκλώματος σε σχέση με τις θερμοκρασίες θ_A και θ_B στους δύο λέβητες.
- Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της τάσης V_{out} του κυκλώματος ως προς τη θερμοκρασία στο λέβητα A, για θερμοκρασίες από $\theta_A = 0\ ^\circ\text{C}$ έως $\theta_A = 500\ ^\circ\text{C}$, όταν η θερμοκρασία στο λέβητα B είναι $\theta_B = 250\ ^\circ\text{C}$.
- Να αναφέρετε τι είναι η διαδικασία της συγκράτησης και να περιγράψετε σύντομα τη λειτουργία του κυκλώματος δειγματοληψίας και συγκράτησης κατά τη διαδικασία αυτή.
- Να προσδιορίσετε την ψηφιακή λέξη που θα εμφανιστεί στις εξόδους των επτά συγκριτών (Σ_7 έως Σ_1) του μετατροπέα A/D και την ψηφιακή λέξη που θα εμφανιστεί στην έξοδο του μετατροπέα A/D, όταν $\theta_A = \theta_B = 250\ ^\circ\text{C}$, καθώς και όταν $\theta_A = \theta_B = 500\ ^\circ\text{C}$, εξηγώντας τις απαντήσεις σας.
- Να αναφέρετε το βασικό μειονέκτημα και το βασικό πλεονέκτημα του παράλληλου μετατροπέα A/D και να αποφανθείτε σχετικά με το σε ποια από τις δύο περιπτώσεις που αναφέρονται στο ερώτημα (δ) απαιτείται μεγαλύτερος χρόνος μετατροπής, εξηγώντας την απάντησή σας.



- α) Η μία επαφή του θερμοζεύγους βρίσκεται στο λέβητα Α (θερμοκρασία $T_1 = \theta_A$), ενώ η άλλη επαφή, που συνδέεται στην είσοδο ενός ενισχυτή αντιστροφής, βρίσκεται σε θερμοκρασία περιβάλλοντος ($T_2 = 20^\circ\text{C}$). Συνεπώς η τάση (V_T) του θερμοζεύγους έχει ως εξής:

$$V_T = C \cdot (T_1 - T_2) \Rightarrow V_T = 50 \frac{\mu\text{V}}{^\circ\text{C}} \cdot (\theta_A - 20^\circ\text{C}) \Rightarrow V_T = 5 \cdot 10^{-5} \cdot (\theta_A - 20) \text{ (σε V)}.$$

Στη συνέχεια, λαμβάνοντας υπόψη ότι στην είσοδο του ενισχυτή αντιστροφής συνδέεται ο αρνητικός ακροδέκτης του θερμοζεύγους (κονσταντάνη) προσδιορίζουμε την τάση εξόδου του ενισχυτή αντιστροφής V_A :

$$V_A = -\frac{500 \cdot R}{10 \cdot R} \cdot (-V_T) \Rightarrow V_A = 50 \cdot V_T \Rightarrow V_A = 50 \cdot 5 \cdot 10^{-5} \cdot (\theta_A - 20) \Rightarrow V_A = 0.0025 \cdot (\theta_A - 20) \text{ (σε V)}. \quad (1)$$

Για το RTD λευκόχρυσου που είναι τοποθετημένο στο λέβητα Β, ισχύει ότι:

$$R_{\text{RTD}} = R_{\text{RTD}0} \cdot (1 + \alpha \cdot \theta_B),$$

όπου: $R_{\text{RTD}0}$ η αντίσταση (Ω) σε θερμοκρασία 0°C , R_{RTD} η αντίσταση (Ω) στη θερμοκρασία του λέβητα Β (θ_B) και α ο θερμοκρασιακός συντελεστής του λευκόχρυσου. Έτσι έχουμε:

$$R_{\text{RTD}} = 100 \cdot (1 + 0.004 \cdot \theta_B) = 100 + 0.4 \cdot \theta_B \text{ (σε } \Omega\text{)}.$$

Το RTD συνδέεται σε διαιρέτη τάσης με τάση εξόδου την V_B , η οποία υπολογίζεται ως εξής:

$$V_B = \frac{R}{R_{\text{RTD}} + R + R} \cdot V_{\text{in}} \Rightarrow V_B = \frac{100}{100 + 0.4 \cdot \theta_B + 100 + 100} \cdot 2 \Rightarrow V_B = \frac{200}{300 + 0.4 \cdot \theta_B} \text{ (σε V)}. \quad (2)$$

Η έξοδος του διαιρέτη τάσης, συνδέεται στην είσοδο ενός ιδανικού τελεστικού ενισχυτή, του οποίου η αντίσταση εισόδου είναι άπειρη, με αποτέλεσμα το ρεύμα που κατευθύνεται προς την έξοδο του διαιρέτη τάσης να είναι μηδενικό. Στον ενισχυτή αυτόν, η τάση εξόδου του είναι ίση με την τάση εισόδου του. Αυτό συμβαίνει διότι στον ιδανικό τελεστικό ενισχυτή ισχύει ότι $V_+ = V_-$ (ιδιότητα αντιγραφής των τάσεων στις εισόδους του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή) και αφού η τάση εισόδου τροφοδοτεί τη μη αντιστρέφουσα είσοδο και η έξοδος συνδέεται στην αντιστρέφουσα είσοδο του τελεστικού ενισχυτή, προκύπτει εύκολα ότι η τάση εξόδου αυτού του τελεστικού ενισχυτή ισούται με την τάση εισόδου του. Η εν λόγω συνδεσμολογία είναι γνωστή ως ακολουθητής τάσης ή απομονωτής.

Επομένως, η τάση εξόδου του διαιρέτη τάσης (V_B) τροφοδοτεί τη μία από τις δύο εισόδους του κυκλώματος που ακολουθεί και περιλαμβάνει 4 αντιστάσεις και έναν ιδανικό τελεστικό ενισχυτή. Η άλλη είσοδος του κυκλώματος αυτού τροφοδοτείται με την τάση V_A που προσδιορίστηκε παραπάνω.

Για τον υπολογισμό της τάσης εξόδου του κυκλώματος (V_{out}), εφαρμόζουμε την μέθοδο ανάλυσης των κόμβων, στο κύκλωμα που περιλαμβάνει 4 αντιστάσεις και έναν ιδανικό τελεστικό ενισχυτή. Εφαρμόζουμε δηλαδή, τον 1^ο κανόνα Kirchhoff στον κόμβο της αντιστρέφουσας εισόδου και στον κόμβο της μη αντιστρέφουσας εισόδου του τελεστικού ενισχυτή. Σε καθένα από τους κόμβους αυτούς, εξισώνουμε το άθροισμα των αγωγιμοτήτων (δηλαδή των αντιστροφών αντιστάσεων) που ξεκινούν από τους κόμβους αυτούς, πολλαπλασιασμένο με την τάση τους, με το άθροισμα των γινομένων των αγωγιμοτήτων αυτών με τις τάσεις των κόμβων στους οποίους καταλήγουν.

Στον κόμβο της μη αντιστρέφουσας εισόδου του τελεστικού ενισχυτή, έχουμε:

$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right) \cdot V_+ = \frac{V_A}{R} + \frac{V_B}{R} \Rightarrow 2 \cdot V_+ = V_A + V_B \Rightarrow V_+ = \frac{V_A + V_B}{2}. \quad (3)$$

Στον κόμβο της αντιστρέφουσας εισόδου του τελεστικού ενισχυτή, έχουμε:

$$\left(\frac{1}{3 \cdot R} + \frac{1}{9 \cdot R}\right) \cdot V_- = \frac{V_{\text{out}}}{9 \cdot R} \Rightarrow \frac{4}{9} \cdot V_- = \frac{V_{\text{out}}}{9} \xrightarrow{(3)} 4 \cdot \frac{V_A + V_B}{2} = V_{\text{out}} \Rightarrow V_{\text{out}} = 2 \cdot (V_A + V_B).$$

Στην παραπάνω σχέση, χρησιμοποιήθηκε η ιδιότητα αντιγραφής των τάσεων στις εισόδους του τελεστικού ενισχυτή ($V_+ = V_-$).

Αντικαθιστώντας στην παραπάνω σχέση τις σχέσεις υπολογισμού των τάσεων V_A και V_B , καταλήγουμε στον προσδιορισμό της τάσης V_{out} σε σχέση με τις θερμοκρασίες θ_A και θ_B στους δύο λέβητες.

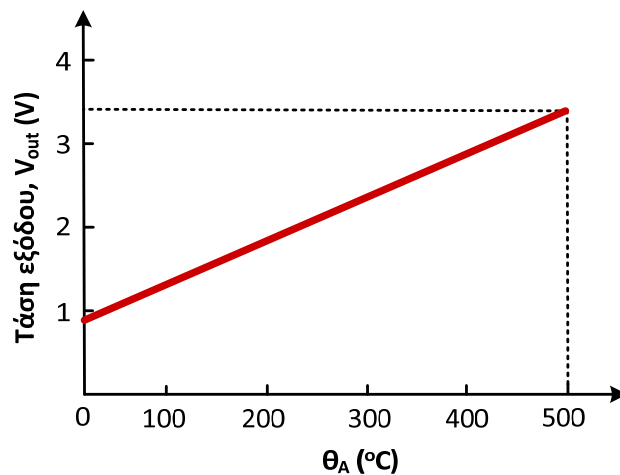
$$V_{out} = 2 \cdot (V_A + V_B) \xrightarrow{(1),(2)} V_{out} = 2 \cdot \left[0.0025 \cdot (\theta_A - 20) + \frac{200}{300 + 0.4 \cdot \theta_B} \right] \Rightarrow$$

$$V_{out} = 0.005 \cdot \theta_A - 0.1 + \frac{1}{0.75 + 0.001 \cdot \theta_B} \quad (\text{σε V}).$$

β) Όταν η θερμοκρασία στο λέβητα B είναι 250 °C, η παραπάνω σχέση γίνεται:

$$V_{out} = 0.005 \cdot \theta_A - 0.1 + \frac{1}{0.75 + 0.001 \cdot 250} \Rightarrow 0.005 \cdot \theta_A - 0.1 + 1 \Rightarrow V_{out} = 0.005 \cdot \theta_A + 0.9 \quad (\text{σε V}).$$

Η παραπάνω συνάρτηση της τάσης V_{out} της διάταξης με τη θερμοκρασία θ_A είναι γραμμική, συνεπώς για το σχεδιασμό της απαιτούμενης ευθείας γραφικής παράστασης, αρκεί ο προσδιορισμός των δύο ακραίων σημείων της. Για $\theta_A = 0$ °C προκύπτει ότι $V_{out} = 0.9$ V, ενώ για $\theta_A = 500$ °C προκύπτει ότι $V_{out} = 3.4$ V. Συνεπώς, η ζητούμενη γραφική παράσταση έχει ως εξής:



γ) Για τη σωστή λειτουργία του μετατροπέα A/D ενός ψηφιακού συστήματος μέτρησης, απαιτείται η διατήρηση της τάσης εισόδου του μετατροπέα A/D σε σταθερή τιμή για όσο χρονικό διάστημα διαρκεί η μετατροπή της σε ψηφιακή μορφή. Η διαδικασία αυτή αναφέρεται ως συγκράτηση (hold) και επιτελείται από το κύκλωμα δειγματοληψίας και συγκράτησης.

Όταν το σήμα ελέγχου του κυκλώματος αυτού τίθεται σε χαμηλή στάθμη τάσης, ο αναλογικός διακόπτης, που αποτελείται από δύο τρανζίστορ MOSFET, είναι ανοικτός και ο πυκνωτής συγκράτησης διατηρεί στα άκρα του την τελευταία τιμή της τάσης εισόδου του κυκλώματος δειγματοληψίας και συγκράτησης, την οποία απέκτησε κατά τη διαδικασία (φάση) της δειγματοληψίας. Λόγω της παρουσίας του ακολουθητή τάσης, η τάση εξόδου του κυκλώματος που αποτελεί και την τάση εισόδου του μετατροπέα A/D, διατηρείται στην ίδια τιμή.

δ) Από την τελευταία σχέση του ερωτήματος (α), υπολογίζουμε την τάση V_{out} της διάταξης όταν $\theta_A = \theta_B = 250$ °C:

$$V_{out} = 0.005 \cdot \theta_A - 0.1 + \frac{1}{0.75 + 0.001 \cdot \theta_B} \Rightarrow V_{out} = \left(0.005 \cdot 250 - 0.1 + \frac{1}{0.75 + 0.001 \cdot 250} \right) V \Rightarrow$$

$$V_{out} = (1.25 - 0.1 + 1) V \Rightarrow V_{out} = 2.15 V.$$

Από την ίδια σχέση του ερωτήματος (α), υπολογίζουμε την τάση V_{out} της διάταξης όταν $\theta_A = \theta_B = 500$ °C:

$$V_{out} = 0.005 \cdot \theta_A - 0.1 + \frac{1}{0.75 + 0.001 \cdot \theta_B} \Rightarrow V_{out} = \left(0.005 \cdot 500 - 0.1 + \frac{1}{0.75 + 0.001 \cdot 500} \right) V \Rightarrow$$

$$V_{out} = (2.5 - 0.1 + 0.8) V \Rightarrow V_{out} = 3.2 V.$$

Καθένας από τους συγκριτές που περιλαμβάνονται στον μετατροπέα A/D παρέχει έξοδο λογική τιμή 0 όταν η τάση στην μη αντιστρέφουσα είσοδό του είναι μικρότερη ή ίση σε σχέση με την τάση στην αντιστρέφουσα είσοδό του, διαφορετικά παρέχει έξοδο λογική τιμή 1. Λόγω της παρουσίας των οκτώ αντιστάσεων R στον μετατροπέα που διαιρούν την τάση V_{ref} , οι αντιστρέφουσες είσοδοι των συγκριτών τροφοδοτούνται με ένα κλάσμα της V_{ref} . Έτσι, οι αντιστρέφουσες είσοδοι των συγκριτών $\Sigma_7, \Sigma_6, \Sigma_5, \Sigma_4, \Sigma_3, \Sigma_2$ και Σ_1 τροφοδοτούνται με τάσεις $7 \cdot V_{ref} / 8 = 3.5 V$, $6 \cdot V_{ref} / 8 = 3 V$, $5 \cdot V_{ref} / 8 = 2.5 V$, $4 \cdot V_{ref} / 8 = 2 V$, $3 \cdot V_{ref} / 8 = 1.5 V$, $2 \cdot V_{ref} / 8 = 1 V$ και $V_{ref} / 8 = 0.5 V$, αντίστοιχα.

Με βάση τα παραπάνω, όταν $0 \leq V_{out} < 0.5 V$ οι έξοδοι όλων των συγκριτών λαμβάνουν τιμή 0, όταν $0.5 \leq V_{out} < 1 V$ η έξοδος του συγκριτή Σ_1 λαμβάνει τιμή 1 και οι έξοδοι των υπόλοιπων συγκριτών λαμβάνουν τιμή 0, όταν $1 V \leq V_{out} < 1.5 V$, οι έξοδοι των συγκριτών Σ_1 και Σ_2 λαμβάνουν τιμή 1 και οι έξοδοι των υπόλοιπων συγκριτών λαμβάνουν τιμή 0, όταν $1.5 V \leq V_{out} < 2 V$, οι έξοδοι των συγκριτών Σ_1, Σ_2 και Σ_3 λαμβάνουν τιμή 1 και οι έξοδοι των υπόλοιπων συγκριτών λαμβάνουν τιμή 0, όταν $2 V \leq V_{out} < 2.5 V$, οι έξοδοι των συγκριτών $\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3$ και Σ_4 λαμβάνουν τιμή 1 και οι έξοδοι των υπόλοιπων συγκριτών λαμβάνουν τιμή 0, όταν $2.5 \leq V_{out} < 3 V$, οι έξοδοι των συγκριτών $\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3, \Sigma_4$ και Σ_5 λαμβάνουν τιμή 1 και οι έξοδοι των συγκριτών Σ_6 και Σ_7 λαμβάνουν τιμή 0, όταν $3 \leq V_{out} < 3.5 V$, οι έξοδοι των συγκριτών $\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3, \Sigma_4, \Sigma_5$ και Σ_6 λαμβάνουν τιμή 1 και η έξοδος του συγκριτή Σ_7 λαμβάνει τιμή 0 και τέλος όταν $3.5 \leq V_{out} < 4 V$, οι έξοδοι όλων των συγκριτών λαμβάνουν τιμή 1. Το βήμα διακριτότητας του μετατροπέα είναι $0.5 V (= V_{ref} / 2^n = 4 / 2^3)$.

Έτσι, στην πρώτη περίπτωση όπου $V_{out} = 2.15 V$, η ψηφιακή λέξη που θα εμφανιστεί στις εξόδους των επτά συγκριτών (Σ_7 έως Σ_1) είναι **0001111**, ενώ στην δεύτερη περίπτωση όπου $V_{out} = 3.2 V$, η ψηφιακή λέξη που θα εμφανιστεί στις εξόδους των επτά συγκριτών (Σ_7 έως Σ_1) είναι **0111111**.

Σύμφωνα με όσα αναφέρονται στην εκφώνηση του θέματος σχετικά με τη λειτουργία του κωδικοποιητή προτεραιότητας, στην πρώτη περίπτωση αφού $x_7 = x_6 = x_5 = 0$ και $x_4 = 1$, η ψηφιακή λέξη ($y_2 y_1 y_0$) που θα εμφανιστεί στην έξοδο του μετατροπέα A/D είναι η λέξη **100** (4), ενώ στη δεύτερη περίπτωση αφού $x_7 = 0$ και $x_6 = 1$, η ψηφιακή λέξη ($y_2 y_1 y_0$) που θα εμφανιστεί στην έξοδο του μετατροπέα A/D είναι η λέξη **110** (6).

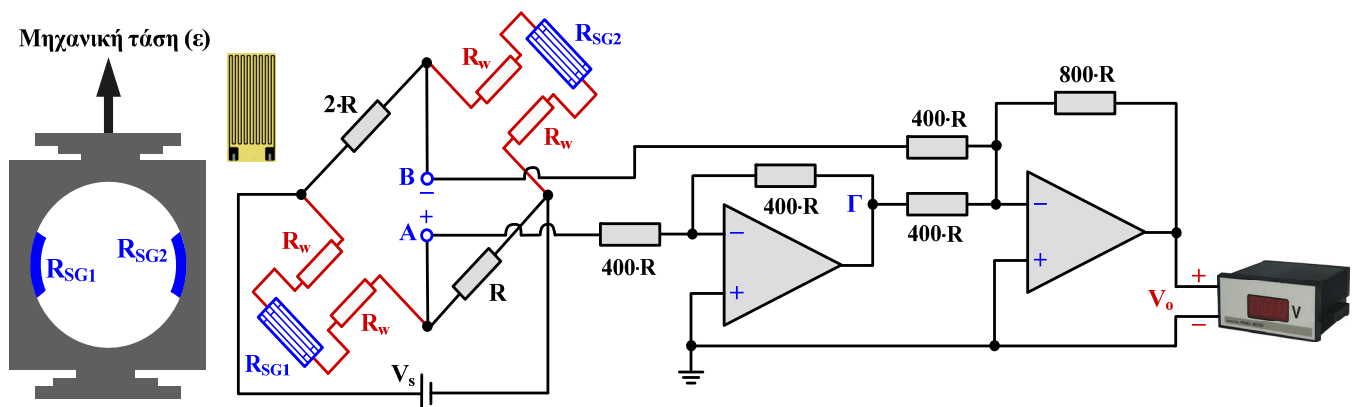
- ε) Το βασικό μειονέκτημα του παράλληλου μετατροπέα A/D είναι οι υψηλές απαιτήσεις σε υλικό, αφού για N ψηφία εξόδου απαιτούνται με $2^N - 1$ συγκριτές. Το βασικό πλεονέκτημα του παράλληλου μετατροπέα A/D είναι ο σταθερός χρόνος μετατροπής, ο οποίος δεν εξαρτάται από την τιμή της αναλογικής τάσης εισόδου, ό-πως συμβαίνει σε άλλου τύπου μετατροπείς A/D (κλιμακωτής ανόδου, ολοκλήρωσης).

Με βάση τα παραπάνω, προκύπτει ότι για τις δύο περιπτώσεις μετατροπής της τάσης V_{out} που αναφέρονται στο ερώτημα (δ), ο χρόνος μετατροπής είναι ο ίδιος.

Β. ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΕΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ, ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΤΑΣΗΣ ΚΑΙ ΔΥΝΑΜΗΣ

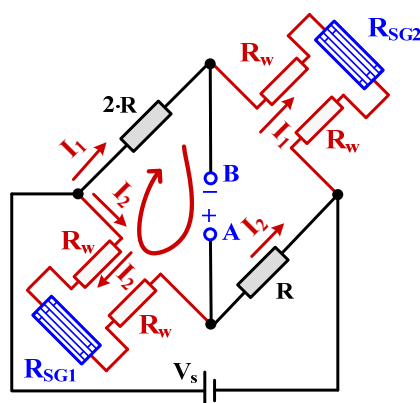
1

Στη δυναμοκυψέλη δακτυλίου που παρουσιάζεται στο αριστερό μέρος του παρακάτω σχήματος, έχουν προσαρμοστεί 2 πιεζοαντιστάσεις (R_{SG1} και R_{SG2}), οι οποίες υφίστανται καταπόνηση, αφού στο πάνω μέρος της δυναμοκυψέλης ασκείται μηχανική τάση ε με κατεύθυνση προς τα πάνω. Οι πιεζοαντιστάσεις συνδέονται στους δύο βραχίονες της γέφυρας Wheatstone που περιλαμβάνεται στη διάταξη, η οποία παρουσιάζεται στο δεξί μέρος του παρακάτω σχήματος. Για την κάλυψη της απόστασης μεταξύ της δυναμοκυψέλης και της διάταξης και τη σύνδεση των πιεζοαντιστάσεων στους βραχίονες της γέφυρας, χρησιμοποιούνται 2 αγωγοί ανά πιεζοαντίσταση (με κόκκινο χρώμα στο παρακάτω σχήμα). Οι δύο πιεζοαντιστάσεις είναι όμοιες με παράγοντα $G = 2$ και όταν δεν υφίστανται καταπόνηση παρουσιάζουν αντίσταση $2 \cdot R$. Στην έξοδο της γέφυρας συνδέεται κύκλωμα που περιλαμβάνει ιδανικό τελεστικό ενισχυτή και 5 αντιστάσεις και η τάση εξόδου της συνολικής διάταξης μετρείται με ψηφιακό βολτόμετρο. Δίνεται ότι η τάση εισόδου V_s της γέφυρας είναι 10 V.



- α) Να προσδιορίσετε την ένδειξη του ψηφιακού βολτομέτρου σε σχέση με τη μηχανική τάση ε που ασκείται στη δυναμοκυψέλη, λαμβάνοντας υπόψη ότι καθένας από τους αγωγούς, που χρησιμοποιείται για τη σύνδεση των πιεζοαντιστάσεων στη γέφυρα, παρουσιάζει αντίσταση $R_w = 0.02 \cdot R$.
- β) Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της ένδειξης του βολτομέτρου (V_o) ως προς τη μηχανική τάση ε που ασκείται στη δυναμοκυψέλη, για τιμές μηχανικής τάσης από 10^4 με έως 10^5 με.
- γ) Όταν η μηχανική τάση ε που ασκείται στη δυναμοκυψέλη είναι 10^5 με, να υπολογίσετε το απόλυτο και το εκατοστιαίο σφάλμα που προκύπτει εάν κατά τον υπολογισμό της ένδειξης του ψηφιακού βολτομέτρου, θεωρηθεί ότι η αντίσταση των αγωγών σύνδεσης των πιεζοαντιστάσεων είναι αμελητέα.

- α) Εάν λάβουμε υπόψη ότι οι αγωγοί σύνδεσης παρουσιάζουν αντίσταση $R_w = 0.02 \cdot R$ ο καθένας, το κύκλωμα της γέφυρας έχει ως εξής:



Εφαρμόζουμε τον 2^ο κανόνα Kirchhoff στον αριστερό βρόχο της γέφυρας:

$$I_1 \cdot 2 \cdot R - V_{AB} - I_2 \cdot (R_{SG1} + 2 \cdot R_w) = 0 \Rightarrow V_{AB} = 2 \cdot I_1 \cdot R - I_2 \cdot (R_{SG1} + 2 \cdot R_w).$$

Υπολογίζουμε στη συνέχεια τα ρεύματα I_1 και I_2 :

$$I_1 = \frac{V_s}{2 \cdot R + R_{SG2} + 2 \cdot R_w} \quad \text{και} \quad I_2 = \frac{V_s}{R + R_{SG1} + 2 \cdot R_w}.$$

Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι:

$$V_{AB} = \frac{2 \cdot V_s \cdot R}{2 \cdot R + R_{SG2} + 2 \cdot R_w} - \frac{V_s \cdot (R_{SG1} + 2 \cdot R_w)}{R + R_{SG1} + 2 \cdot R_w} \Rightarrow$$

$$V_{AB} = \frac{2 \cdot V_s \cdot R}{2 \cdot R + R_{SG2} + 2 \cdot 0.02 \cdot R} - \frac{V_s \cdot (R_{SG1} + 2 \cdot 0.02 \cdot R)}{R + R_{SG1} + 2 \cdot 0.02 \cdot R} \Rightarrow V_{AB} = \frac{2 \cdot V_s \cdot R}{2.04 \cdot R + R_{SG2}} - \frac{V_s \cdot (R_{SG1} + 0.04 \cdot R)}{1.04 \cdot R + R_{SG1}}.$$

Όταν ασκείται μηχανική τάση ε στο πάνω μέρος της δυναμοκυψέλης με κατεύθυνση προς τα πάνω, οι πιεζοαντιστάσεις υφίσταται εφελκυσμό (δηλαδή, αυξάνεται το μήκος τους), με αποτέλεσμα την αύξηση της αντίστασής τους κατά $\Delta R = G \cdot \varepsilon \cdot 2 \cdot R = 2 \cdot \varepsilon \cdot 2 \cdot R = 4 \cdot \varepsilon \cdot R$:

$$R_{SG1} = R_{SG1} = 2 \cdot R + 4 \cdot \varepsilon \cdot R = 2 \cdot R \cdot (1 + 2 \cdot \varepsilon).$$

Έτσι, όταν ασκείται μηχανική τάση ε στο πάνω μέρος της δυναμοκυψέλης με κατεύθυνση προς τα πάνω, η σχέση υπολογισμού της τάσης εξόδου της γέφυρας σε σχέση με την ασκούμενη μηχανική τάση ε , γίνεται:

$$V_{AB} = \frac{2 \cdot V_s \cdot R}{2.04 \cdot R + 2 \cdot R \cdot (1 + 2 \cdot \varepsilon)} - \frac{V_s \cdot [2 \cdot R \cdot (1 + 2 \cdot \varepsilon) + 0.04 \cdot R]}{1.04 \cdot R + 2 \cdot R \cdot (1 + 2 \cdot \varepsilon)} \Rightarrow V_{AB} = 10 \cdot \left(\frac{2}{4.04 + 4 \cdot \varepsilon} - \frac{2.04 + 4 \cdot \varepsilon}{3.04 + 4 \cdot \varepsilon} \right).$$

Επειδή οι αντιστάσεις $400 \cdot R$ που αποτελούν το φορτίο της γέφυρας είναι κατά πολύ μεγαλύτερες από την πιεζοαντίσταση και την αντίσταση R , κατά τον υπολογισμό της τάσης εξόδου της γέφυρας, θεωρήσαμε αμελητέο το ρεύμα που κατευθύνεται προς την έξοδο της.

Παρατηρούμε ότι, η τάση του κόμβου Α αποτελεί τάση εισόδου σε ενισχυτή αντιστροφής που αποτελείται από 2 αντιστάσεις $400 \cdot R$ και ιδανικό τελεστικό ενισχυτή. Η τάση εξόδου V_f του ενισχυτή αντιστροφής, υπολογίζεται ως εξής:

$$V_f = -\frac{400 \cdot R}{400 \cdot R} \cdot V_A \Rightarrow V_f = -V_A$$

Παρατηρούμε επίσης ότι, οι τάσεις των κόμβων Β και Γ αποτελούν τάσεις εισόδου ενός ενισχυτή άθροισης που αποτελείται από 3 αντιστάσεις $400 \cdot R$. Για να υπολογίσουμε την τάση εξόδου του ενισχυτή άθροισης που αποτελεί και την ένδειξη του βολτομέτρου, εφαρμόζουμε τον 1ο κανόνα Kirchhoff στον κόμβο της αντιστρέφουσας εισόδου του τελεστικού ενισχυτή, εξισώνοντας το άθροισμα των αγωγιμοτήτων (δηλαδή, των αντιστροφών αντιστάσεων) που ξεκινούν από τον κόμβο αυτό, πολλαπλασιασμένο με την τάση του, με το άθροισμα των γινομένων των αγωγιμοτήτων αυτών με τις τάσεις των κόμβων στους οποίους καταλήγουν:

$$\left(\frac{1}{400 \cdot R} + \frac{1}{400 \cdot R} + \frac{1}{800 \cdot R} \right) \cdot V_- = \frac{1}{400 \cdot R} \cdot V_B + \frac{1}{400 \cdot R} \cdot V_f + \frac{1}{800 \cdot R} \cdot V_o \Rightarrow$$

$$\left(\frac{1}{400 \cdot R} + \frac{1}{400 \cdot R} + \frac{1}{800 \cdot R} \right) \cdot 0 = \frac{1}{400 \cdot R} \cdot (V_B + V_f) + \frac{1}{800 \cdot R} \cdot V_o \Rightarrow V_o = -2 \cdot (V_B + V_f).$$

Στην παραπάνω σχέση χρησιμοποιήσαμε την ιδιότητα αντιγραφής τάσεων στις εισόδους του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή, δηλαδή ότι $V_- = V_+$ και αφού $V_+ = 0$, προκύπτει ότι και $V_- = 0$.

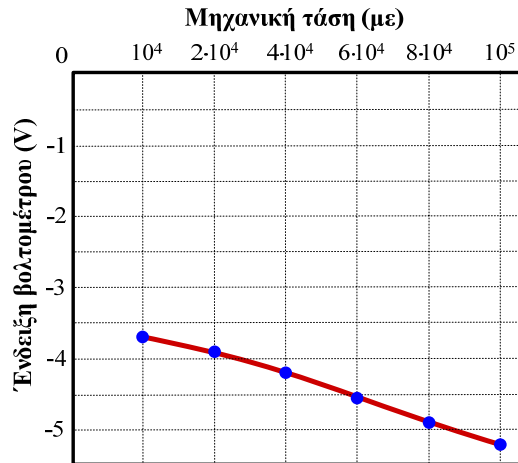
Λόγω του ότι $V_f = -V_A$, η ένδειξη του βολτομέτρου, έχει ως εξής:

$$V_o = -2 \cdot (V_B - V_A) \Rightarrow V_o = 2 \cdot (V_A - V_B) \Rightarrow V_o = 2 \cdot V_{AB} \Rightarrow V_o = 20 \cdot \left(\frac{2}{4.04 + 4 \cdot \varepsilon} - \frac{2.04 + 4 \cdot \varepsilon}{3.04 + 4 \cdot \varepsilon} \right).$$

β) Με βάση την παραπάνω σχέση, καταstrώνουμε τον παρακάτω πίνακα που περιλαμβάνει τις τιμές της

μηχανικής τάσης ε που ασκείται στη δυναμοκυψέλη και της ένδειξης του βολτομέτρου, για μηχανική τάση από 10^4 με έως 10^5 με, από τον οποίο προκύπτει το ζητούμενο διάγραμμα.

ε (με)	V_o (V)
10^4	- 3.7
$2 \cdot 10^4$	- 3.9
$4 \cdot 10^4$	- 4.2
$6 \cdot 10^4$	- 4.55
$8 \cdot 10^4$	- 4.9
10^5	- 5.2



- γ) Εάν θεωρηθεί ότι η αντίσταση των αγωγών σύνδεσης των πιεζοαντιστάσεων είναι αμελητέα, τότε με βάση την ανάλυση που έγινε στο ερώτημα (α), η ένδειξη του βολτομέτρου προσδιορίζεται ως εξής:

$$V'_{AB} = \frac{2 \cdot V_s \cdot R}{2 \cdot R + R_{SG2}} - \frac{V_s \cdot R_{SG1}}{R + R_{SG1}} \Rightarrow V'_{AB} = \frac{2 \cdot V_s \cdot R}{2 \cdot R + 2 \cdot R \cdot (1 + 2 \cdot \varepsilon)} - \frac{V_s \cdot 2 \cdot R \cdot (1 + 2 \cdot \varepsilon)}{R + 2 \cdot R \cdot (1 + 2 \cdot \varepsilon)} \Rightarrow$$

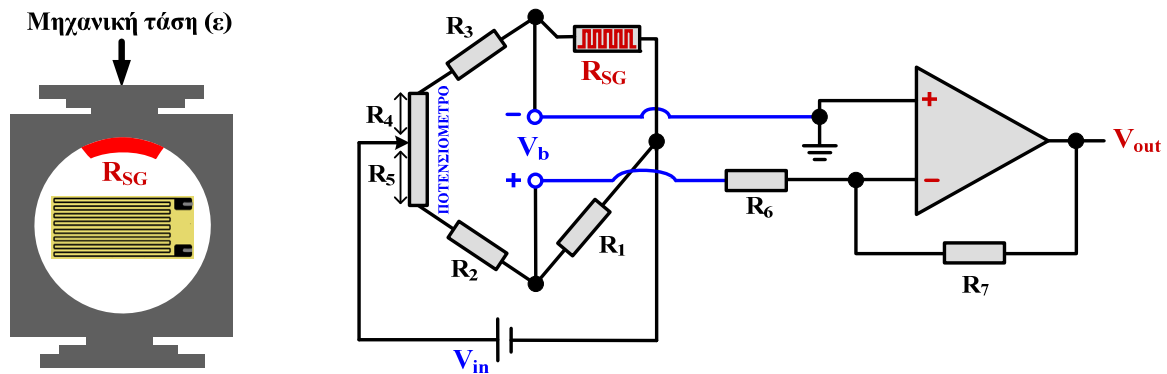
$$V'_{AB} = 10 \cdot \left(\frac{1}{2 + 2 \cdot \varepsilon} - \frac{2 + 4 \cdot \varepsilon}{3 + 4 \cdot \varepsilon} \right), \quad V'_o = 2 \cdot V'_{AB} \Rightarrow V'_o = 20 \cdot \left(\frac{1}{2 + 2 \cdot \varepsilon} - \frac{2 + 4 \cdot \varepsilon}{3 + 4 \cdot \varepsilon} \right).$$

Όταν η μηχανική τάση ε που ασκείται στη δυναμοκυψέλη είναι 10^5 με, από την παραπάνω σχέση προκύπτει ότι $V'_o \approx -5.05$ V, ενώ στο ερώτημα (β) υπολογίσαμε ότι λαμβάνοντας υπόψη την αντίσταση των αγωγών σύνδεσης προκύπτει ότι $V_o \approx -5.2$ V. Έτσι, όταν η μηχανική τάση ε που ασκείται στη δυναμοκυψέλη είναι 10^5 με, το ζητούμενο απόλυτο και το ζητούμενο εκατοστιαίο σφάλμα που προκύπτει εάν κατά τον υπολογισμό της ένδειξης του ψηφιακού βολτομέτρου, θεωρηθεί ότι η αντίσταση των αγωγών σύνδεσης των πιεζοαντιστάσεων είναι αμελητέα, υπολογίζονται ως εξής:

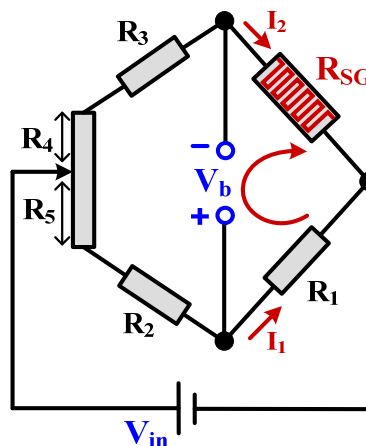
$$e = |V_o - V'_o| = |-5.2 - (-5.05)| \text{ V} = 0.15 \text{ V} = 150 \text{ mV}, \quad e(\%) = \left| \frac{V_o - V'_o}{V_o} \right| \cdot 100 = \frac{0.15 \text{ V}}{5.2 \text{ V}} \cdot 100 = 2.9\% .$$

Στην δυναμοκυψέλη δακτυλίου που παρουσιάζεται στο αριστερό μέρος του παρακάτω σχήματος, συμμετέχει μετρητής μηχανικής τάσης και όταν ασκείται μηχανική τάση στο πάνω μέρος της δυναμοκυψέλης με κατεύθυνση προς τα κάτω, ο μετρητής υφίσταται καταπόνηση. Ο μετρητής μηχανικής τάσης που είναι συνδεδεμένος στον έναν βραχίονα γέφυρας Wheatstone, όπως παρουσιάζεται στο δεξί μέρος του παρακάτω σχήματος, έχει παράγοντα $G = 2$ και όταν δεν υφίσταται καταπόνηση παρουσιάζει αντίσταση 200Ω . Στους υπόλοιπους βραχίονες της γέφυρας συνδέονται τρεις (3) αντιστάσεις $R_1 = 206 \Omega$, $R_2 = 515 \Omega$ και $R_3 = 480 \Omega$, καθώς και ένα ποτενσιόμετρο με συνολική αντίσταση 100Ω . Η τάση εισόδου V_{in} της γέφυρας είναι 10 V και η έξοδος της γέφυρας (V_b) συνδέεται σε κύκλωμα που περιλαμβάνει ιδανικό τελεστικό ενισχυτή και δύο αντιστάσεις $R_6 = 40 \text{ k}\Omega$ και $R_7 = 200 \text{ k}\Omega$.

- α) Να υπολογίσετε τις τιμές των αντιστάσεων (R_4 και R_5) που θα πρέπει να έχουν τα μέρη του ποτενσιομέτρου, στα οποία αυτό χωρίζεται από την κινητή του επαφή, έτσι ώστε όταν η μηχανική τάση που ασκείται στην δυναμοκυψέλη είναι $15000 \mu\text{e}$, η τάση εξόδου του κυκλώματος (V_{out}) να μηδενίζεται.
- β) Για τις τιμές των αντιστάσεων R_4 και R_5 που υπολογίσατε στο ερώτημα (α), να υπολογίσετε τη μηχανική τάση που πρέπει να ασκηθεί στην δυναμοκυψέλη έτσι ώστε η τάση εξόδου (V_{out}) του κυκλώματος να είναι 500 mV .



- α) Εφαρμόζουμε τον 2° κανόνα Kirchhoff στον δεξί βρόχο της γέφυρας Wheatstone:



$$V_b + I_2 \cdot R_{SG} - I_1 \cdot R_1 = 0 \Rightarrow V_b = I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_{SG}.$$

Υπολογίζουμε στη συνέχεια τα ρεύματα I_1 και I_2 :

$$I_1 = \frac{V_{in}}{R_1 + R_2 + R_5} \quad \text{και} \quad I_2 = \frac{V_{in}}{R_{SG} + R_3 + R_4}.$$

Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι:

$$V_{out} = \frac{V_{in}}{R_1 + R_2 + R_5} \cdot R_1 - \frac{V_{in}}{R_{SG} + R_3 + R_4} \cdot R_{SG} = V_{in} \cdot \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_5} - \frac{R_{SG}}{R_{SG} + R_3 + R_4} \right)$$

Στον παραπάνω υπολογισμό, αφού η αντίσταση R_6 που αποτελεί το φορτίο του διαιρέτη τάσης είναι κατά πολύ μεγαλύτερη (195 φορές περίπου) από την αντίσταση R_1 , το ρεύμα που κατευθύνεται προς την έξοδο του διαιρέτη τάσης θεωρήθηκε μηδενικό. Επίσης, η αντίσταση εισόδου του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή είναι άπειρη.

Το κύκλωμα που συνδέεται στην έξοδο της γέφυρας και περιλαμβάνει ιδανικό τελεστικό ενισχυτή και δύο αντιστάσεις R_6 και R_7 , είναι ενισχυτής αντιστροφής, του οποίου η έξοδος υπολογίζεται ως εξής:

$$V_{out} = -\frac{R_7}{R_6} \cdot V_b \Rightarrow V_{out} = -\frac{200}{40} \cdot V_b \Rightarrow V_{out} = -5 \cdot V_b.$$

Συνεπώς, όταν μηδενίζεται η τάση εξόδου του κυκλώματος, σημαίνει ότι η γέφυρα ισορροπεί (δηλαδή, ότι η τάση εξόδου της γέφυρας είναι επίσης μηδενική).

Συνεπώς, τότε ισχύει ότι:

$$\begin{aligned} \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_5} - \frac{R_{SG}}{R_{SG} + R_3 + R_4} &= 0 \Rightarrow \frac{R_{SG}}{R_{SG} + R_3 + R_4} = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_5} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{1}{1 + \frac{R_3 + R_4}{R_{SG}}} &= \frac{1}{1 + \frac{R_2 + R_5}{R_1}} \Rightarrow \frac{R_3 + R_4}{R_{SG}} = \frac{R_2 + R_5}{R_1}. \end{aligned}$$

Όταν ασκείται μηχανική τάση στο πάνω μέρος της δυναμοκυψέλης, ο μετρητής μηχανικής τάσης υφίσταται εφελκυσμό (δηλαδή, αυξάνεται το μήκος τους), με αποτέλεσμα την αύξηση της αντίστασής του κατά ΔR . Η αντίσταση του μετρητή, στον οποίο ασκείται μηχανική τάση $\varepsilon = 15000$ με, υπολογίζεται ως εξής:

$$R_{SG} = 200 + G \cdot \varepsilon \cdot 200 = 200 + 2 \cdot 15000 \cdot 10^{-6} \cdot 200 = 206 \, \Omega.$$

Έτσι, όταν η μηχανική τάση που ασκείται στην δυναμοκυψέλη είναι 15000 με και με βάση τις δεδομένες τιμές των αντιστάσεων R_1 , R_2 και R_3 , η συνθήκη ισορροπίας της γέφυρας, γίνεται:

$$\frac{R_3 + R_4}{R_{SG}} = \frac{R_2 + R_5}{R_1} \Rightarrow \frac{480 + R_4}{206} = \frac{515 + R_5}{206} \Rightarrow 480 + R_4 = 515 + R_5 \Rightarrow R_4 - R_5 = 35.$$

Επίσης, δίνεται ότι η συνολική αντίσταση του ποτενσιομέτρου είναι 100 Ω , δηλαδή ότι: $R_4 + R_5 = 100$. Συνδυάζοντας τις δύο παραπάνω σχέσεις, μπορούμε να γράψουμε ότι:

$$R_4 - R_5 = 35 \Rightarrow R_4 - (100 - R_4) = 35 \Rightarrow 2 \cdot R_4 = 100 + 35 \Rightarrow R_4 = 67.5 \, \Omega$$

$$\text{και } R_4 + R_5 = 100 \Rightarrow R_5 = 100 - R_4 \Rightarrow R_5 = 32.5 \, \Omega.$$

- β) Κατά τον υπολογισμό της τάσης εξόδου του ενισχυτή αντιστροφής, καταλήξαμε στη σχέση $V_{out} = -5 \cdot V_b$. Συνεπώς, όταν η V_{out} είναι 500 mV (0.5 V), η τάση εξόδου της γέφυρας (V_b) θα είναι -0.1 V.

Στη σχέση που προέκυψε από την εφαρμογή του 2^{ου} κανόνα Kirchhoff στον δεξί βρόχο της γέφυρας Wheatstone, αντικαθιστούμε τις τιμές των αντιστάσεων R_4 και R_5 που υπολογίστηκαν στο ερώτημα (α), την τάση εξόδου της γέφυρας ($V_b = 0.1$ V), καθώς και τα υπόλοιπα δεδομένα και υπολογίζουμε την αντίσταση του μετρητή μηχανικής τάσης:

$$\begin{aligned} V_b &= \frac{V_{in}}{R_1 + R_2 + R_5} \cdot R_1 - \frac{V_{in}}{R_{SG} + R_3 + R_4} \cdot R_{SG} \Rightarrow -0.1 = \frac{10 \cdot 206}{206 + 515 + 32.5} - \frac{10 \cdot R_{SG}}{R_{SG} + 480 + 67.5} \Rightarrow \\ -0.1 &= 2.734 - \frac{10 \cdot R_{SG}}{R_{SG} + 547.5} \Rightarrow 2.834 = \frac{10 \cdot R_{SG}}{R_{SG} + 547.5} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$2.834 \cdot R_{SG} + 1551.61 = 10 \cdot R_{SG} \Rightarrow 7.166 \cdot R_{SG} = 1551.61 \Rightarrow R_{SG} = 216.5 \Omega$$

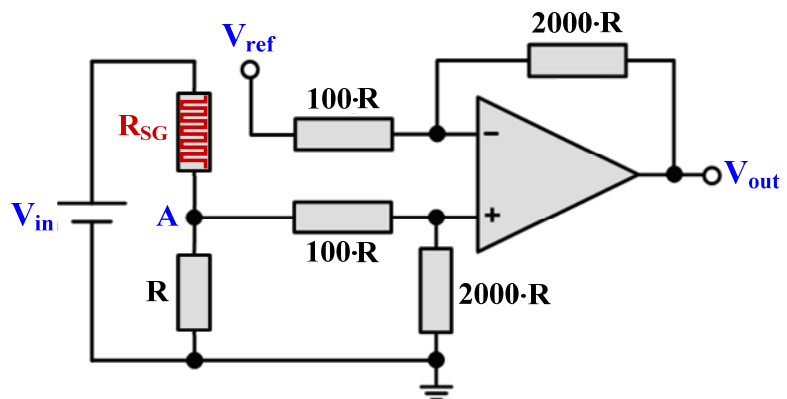
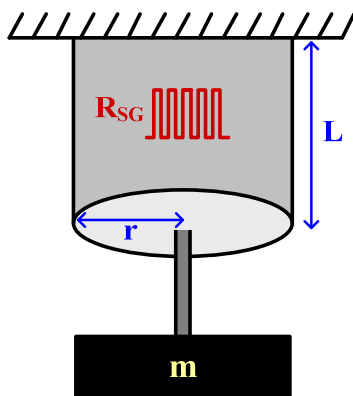
Από τη σχέση υπολογισμού της αντίστασης του μετρητή μηχανικής τάσης, προκύπτει η ζητούμενη τιμή της μηχανικής τάσης που ασκείται στον μετρητή όταν η τάση εξόδου του κυκλώματος είναι 500 mV:

$$R_{SG} = 200 + G \cdot \varepsilon \cdot 200 \Rightarrow 216.5 = 200 + 2 \cdot \varepsilon \cdot 200 \Rightarrow \varepsilon = \frac{216.5 - 200}{400} \Rightarrow \varepsilon = 0.4125 \text{ ή } 41250 \text{ } \mu\text{ε}.$$

Στη μεταλλική ράβδο κυλινδρικού σχήματος με μήκος $L = 80 \text{ cm}$ και ακτίνα $r = 2 \text{ cm}$, που αποτελεί μέρος της κατασκευής που παρουσιάζεται στο αριστερό μέρος του παρακάτω σχήματος, εφαρμόζεται αντικείμενο μάζας m , με αποτέλεσμα τον κατά μήκος εφελκυσμό της. Ο μετρητής μηχανικής τάσης με αντίσταση R_{SG} που είναι στερεωμένος ακλόνητα στη ράβδο, συνδέεται σε διαιρέτη τάσης, η έξοδος του οποίου συνδέεται σε κύκλωμα που περιλαμβάνει τέσσερις (4) αντιστάσεις, μια πηγή σταθερής τάσης V_{ref} και ιδανικό τελεστικό ενισχυτή, όπως παρουσιάζεται στο δεξί μέρος του παρακάτω σχήματος. Δίνονται: το μέτρο ελαστικότητας του μετάλλου από το οποίο είναι κατασκευασμένη η ράβδος $E = 0.2 \cdot 10^{10} \text{ N / m}^2$, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m / sec}^2$, η σταθερά $\pi = 3.14$, ο παράγοντας του μετρητή $G = 2$, ότι η αντίσταση του μετρητή όταν αυτός δεν υφίσταται εφελκυσμό ή συμπίεση είναι 200Ω , καθώς και ότι $R = 200 \Omega$, $V_{in} = 2 \text{ V}$ και $V_{ref} = 0.95 \text{ V}$.

- Να προσδιορίσετε τη μεταβολή της αντίστασης του μετρητή μηχανικής τάσης (ΔR_{SG}) σε σχέση με τη μάζα (m) του αντικειμένου που εφαρμόζεται στη ράβδο.
- Να προσδιορίσετε τη μεταβολή του μήκους της ράβδου (ΔL) σε σχέση με τη μάζα (m) του αντικειμένου που εφαρμόζεται στη ράβδο.
- Να προσδιορίσετε την τάση εξόδου (V_{out}) του κυκλώματος σε σχέση με τη μάζα (m) του αντικειμένου που εφαρμόζεται στη ράβδο.
- Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της τάσης εξόδου (V_{out}) του κυκλώματος ως προς τη μάζα (m) του αντικειμένου που εφαρμόζεται στη ράβδο, για τιμές της μάζας από 0 έως 10000 kg .

Να λάβετε υπόψη, ότι η δύναμη F που ασκείται σε επιφάνεια αντικειμένου, δίνεται από τη σχέση: $F = E \cdot S \cdot \varepsilon$, όπου E είναι το μέτρο ελαστικότητας του υλικού από το οποίο είναι κατασκευασμένο το αντικείμενο, S είναι η επιφάνεια του αντικειμένου όπου ασκείται η δύναμη και ε είναι η μηχανική τάση που ασκείται στο αντικείμενο.



- Η ασκούμενη δύναμη στη ράβδο είναι το βάρος του αντικειμένου μάζας m :

$$F = B = m \cdot g.$$

Η δύναμη που ασκείται στη ράβδο δίνεται επίσης από τη σχέση:

$$F = P \cdot S = E \cdot \varepsilon \cdot S,$$

όπου E είναι το μέτρο ελαστικότητας του μετάλλου από το οποίο είναι κατασκευασμένη η ράβδος, $S = \pi \cdot r^2$ η επιφάνεια της βάσης της ράβδου και ε η μηχανική τάση που ασκείται στη ράβδο και επομένως και στον μετρητή μηχανικής τάσης, λόγω της εφαρμογής του αντικειμένου μάζας m .

Από τις δύο παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι:

$$m \cdot g = E \cdot \varepsilon \cdot S \Rightarrow \varepsilon = \frac{m \cdot g}{E \cdot S} \Rightarrow \varepsilon = \frac{m \cdot g}{E \cdot \pi \cdot r^2} \Rightarrow \varepsilon = \frac{10 \cdot m}{0.2 \cdot 10^{10} \cdot 3.14 \cdot 0.02^2} \Rightarrow \varepsilon = \frac{10 \cdot m}{2.5 \cdot 10^6} \Rightarrow \varepsilon = 4 \cdot 10^{-6} \cdot m.$$

Όταν εφαρμόζεται το αντικείμενο μάζας m στη μεταλλική ράβδο, τότε ο μετρητής μηχανικής τάσης υφίσταται εφελκυσμό (δηλαδή, το μήκος του αυξάνεται), με συνέπεια την αύξηση της αντίστασής του. Η

αύξηση της αντίστασης του μετρητή μηχανικής τάσης v που υφίστανται μηχανική τάση ε , έχει ως εξής:

$$\Delta R_{SG} = G \cdot \varepsilon \cdot 200 ,$$

όπου 200Ω είναι η αντίσταση του μετρητή όταν αυτός δεν υφίσταται εφελκυσμό ή συμπίεση.

Αντικαθιστώντας τη σχέση που δίνει την μηχανική τάση ε , στην παραπάνω σχέση, προκύπτει:

$$\Delta R_{SG} = G \cdot 4 \cdot m \cdot 10^{-6} \cdot 200 \Rightarrow \Delta R_{SG} = 2 \cdot 4 \cdot 10^{-6} \cdot m \cdot 200 \Rightarrow \Delta R_{SG} = 1.6 \cdot 10^{-3} \cdot m \text{ (σε } \Omega \text{)}.$$

- β) Η μηχανική τάση που ασκείται στη ράβδο, δίνεται ως το πηλίκο της μεταβολής του μήκους της ράβδου (λόγω του εφελκυσμού της) προς το αρχικό μήκος της ράβδου, δηλαδή $\varepsilon = \Delta L / L$.

Αφού όπως προέκυψε κατά την αντιμετώπιση του ερωτήματος (α), η μηχανική τάση δίνεται από τη σχέση $\varepsilon = 4 \cdot 10^{-6} \cdot m$, η μεταβολή του μήκους της ράβδου (ΔL) σε σχέση με τη μάζα (m) του αντικειμένου που εφαρμόζεται στη ράβδο, προκύπτει ως εξής:

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} \Rightarrow \Delta L = \varepsilon \cdot L \Rightarrow \Delta L = 4 \cdot 10^{-6} \cdot m \cdot L \Rightarrow \Delta L = 4 \cdot 10^{-6} \cdot 0.8 \cdot m \Rightarrow \Delta L = 3.2 \cdot 10^{-6} \cdot m \text{ (σε m)}.$$

- γ) Με βάση όσα προαναφέρθηκαν, η εφαρμογή του αντικειμένου μάζας m στη ράβδο, οδηγεί σε αντίσταση του μετρητή μηχανικής τάσης που δίνεται από τη σχέση: $R_{SG} = 200 + \Delta R = 200 + 1.6 \cdot 10^{-3} \cdot m$.

Η τάση εξόδου του διαιρέτη τάσης (δηλαδή, η τάση V_A) υπολογίζεται ως εξής:

$$V_A = \frac{R}{R + R_{SG}} \cdot V_{in} \Rightarrow V_A = \frac{200}{200 + 200 + \Delta R} \cdot 2 \Rightarrow V_A = \frac{400}{400 + \Delta R} \Rightarrow V_A = \frac{400}{400 + 1.6 \cdot 10^{-3} \cdot m} \text{ (σε V)}.$$

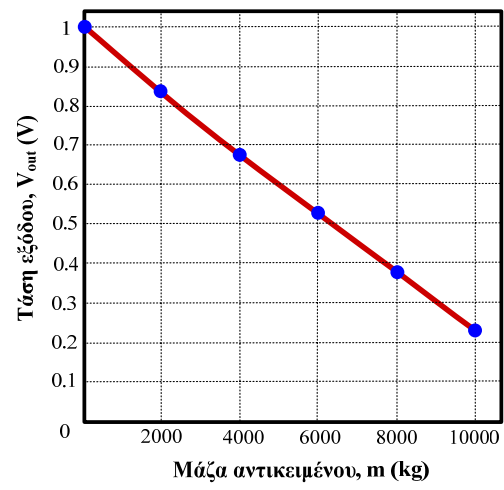
Επειδή η αντίσταση $100 \cdot R$ που αποτελεί το φορτίο του διαιρέτη τάσης είναι κατά πολύ μεγαλύτερη από την αντίσταση R , κατά τον υπολογισμό της τάσης εξόδου του διαιρέτη τάσης, θεωρήσαμε μηδενικό το ρεύμα που κατευθύνεται προς την έξοδο του διαιρέτη τάσης.

Το κύκλωμα που λαμβάνει ως είσοδο την τάση V_A και παράγει ως έξοδο την τάση V_{out} , είναι κύκλωμα ενισχυτή διαφοράς, με αποτέλεσμα η τάση εξόδου V_{out} , να δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$V_{out} = \frac{2000 \cdot R}{100 \cdot R} \cdot (V_A - V_{ref}) \Rightarrow V_{out} = 20 \cdot \left(\frac{400}{400 + 1.6 \cdot 10^{-3} \cdot m} - 0.95 \right) \Rightarrow V_{out} = \frac{8000}{400 + 1.6 \cdot 10^{-3} \cdot m} - 19 \text{ (σε V)}.$$

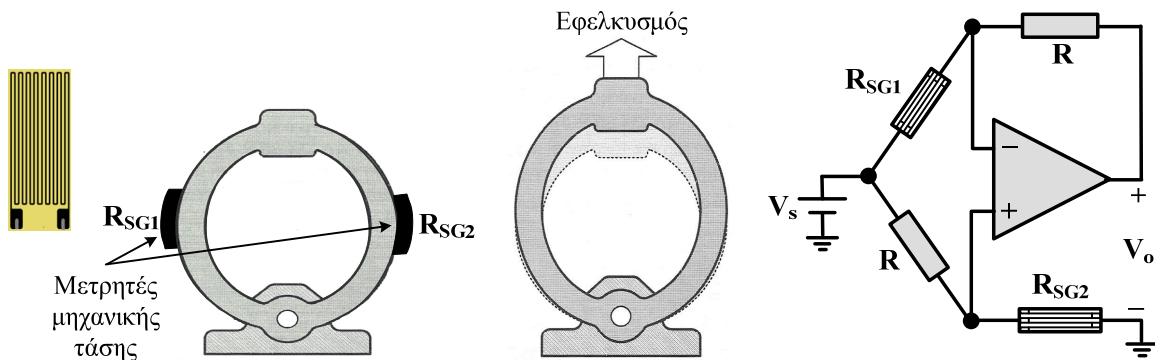
- δ) Με βάση την παραπάνω σχέση, καταστρώνουμε τον παρακάτω πίνακα που περιλαμβάνει τις τιμές της μάζας m του αντικειμένου που εφαρμόζεται στη ράβδο και της τάσης εξόδου του κυκλώματος, για μάζα m από 0 έως 10000 kg, από τον οποίο προκύπτει το ζητούμενο διάγραμμα.

m (kg)	V_{out} (V)
0	1
2000	0.84
4000	0.68
6000	0.53
8000	0.38
10000	0.23



Στον δακτύλιο φόρτισης, που φαίνεται στο αριστερό μέρος του παρακάτω σχήματος, συμμετέχουν δύο μετρητές μηχανικής τάσης. Στο μέσο του ίδιου σχήματος φαίνεται ο τρόπος με τον οποίο παραμορφώνεται ο δακτύλιος κατά την άσκηση εφελκυσμού. Οι δύο μετρητές μηχανικής τάσης που είναι συνδεδεμένοι στο κύκλωμα που παρουσιάζεται στο δεξί μέρος του παρακάτω σχήματος, παρουσιάζουν παράγοντα $G = 2$ και όταν δεν υφίστανται παραμόρφωση οι τιμές των αντιστάσεών τους είναι 400Ω . Δίνεται ότι ο τελεστικός ενισχυτής που συμμετέχει στο κύκλωμα είναι ιδανικός καθώς και ότι $R = 400 \Omega$, $V_s = 5 \text{ V}$.

- α) Να προσδιορίσετε την τάση εξόδου (V_o) του κυκλώματος σε σχέση με τη μηχανική τάση εφελκυσμού (ε) που ασκείται στον δακτύλιο.
- β) Να υπολογίσετε το σχετικό σφάλμα που προκύπτει εάν κατά τον προσδιορισμό της τάσης εξόδου (V_o) του κυκλώματος, δε ληφθεί υπόψη ο εφελκυσμός που υφίσταται ο μετρητής μηχανικής τάσης R_{SG2} .



- α) Όπως μπορεί κανείς να διακρίνει στο μέσο του σχήματος, οι δύο μετρητές μηχανικής τάσης του δακτυλίου υφίστανται εφελκυσμό (δηλαδή αυξάνεται το μήκος τους), με αποτέλεσμα η αντίστασή τους να αυξάνεται.

Η αύξηση της αντίστασης των μετρητών μηχανικής τάσης, υπολογίζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$\Delta R_{SG} = G \cdot \varepsilon \cdot R_{SG} ,$$

και για κάθε μετρητή τάσης έχει ως εξής:

$$\Delta R_{SG1} = \Delta R_{SG2} = \Delta R = 2 \cdot \varepsilon \cdot 400 \Rightarrow \Delta R_{SG1} = \Delta R_{SG2} = \Delta R = 800 \cdot \varepsilon ,$$

$$R_{SG1} = R_{SG2} = 400 + 800 \cdot \varepsilon .$$

Για τον υπολογισμό της τάσης εξόδου του κυκλώματος, χρησιμοποιούμε τη μέθοδο ανάλυσης των κόμβων του. Εφαρμόζουμε τον 1ο κανόνα Kirchhoff στον κόμβο της αντιστρέφουσας εισόδου και στον κόμβο της μη αντιστρέφουσας εισόδου του τελεστικού ενισχυτή. Θα πρέπει να εξισώσουμε το άθροισμα των αγωγιμοτήτων (δηλαδή, των αντιστροφών αντιστάσεων) που ξεκινούν από τον καθένα από τους κόμβους αυτούς, πολλαπλασιασμένο με την τάση τους, με το άθροισμα των γινομένων των αγωγιμοτήτων αυτών με τις τάσεις των κόμβων στους οποίους καταλήγουν.

Έτσι, στον κόμβο της αντιστρέφουσας εισόδου του τελεστικού ενισχυτή, έχουμε:

$$\left(\frac{1}{R_{SG1}} + \frac{1}{R} \right) \cdot V_- = \frac{1}{R_{SG1}} \cdot V_s + \frac{1}{R} \cdot V_o .$$

Στον κόμβο της μη αντιστρέφουσας εισόδου του τελεστικού ενισχυτή, έχουμε:

$$\left(\frac{1}{R_{SG2}} + \frac{1}{R} \right) \cdot V_+ = \frac{1}{R} \cdot V_s . \quad (2)$$

Χρησιμοποιούμε την ιδιότητα αντιγραφής τάσεων στις εισόδους του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή, δηλαδή ότι $V_- = V_+$ και αφού τα πρώτα μέλη των δύο παραπάνω σχέσεων είναι ίσα, θα είναι ίσα και τα δεύτερα μέλη

τους, που σημαίνει ότι:

$$\frac{1}{R_{SG1}} \cdot V_s + \frac{1}{R} \cdot V_o = \frac{1}{R} \cdot V_s \Rightarrow V_o = \left(\frac{1}{R} \cdot V_s - \frac{1}{R_{SG1}} \cdot V_s \right) \cdot R \Rightarrow V_o = \left(1 - \frac{R}{R_{SG1}} \right) \cdot V_s \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_o = \left(1 - \frac{400}{400 + 800 \cdot \varepsilon} \right) \cdot V_s \Rightarrow V_o = \left(1 - \frac{400}{400 \cdot (1 + 2 \cdot \varepsilon)} \right) \cdot 5 \Rightarrow V_o = 5 \cdot \left(1 - \frac{1}{1 + 2 \cdot \varepsilon} \right).$$

- β) Εάν κατά τον προσδιορισμό της τάσης εξόδου του κυκλώματος δε ληφθεί υπόψη ο εφελκυσμός που υφίσταται ο μετρητής μηχανικής τάσης R_{SG2} , τότε η τάση εξόδου του κυκλώματος θα πρέπει να υπολογιστεί θέτοντας στην παραπάνω διαδικασία $R_{SG2} = R = 400 \Omega$. Συνεπώς, από την ανάλυση στον κόμβο της μη αντιστρέφουσας εισόδου του τελεστικού ενισχυτή, θα έχουμε:

$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} \right) \cdot V_+ = \frac{1}{R} \cdot V_s \Rightarrow 2 \cdot V_+ = V_s \Rightarrow V_+ = \frac{V_s}{2}.$$

Χρησιμοποιώντας την ιδιότητα αντιγραφής των τάσεων στις εισόδους του τελεστικού ενισχυτή, η σχέση που αφορά την ανάλυση στον κόμβο της αντιστρέφουσας εισόδου του τελεστικού ενισχυτή, έχει ως εξής:

$$\left(\frac{1}{R_{SG1}} + \frac{1}{R} \right) \cdot V_- = \frac{1}{R_{SG1}} \cdot V_s + \frac{1}{R} \cdot V_o' \Rightarrow \left(\frac{1}{R_{SG1}} + \frac{1}{R} \right) \cdot \frac{V_s}{2} = \frac{V_s}{R_{SG1}} + \frac{V_o'}{R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{V_o'}{R} = \left(\frac{1}{R_{SG1}} + \frac{1}{R} \right) \cdot \frac{V_s}{2} - \frac{V_s}{R_{SG1}} \Rightarrow V_o' = \left(\frac{R}{R_{SG1}} + 1 \right) \cdot \frac{V_s}{2} - \frac{V_s \cdot R}{R_{SG1}} \Rightarrow V_o' = V_s \cdot \left(\frac{R}{2 \cdot R_{SG1}} + \frac{1}{2} - \frac{R}{R_{SG1}} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_o' = 5 \cdot \left(\frac{400}{2 \cdot (400 + 800 \cdot \varepsilon)} + \frac{1}{2} - \frac{400}{400 + 800 \cdot \varepsilon} \right) \Rightarrow V_o' = 5 \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot (1 + 2 \cdot \varepsilon)} + \frac{1}{2} - \frac{1}{1 + 2 \cdot \varepsilon} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_o' = 5 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2 \cdot (1 + 2 \cdot \varepsilon)} \right) \Rightarrow V_o' = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \left(1 - \frac{1}{1 + 2 \cdot \varepsilon} \right) \Rightarrow V_o' = \frac{1}{2} \cdot V_o.$$

Το εκατοστιαίο σφάλμα ορίζεται ως εξής:

$$e(\%) = \frac{|r - x|}{r} \cdot 100,$$

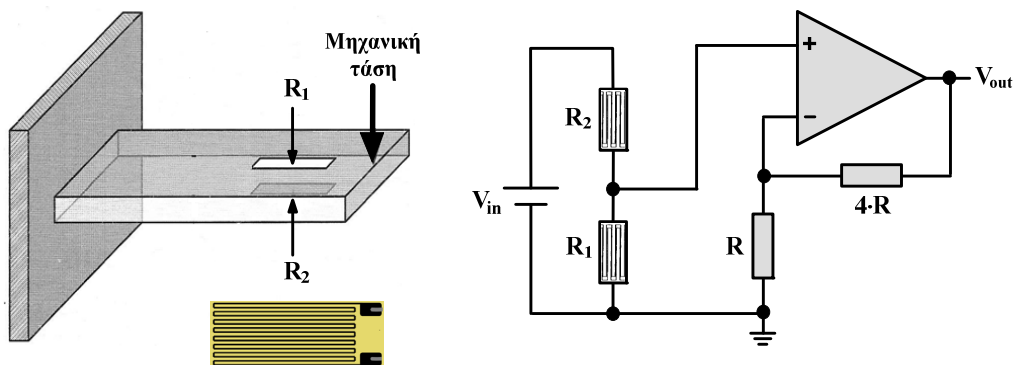
όπου r είναι η τιμή της τάσης εξόδου όταν λαμβάνεται υπόψη ο εφελκυσμός και των δύο μετρητών (δηλαδή η πραγματική τιμή) και x είναι η τιμή της τάσης εξόδου όταν δε λαμβάνεται υπόψη ο εφελκυσμός του μετρητή R_{SG2} . Έτσι έχουμε:

$$e(\%) = \frac{|V_o - V_o'|}{V_o} \cdot 100 \Rightarrow e(\%) = \frac{V_o - \frac{1}{2} \cdot V_o}{V_o} \cdot 100 \Rightarrow e(\%) = \frac{1}{2} \cdot 100 \Rightarrow e(\%) = 50$$

Επομένως το ζητούμενο εκατοστιαίο σφάλμα είναι 50 %.

Στη διάταξη που φαίνεται στο αριστερό μέρος του παρακάτω σχήματος, συμμετέχουν δύο όμοιοι μετρητές μηχανικής τάσης με παράγοντα $G = 2$, οι οποίοι είναι τοποθετημένοι στην άνω και στην κάτω πλευρά μιας παραλληλεπίπεδης ράβδου. Οι μετρητές μηχανικής τάσης είναι όμοιοι. Οι μετρητές αυτοί είναι συνδεδεμένοι σε διαιρέτη τάσης, η έξοδος του οποίου συνδέεται σε κύκλωμα που περιλαμβάνει ιδανικό τελεστικό ενισχυτή και δύο (2) αντιστάσεις, όπως φαίνεται στο δεξί μέρος του παρακάτω σχήματος. Όταν οι δύο μετρητές δεν υφίστανται καταπόνηση (εφελκυσμό ή συμπίεση) παρουσιάζουν αντίσταση 200Ω . Δίνεται ότι $V_{in} = 4 \text{ V}$.

- Να προσδιορίσετε την τάση εξόδου V_{out} του κυκλώματος που φαίνεται στο δεξί μέρος του παρακάτω σχήματος σε σχέση με την μηχανική τάση που ασκείται στη ράβδο.
- Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της V_{out} ως προς τη μηχανική τάση (ϵ) που ασκείται στη ράβδο, για τιμές μηχανικής τάσης (ϵ) από 10^4 με έως $4 \cdot 10^5$ με.
- Για μηχανική τάση $\epsilon = 10^5$ με, να προσδιορίσετε το απόλυτο και το εκατοστιαίο σφάλμα που προκύπτει εάν κατά τον υπολογισμό της τάσης εξόδου του κυκλώματος δε ληφθεί υπόψη η καταπόνηση που υφίσταται ο μετρητής μηχανικής τάσης R_2 .



- Η μεταβολή της αντίστασης των μετρητών μηχανικής τάσης που υφίστανται τάση συμπίεσης ή εφελκυσμού ϵ , δίνεται από τη σχέση: $\Delta R = G \cdot \epsilon \cdot R$. Λόγω της εφαρμογής της μηχανικής τάσης στην άνω πλευρά της ράβδου, ο μετρητής R_1 υφίσταται εφελκυσμό (δηλ. αυξάνεται το μήκος του με συνέπεια την αύξηση της αντίστασής του), ενώ ο μετρητής R_2 υφίσταται συμπίεση (δηλ. μειώνεται το μήκος του με συνέπεια τη μείωση της αντίστασής του).

Αφού η αντίσταση και των δύο μετρητών όταν δεν υφίστανται καταπόνηση είναι $R = 200 \Omega$ και η μηχανική τάση που υφίστανται και οι δύο είναι όμοια (ϵ), τότε και η μεταβολή της αντίστασής τους λόγω της μηχανικής τάσης θα είναι όμοια και για τους δύο (ΔR). Η τάση εξόδου του διαιρέτη τάσης υπολογίζεται ως εξής:

$$V_{\Delta} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot V_{in} \Rightarrow V_{\Delta} = \frac{R + \Delta R}{R + \Delta R + R - \Delta R} \cdot V_{in} \Rightarrow V_{\Delta} = \frac{R + \Delta R}{2 \cdot R} \cdot 4 \Rightarrow V_{\Delta} = 2 \cdot \left(1 + \frac{\Delta R}{R} \right) \Rightarrow$$

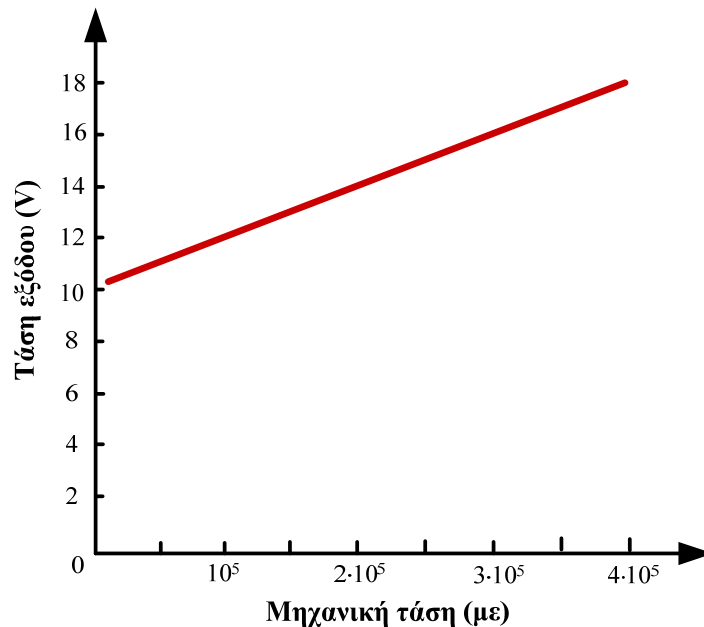
$$\Rightarrow V_{\Delta} = 2 \cdot \left(1 + \frac{G \cdot \epsilon \cdot R}{R} \right) \Rightarrow V_{\Delta} = 2 \cdot (1 + G \cdot \epsilon).$$

Επειδή η αντίσταση εισόδου του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή που αποτελεί το φορτίο του διαιρέτη τάσης, είναι άπειρη, κατά τον υπολογισμό της τάσης εξόδου του διαιρέτη τάσης, το ρεύμα που κατευθύνεται προς την έξοδο του διαιρέτη τάσης είναι μηδενικό.

Στη συνέχεια προσδιορίζουμε την τάση εξόδου του κυκλώματος, η οποία είναι η τάση εξόδου ενός ενισχυτή μη αντιστροφής με είσοδο την τάση V_{Δ} :

$$V_{\text{out}} = \left(1 + \frac{4 \cdot R}{R}\right) \cdot V_{\Delta} \Rightarrow V_{\text{out}} = 5 \cdot V_{\Delta} \Rightarrow V_{\text{out}} = 5 \cdot 2 \cdot (1 + G \cdot \varepsilon) \Rightarrow V_{\text{out}} = 10 \cdot (1 + 2 \cdot \varepsilon).$$

- β) Από τη σχέση $V_{\text{out}} = 10 \cdot (1 + 2 \cdot \varepsilon)$ προκύπτει ότι η συνάρτηση της τάσης εξόδου με τη μηχανική τάση είναι γραμμική. Για το σχεδιασμό της απαιτούμενης ευθείας γραφικής παράστασης, αρκεί ο προσδιορισμός των δύο ακραίων σημείων της. Για $\varepsilon = 10^4$ με, προκύπτει ότι $V_{\text{out}} = 10.2$ V, ενώ για $\varepsilon = 4 \cdot 10^5$ με, προκύπτει ότι $V_{\text{out}} = 18$ V. Το ζητούμενο διάγραμμα έχει ως εξής:



- γ) Από τη σχέση $V_{\text{out}} = 10 \cdot (1 + 2 \cdot \varepsilon)$ προκύπτει η τάση εξόδου του κυκλώματος για μηχανική τάση $\varepsilon = 10^5$ με:

$$V_{\text{out}} = 10 \cdot (1 + 2 \cdot 10^5 \cdot 10^{-6}) \Rightarrow V_{\text{out}} = 12 \text{ V}.$$

Εάν κατά τον υπολογισμό της τάσης εξόδου του κυκλώματος δε ληφθεί υπόψη η συμπίεση που υφίσταται ο μετρητής μηχανικής τάσης R_2 , τότε η τάση εξόδου του κυκλώματος θα πρέπει να υπολογιστεί θέτοντας στην ανάλυση του ερωτήματος (α) $R_2 = R = 200 \Omega$. Συνεπώς, η προαναφερόμενη ανάλυση έχει ως εξής:

$$V'_{\Delta} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot V_{\text{in}} \Rightarrow V'_{\Delta} = \frac{R + \Delta R}{R + \Delta R + R} \cdot V_{\text{in}} \Rightarrow V'_{\Delta} = \frac{R + \Delta R}{2 \cdot R + \Delta R} \cdot 4 \Rightarrow V'_{\Delta} = 4 \cdot \left(\frac{R + G \cdot \varepsilon \cdot R}{2 \cdot R + G \cdot \varepsilon \cdot R} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V'_{\Delta} = 4 \cdot \left(\frac{1 + G \cdot \varepsilon}{2 + G \cdot \varepsilon} \right) \Rightarrow V'_{\Delta} = 4 \cdot \left(\frac{1 + 2 \cdot \varepsilon}{2 + 2 \cdot \varepsilon} \right) \Rightarrow V'_{\Delta} = 2 \cdot \left(\frac{1 + 2 \cdot \varepsilon}{1 + \varepsilon} \right) \text{ και}$$

$$V'_{\text{out}} = \left(1 + \frac{4 \cdot R}{R}\right) \cdot V'_{\Delta} \Rightarrow V'_{\text{out}} = 5 \cdot V'_{\Delta} \Rightarrow V_{\text{out}} = 5 \cdot 2 \cdot \left(\frac{1 + 2 \cdot \varepsilon}{1 + \varepsilon} \right) \Rightarrow V_{\text{out}} = 10 \cdot \left(\frac{1 + 2 \cdot \varepsilon}{1 + \varepsilon} \right).$$

Από τη σχέση αυτή, προκύπτει η «εσφαλμένη» τάση εξόδου του κυκλώματος για μηχανική τάση $\varepsilon = 10^5$ με:

$$V'_{\text{out}} = 10 \cdot \left(\frac{1 + 2 \cdot \varepsilon}{1 + \varepsilon} \right) \Rightarrow V'_{\text{out}} = 10 \cdot \left(\frac{1 + 2 \cdot 10^5 \cdot 10^{-6}}{1 + 10^5 \cdot 10^{-6}} \right) \Rightarrow V'_{\text{out}} = 10 \cdot \left(\frac{1 + 0.2}{1 + 0.1} \right) \Rightarrow V'_{\text{out}} = 10.9 \text{ V}.$$

Το απόλυτο σφάλμα ορίζεται ως εξής: $e = |r - x|$, όπου r είναι η τιμή της τάσης εξόδου όταν λαμβάνεται υπόψη η καταπόνηση και των δύο μετρητών (δηλαδή η πραγματική τιμή) και x είναι η τιμή της τάσης εξόδου όταν δε λαμβάνεται υπόψη η συμπίεση του μετρητή R_2 :

$$e = |V_{\text{out}} - V'_{\text{out}}| \Rightarrow e = (12 - 10.9) \text{ V} \Rightarrow e = 1.1 \text{ V}.$$

Το εκατοστιαίο σφάλμα ορίζεται ως εξής:

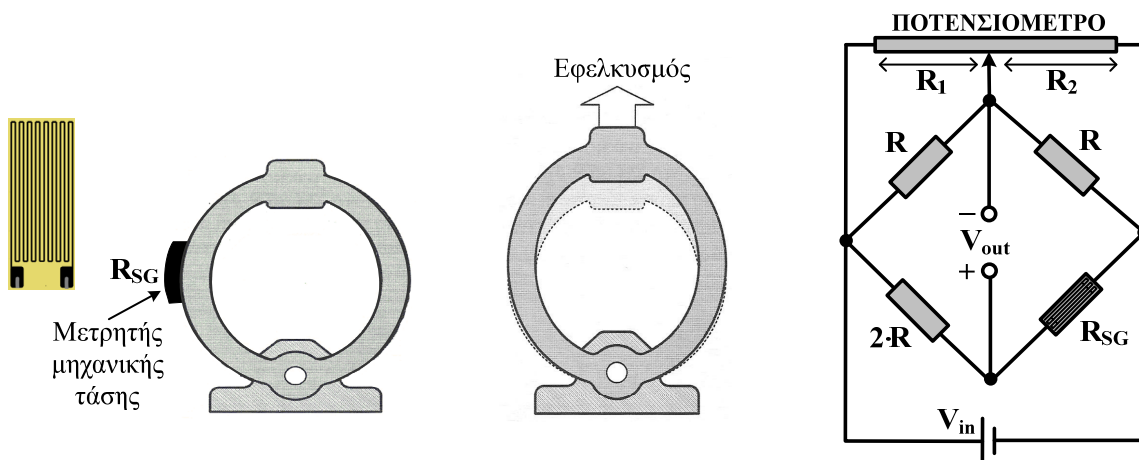
$$e(\%) = \frac{|r - x|}{r} \cdot 100 ,$$

$$e(\%) = \frac{|V_{out} - V'_{out}|}{V_{out}} \cdot 100 \Rightarrow e(\%) = \frac{1.1}{12} \cdot 100 \Rightarrow e(\%) = 9.16.$$

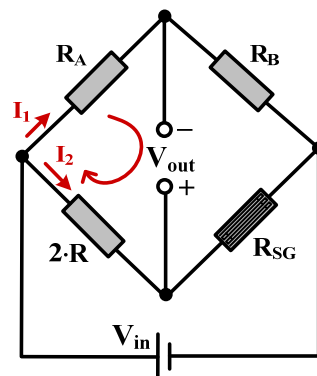
Επομένως, το ζητούμενο εκατοστιαίο σφάλμα είναι 9.16 %.

Στον δακτύλιο φόρτισης, που φαίνεται στο αριστερό μέρος του παρακάτω σχήματος, έχει προσκολληθεί μετρητής μηχανικής τάσης. Στο μέσο του ίδιου σχήματος παρουσιάζεται η παραμόρφωση του δακτυλίου κατά την επιβολή εφελκυσμού. Ο μετρητής μηχανικής τάσης που είναι συνδεδεμένος στον ένα βραχίονα γέφυρας Wheatstone, όπως φαίνεται στο δεξί μέρος του ίδιου σχήματος, παρουσιάζει παράγοντα $G = 2$ και όταν δεν υφίστανται εφελκυσμός ή συμπίεση, η τιμή της αντίστασής του είναι 200Ω . Στο κύκλωμα συνδέεται επίσης ποτενσιόμετρο με συνολική αντίσταση $4.2 \text{ k}\Omega$. Δίνονται: $R = 105 \Omega$ και $V_{in} = 10 \text{ V}$.

- α) Να υπολογίσετε τις τιμές των αντιστάσεων (R_1 και R_2) που θα πρέπει να έχουν τα μέρη του ποτενσιόμετρου, στα οποία αυτό χωρίζεται από την κινητή του επαφή, έτσι ώστε όταν η μηχανική τάση εφελκυσμού που ασκείται στον δακτύλιο είναι $25000 \mu\epsilon$, η γέφυρα να ισορροπεί.
- β) Για τις τιμές των αντιστάσεων R_1 και R_2 που υπολογίσατε στο ερώτημα (α), να υπολογίσετε την τάση εφελκυσμού που θα πρέπει να ασκηθεί στον δακτύλιο, έτσι ώστε η τάση εξόδου (V_{out}) του κυκλώματος να είναι 50 mV .



- α) Αρχικά απλοποιούμε το κύκλωμα, λαμβάνοντας το ακόλουθο ισοδύναμο κύκλωμα:



$$R_A = \frac{R \cdot R_1}{R + R_1}$$

$$R_B = \frac{R \cdot R_2}{R + R_2}$$

Εφαρμόζουμε τον 2^ο κανόνα Kirchhoff στον αριστερό βρόχο της γέφυρας Wheatstone:

$$I_1 \cdot R_A - V_{out} - I_2 \cdot 2R = 0 \Rightarrow V_{out} = I_1 \cdot R_A - 2 \cdot I_2 \cdot R.$$

Υπολογίζουμε στη συνέχεια τα ρεύματα I_1 και I_2 :

$$I_1 = \frac{V_{in}}{R_A + R_B} \quad \text{και} \quad I_2 = \frac{V_{in}}{2R + R_{SG}}.$$

Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι:

$$V_{out} = \frac{V_{in}}{R_A + R_B} \cdot R_A - \frac{V_{in}}{2 \cdot R + R_{SG}} \cdot 2 \cdot R \Rightarrow V_{out} = V_{in} \cdot \left(\frac{R_A}{R_A + R_B} - \frac{2 \cdot R}{2 \cdot R + R_{SG}} \right).$$

Όταν η γέφυρα ισορροπεί, η τάση εξόδου της είναι μηδενική, συνεπώς τότε ισχύει ότι:

$$\frac{R_A}{R_A + R_B} - \frac{2 \cdot R}{2 \cdot R + R_{SG}} = 0 \Rightarrow \frac{R_A + R_B}{R_A} - \frac{2 \cdot R + R_{SG}}{2 \cdot R} = 0 \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{R_{SG}}{2 \cdot R}.$$

Όπως μπορεί κανείς εύκολα να διακρίνει στο μέσο του σχήματος, ο μετρητής μηχανικής τάσης υφίσταται εφελκυσμό (δηλαδή, αυξάνεται το μήκος τους), με αποτέλεσμα η αντίστασή του να αυξάνεται.

Η αύξηση της αντίστασης του μετρητή μηχανικής τάσης, υπολογίζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$\Delta R_{SG} = G \cdot \varepsilon \cdot 200,$$

συνεπώς η αντίσταση του μετρητή όταν ασκείται μηχανική τάση εφελκυσμού ίση με 25000 με, έχει ως εξής:

$$R_{SG} = 200 \Omega + \Delta R_{SG} = 200 \Omega + 2 \cdot 25000 \cdot 10^{-6} \cdot 200 \Omega = 210 \Omega.$$

Έτσι, όταν στον δακτύλιο ασκείται μηχανική τάση εφελκυσμού ίση με 25000 με, με βάση την τιμή της αντίστασης του μετρητή μηχανικής τάσης που προέκυψε, καθώς και των δεδομένων τιμών των υπόλοιπων αντιστάσεων του κυκλώματος, η συνθήκη ισορροπίας της γέφυρας, γίνεται:

$$\begin{aligned} \frac{R_B}{R_A} = \frac{R_{SG}}{2 \cdot R} \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{210}{2 \cdot 105} \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = 1 \Rightarrow R_A = R_B \Rightarrow \frac{R \cdot R_1}{R + R_1} = \frac{R \cdot R_2}{R + R_2} \Rightarrow \\ \Rightarrow R_1 \cdot (R + R_2) = R_2 \cdot (R + R_1) \Rightarrow R_1 \cdot R + R_2 \cdot R_1 = R_2 \cdot R + R_2 \cdot R_1 \Rightarrow R_1 = R_2. \end{aligned}$$

Αφού δίνεται ότι η συνολική αντίσταση του ποτενσιόμετρου είναι 4.2 kΩ, προκύπτει ότι $R_1 = R_2 = 2.1 \text{ k}\Omega$.

β) Για την τιμή των αντιστάσεων R_1 και R_2 , που υπολογίστηκε στο ερώτημα (α):

$$R_A = R_B = \frac{R \cdot R_1}{R + R_1} = \frac{R \cdot R_2}{R + R_2} = \frac{105 \cdot 2100}{105 + 2100} = 100 \Omega.$$

Στο ερώτημα (α), από την εφαρμογή του 2^{ου} κανόνα Kirchhoff στον αριστερό βρόχο της γέφυρας Wheatstone, προέκυψε ότι:

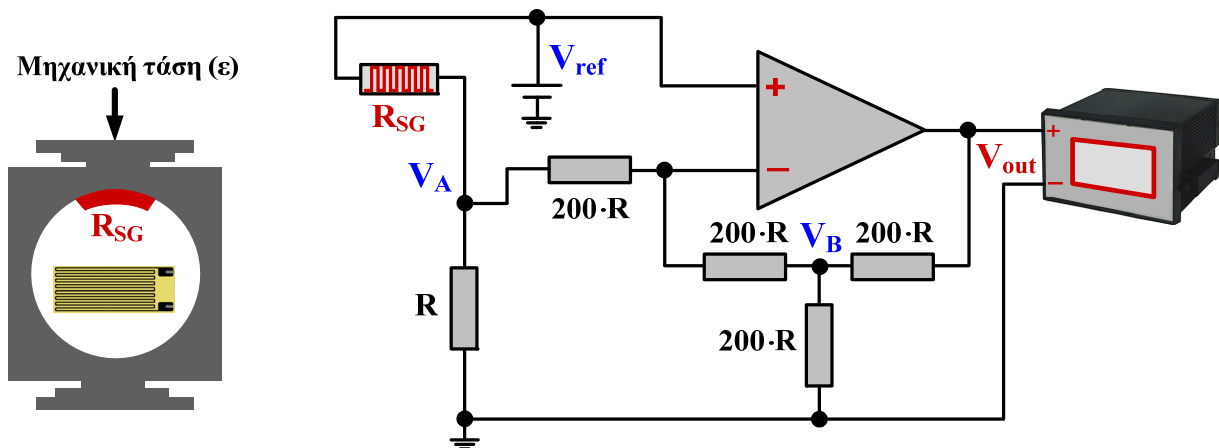
$$\begin{aligned} V_{out} = \frac{V_{in}}{R_A + R_B} \cdot R_A - \frac{V_{in}}{2 \cdot R + R_{SG}} \cdot 2 \cdot R \Rightarrow 0.05 = \frac{10 \cdot 100}{100 + 100} - \frac{10 \cdot 2 \cdot 105}{2 \cdot 105 + R_{SG}} \Rightarrow 0.05 = 5 - \frac{2100}{210 + R_{SG}} \Rightarrow \\ \Rightarrow 2100 = (210 + R_{SG}) \cdot 4.95 \Rightarrow 2100 = 1039.5 + 4.95 \cdot R_{SG} \Rightarrow R_{SG} = \frac{2100 - 1039.5}{4.95} \Omega \Rightarrow R_{SG} = 214.24 \Omega. \end{aligned}$$

Από τη σχέση υπολογισμού της αντίστασης του μετρητή όταν ασκείται σ' αυτόν μηχανική τάση εφελκυσμού, υπολογίζουμε στη συνέχεια τη ζητούμενη μηχανική τάση (ε):

$$\begin{aligned} R_{SG} = 200 + \Delta R_{SG} = 200 + G \cdot \varepsilon \cdot 200 \Rightarrow 214.24 = 200 + G \cdot \varepsilon \cdot 200 \Rightarrow 214.24 = 200 + 2 \cdot \varepsilon \cdot 200 \Rightarrow \\ \varepsilon = \frac{214.24 - 200}{2 \cdot 200} \Rightarrow \varepsilon = 0.0356 \text{ ή } 35600 \text{ με}. \end{aligned}$$

Στην δυναμοκυψέλη δακτυλίου που παρουσιάζεται στο αριστερό μέρος του παρακάτω σχήματος, συμμετέχει μετρητής μηχανικής τάσης και όταν ασκείται μηχανική τάση στο πάνω μέρος της δυναμοκυψέλης με κατεύθυνση προς τα κάτω, ο μετρητής υφίσταται καταπόνηση. Ο μετρητής μηχανικής τάσης με αντίσταση R_{SG} που έχει παράγοντα $G = 2$ και όταν δεν υφίσταται καταπόνηση παρουσιάζει αντίσταση 200Ω , είναι συνδεδεμένος σε κύκλωμα που περιλαμβάνει ιδανικό τελεστικό ενισχυτή, πέντε (5) αντιστάσεις, μια πηγή σταθερής τάσης $V_{ref} = 0.5 \text{ V}$ και ψηφιακό βολτόμετρο. Δίνεται ότι $R = 200 \Omega$.

- α) Να προσδιορίσετε την ένδειξη του ψηφιακού βολτομέτρου (V_{out}) σε σχέση με τη μηχανική τάση (ϵ) που ασκείται στη δυναμοκυψέλη.
- β) Αφού υπολογίσετε την ένδειξη του ψηφιακού βολτομέτρου (V_{out}) για μηχανική τάση 10^5 με , να υπολογίσετε το απόλυτο και το εκατοστιαίο σφάλμα που προκύπτει εάν κατά τον υπολογισμό της ένδειξης του ψηφιακού βολτομέτρου (V_{out}) δε ληφθεί υπόψη η καταπόνηση που υφίσταται ο μετρητής μηχανικής τάσης.



- α) Όταν ασκείται μηχανική τάση στο πάνω μέρος της δυναμοκυψέλης, ο μετρητής μηχανικής τάσης υφίσταται εφελκυσμό (δηλαδή, αυξάνεται το μήκος τους), με αποτέλεσμα την αύξηση της αντίστασής του κατά ΔR . Η αντίσταση του μετρητή, στον οποίο ασκείται μηχανική τάση ϵ , υπολογίζεται ως εξής:

$$R_{SG} = 200 + G \cdot \epsilon \cdot 200 = 200 + 2 \cdot \epsilon \cdot 200 = 200 + 400 \cdot \epsilon \quad (\text{σε } \Omega).$$

Ο μετρητής μηχανικής τάσης συνδέεται σε διαιρέτη τάσης, η τάση εξόδου του οποίου, υπολογίζεται ως εξής:

$$V_A = \frac{R}{R_{SG} + R} \cdot V_{ref} \Rightarrow V_A = \frac{200}{200 + 400 \cdot \epsilon + 200} \cdot 0.5 \Rightarrow$$

$$V_A = \frac{100}{400 + 400 \cdot \epsilon} \Rightarrow V_A = \frac{0.25}{1 + \epsilon} \quad (\text{σε V}).$$

Επειδή η αντίσταση $200 \cdot R$ που αποτελεί το φορτίο του διαιρέτη τάσης είναι πολύ μεγαλύτερη από την αντίσταση R του διαιρέτη τάσης, κατά τον υπολογισμό της τάσης εξόδου του διαιρέτη τάσης (V_A), το ρεύμα που κατευθύνεται προς την έξοδο του διαιρέτη τάσης θεωρήθηκε αμελητέο.

Η έξοδος του διαιρέτη τάσης (V_A) συνδέεται στη μία είσοδο του κυκλώματος που περιλαμβάνει ιδανικό τελεστικό ενισχυτή και 4 αντιστάσεις, στην άλλη είσοδο του οποίου συνδέεται η σταθερή τάση V_{ref} . Για τον υπολογισμό της τάσης εξόδου του κυκλώματος αυτού (που αποτελεί και την ένδειξη του ψηφιακού βολτομέτρου), εφαρμόζουμε τη μέθοδο ανάλυσης των κόμβων, δηλαδή εφαρμόζουμε τον 1^ο κανόνα Kirchhoff στους κόμβους του κυκλώματος που δεν είναι είσοδοι ή έξοδοι του.

Σε κάθε κόμβο, εξισώνουμε το άθροισμα των αγωγιμοτήτων (δηλαδή των αντίστροφων αντιστάσεων) που ξεκινούν από τους κόμβους αυτούς, πολλαπλασιασμένο με την τάση τους, με το άθροισμα των γινομένων των αγωγιμοτήτων αυτών με τις τάσεις των κόμβων στους οποίους καταλήγουν.

Στον κόμβο της αντιστρέφουσας εισόδου ($-$) του τελεστικού ενισχυτή, έχουμε:

$$\left(\frac{1}{200 \cdot R} + \frac{1}{200 \cdot R} \right) \cdot V_- = \frac{1}{200 \cdot R} \cdot V_A + \frac{1}{200 \cdot R} \cdot V_B \Rightarrow 2 \cdot V_- = V_A + V_B \Rightarrow V_B = 2 \cdot V_- - V_A.$$

Λόγω της ιδιότητας αντιγραφής των τάσεων στις εισόδους του τελεστικού ενισχυτή ($V_+ = V_-$) και αφού $V_+ = V_{ref}$, προκύπτει ότι $V_- = V_{ref}$. Συνεπώς: $V_B = 2 \cdot V_{ref} - V_A$.

Στον κόμβο B του κυκλώματος, έχουμε:

$$\left(\frac{1}{200 \cdot R} + \frac{1}{200 \cdot R} + \frac{1}{200 \cdot R} \right) \cdot V_B = \frac{1}{200 \cdot R} \cdot V_- + \frac{1}{200 \cdot R} \cdot 0 + \frac{1}{200 \cdot R} \cdot V_{out} \Rightarrow 3 \cdot V_B = V_- + V_{out}.$$

Αντικαθιστώντας στην παραπάνω σχέση την V_- με την V_{ref} και θέτοντας στην τάση V_B τη σχέση που προέκυψε κατά την ανάλυση του κόμβου της αντιστρέφουσας εισόδου του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή, υπολογίζουμε την τάση εξόδου (V_{out}) του κυκλώματος:

$$3 \cdot (2 \cdot V_{ref} - V_A) = V_{ref} + V_{out} \Rightarrow 6 \cdot V_{ref} - 3 \cdot V_A = V_{ref} + V_{out} \Rightarrow V_{out} = 5 \cdot V_{ref} - 3 \cdot V_A \Rightarrow$$

$$V_{out} = 5 \cdot 0.5 - 3 \cdot V_A \Rightarrow V_{out} = 2.5 - 3 \cdot V_A$$

Αντικαθιστώντας στην παραπάνω σχέση τη σχέση υπολογισμού της τάσης V_A , καταλήγουμε στον προσδιορισμό της ένδειξης του ψηφιακού βολτομέτρου (V_{out}) σε σχέση με την μηχανική τάση ε που ασκείται στην δυναμοκυψέλη:

$$V_{out} = 2.5 - 3 \cdot \frac{0.25}{1 + \varepsilon} \Rightarrow V_{out} = 2.5 - \frac{0.75}{1 + \varepsilon} \quad (\text{σε V}).$$

β) Με βάση την παραπάνω σχέση, η ένδειξη του ψηφιακού βολτομέτρου (V_{out}) για μηχανική τάση 10^5 με είναι:

$$V_{out} = 2.5 - \frac{0.75}{1 + 10^5 \cdot 10^{-6}} = 1.82 \text{ V}.$$

Εάν δεν ληφθεί υπόψη η καταπόνηση που υφίσταται ο μετρητής μηχανικής τάσης, προκύπτουν τα ακόλουθα:

$$V'_A = \frac{R}{R + R} \cdot V_{ref} \Rightarrow V'_A = \frac{R}{2 \cdot R} \cdot 0.5 \Rightarrow V'_A = 0.25 \text{ V},$$

$$V'_{out} = 2.5 - 3 \cdot V'_A \Rightarrow V'_{out} = (2.5 - 3 \cdot 0.25) \text{ V} \Rightarrow V'_{out} = 1.75 \text{ V}.$$

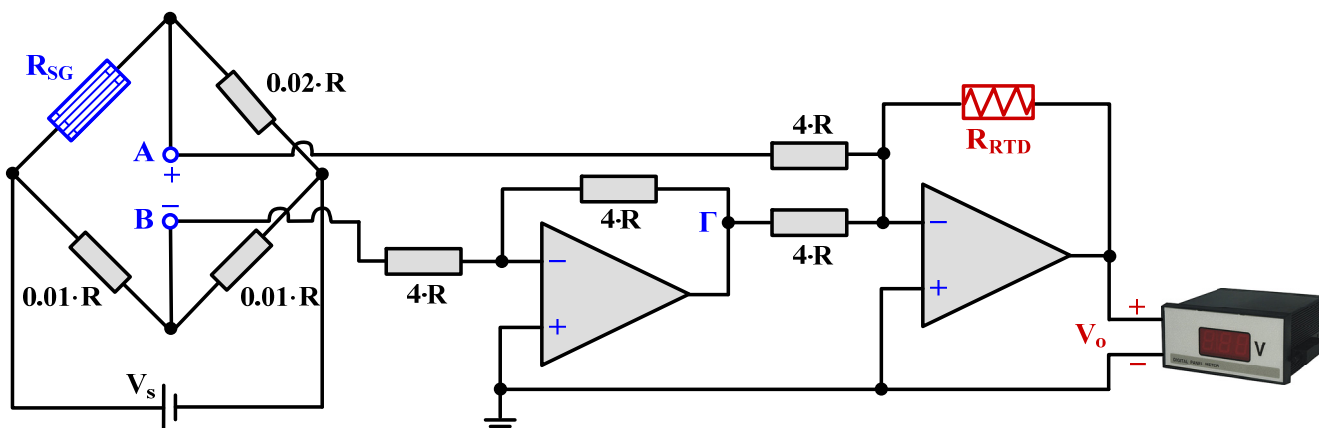
Το ζητούμενο απόλυτο σφάλμα, έχει ως εξής: $e = |V_{out} - V'_{out}| = |1.82 - 1.75| = 0.07 \text{ V} = 70 \text{ mV}$.

Το ζητούμενο εκατοστιαίο σφάλμα, έχει ως εξής:

$$e(\%) = \frac{|V_{out} - V'_{out}|}{V_{out}} \cdot 100 = \frac{|1.82 - 1.75|}{1.82} \cdot 100 = 3.85\%.$$

Η διάταξη του παρακάτω σχήματος περιλαμβάνει θερμόμετρο αντίστασης (RTD) λευκόχρυσου, του οποίου η αντίσταση (R_{RTD}) μετρήθηκε $10\text{ k}\Omega$ σε θερμοκρασία 0°C , πιεζοαντίσταση (R_{SG}) με παράγοντα $G = 2$, η οποία όταν δεν υφίσταται παραμόρφωση παρουσιάζει αντίσταση $109.1\text{ }\Omega$, πηγή συνεχούς τάσης $V_s = 16\text{ V}$, 7 αντιστάσεις, 2 ιδανικούς τελεστικούς ενισχυτές και ψηφιακό βολτόμετρο. Η πιεζοαντίσταση της διάταξης υφίσταται μηχανική τάση εφελκυσμού $50000\text{ }\mu\text{ε}$. Δίνεται ότι $R = 10\text{ k}\Omega$, καθώς και ότι ο θερμοκρασιακός συντελεστής του λευκόχρυσου είναι $0.004\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

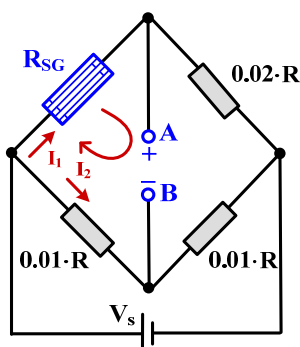
- Να προσδιορίσετε την ένδειξη του ψηφιακού βολτομέτρου (V_o) σε σχέση με την θερμοκρασία θ του RTD.
- Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της ένδειξης του ψηφιακού βολτομέτρου (V_o) ως προς τη θερμοκρασία θ του RTD, για θερμοκρασίες από 0°C έως 750°C .
- Όταν η θερμοκρασία του RTD είναι 0°C , να υπολογίσετε το απόλυτο και το εκατοστιαίο σφάλμα που προκύπτει κατά τον προσδιορισμό της ένδειξης του ψηφιακού βολτομέτρου, εάν δε ληφθεί υπόψη η μηχανική τάση εφελκυσμού που υφίσταται η πιεζοαντίσταση.



- Εφαρμόζουμε τον 2^ο κανόνα Kirchhoff στον αριστερό βρόχο της γέφυρας Wheatstone.

$$I_1 \cdot R_{SG} + V_{AB} - I_2 \cdot 0.01 \cdot R = 0 \Rightarrow V_{AB} = I_2 \cdot 0.01 \cdot R - I_1 \cdot R_{SG}.$$

Υπολογίζουμε στη συνέχεια τα ρεύματα I_1 και I_2 :



$$I_1 = \frac{V_s}{R_{SG} + 0.02 \cdot R} \quad \text{και} \quad I_2 = \frac{V_s}{0.02 \cdot R}.$$

Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι:

$$V_{AB} = \frac{V_s \cdot 0.01 \cdot R}{0.02 \cdot R} - \frac{V_s \cdot R_{SG}}{R_{SG} + 0.02 \cdot R} \Rightarrow V_{AB} = V_s \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{R_{SG}}{R_{SG} + 0.02 \cdot R} \right).$$

Όταν η πιεζοαντίσταση υφίσταται μηχανική τάση εφελκυσμού, η τιμή της αντίστασής της αυξάνεται. Η αύξηση της αντίστασης, υπολογίζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$\Delta R_{SG} = G \cdot \varepsilon \cdot R_{SG0} = (2 \cdot 50000 \cdot 10^{-6} \cdot 109.1) \Omega = 10.91 \Omega,$$

και τότε η τιμή της αντίστασής της, έχει ως εξής:

$$R_{SG} = R_{SG0} + \Delta R_{SG} = (109.1 + 10.91) \Omega = 120 \Omega.$$

Επομένως, η τάση εξόδου της γέφυρας μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$V_{AB} = V_s \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{R_{SG}}{R_{SG} + 0.02 \cdot R} \right) \Rightarrow V_{AB} = 16 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{120}{120 + 200} \right) V \Rightarrow V_{AB} = 2V.$$

Στον παραπάνω υπολογισμό, το ρεύμα που κατευθύνεται από τους κόμβους A και B προς τις αντιστάσεις $4 \cdot R$ θεωρήθηκε αμελητέο, λόγω του ότι οι αντιστάσεις αυτές είναι κατά πολύ μεγαλύτερες από τις αντιστάσεις της γέφυρας $0.02 \cdot R$ και $0.01 \cdot R$.

Παρατηρούμε ότι, η τάση του κόμβου B αποτελεί τάση εισόδου σε ενισχυτή αντιστροφής που αποτελείται από δύο αντιστάσεις $4 \cdot R$ και ιδανικό τελεστικό ενισχυτή. Η τάση εξόδου V_r του ενισχυτή αντιστροφής, υπολογίζεται ως εξής:

$$V_r = -\frac{4 \cdot R}{4 \cdot R} \cdot V_B \Rightarrow V_r = -V_B$$

Παρατηρούμε επίσης ότι, οι τάσεις των κόμβων A και Γ αποτελούν τάσεις εισόδου ενός ενισχυτή άθροισης που αποτελείται από δύο αντιστάσεις $4 \cdot R$, ιδανικό τελεστικό ενισχυτή και το RTD. Για να υπολογίσουμε την τάση εξόδου του ενισχυτή άθροισης που αποτελεί και την ένδειξη του βολτομέτρου, εφαρμόζουμε τον 1ο κανόνα Kirchhoff στον κόμβο της αντιστρέφουσας εισόδου του τελεστικού ενισχυτή, εξισώνοντας το άθροισμα των αγωγιμοτήτων (δηλ. των αντίστροφων αντιστάσεων) που ξεκινούν από τον κόμβο αυτό, πολλαπλασιασμένο με την τάση του, με το άθροισμα των γινομένων των αγωγιμοτήτων αυτών με τις τάσεις των κόμβων στους οποίους καταλήγουν:

$$\left(\frac{1}{4 \cdot R} + \frac{1}{4 \cdot R} + \frac{1}{R_{RTD}} \right) \cdot V_- = \frac{1}{4 \cdot R} \cdot V_A + \frac{1}{4 \cdot R} \cdot V_r + \frac{1}{R_{RTD}} \cdot V_o \Rightarrow$$

$$\left(\frac{1}{4 \cdot R} + \frac{1}{4 \cdot R} + \frac{1}{R_{RTD}} \right) \cdot 0 = \frac{1}{4 \cdot R} \cdot (V_A + V_r) + \frac{1}{R_{RTD}} \cdot V_o \Rightarrow V_o = -\frac{R_{RTD}}{4 \cdot R} \cdot (V_A + V_r).$$

Στην παραπάνω σχέση χρησιμοποιήσαμε την ιδιότητα αντιγραφής τάσεων στις εισόδους του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή, δηλαδή ότι $V_- = V_+$ και αφού $V_+ = 0$, προκύπτει ότι και $V_- = 0$.

Λόγω του ότι $V_r = -V_B$, η παραπάνω σχέση γίνεται:

$$V_o = -\frac{R_{RTD}}{4 \cdot R} \cdot (V_A - V_B) \Rightarrow V_o = -\frac{R_{RTD}}{4 \cdot R} \cdot V_{AB}.$$

Για το RTD λευκόχρυσου, ισχύει ότι:

$$R_{RTD} = R_{RTD0} \cdot (1 + \alpha \cdot \theta),$$

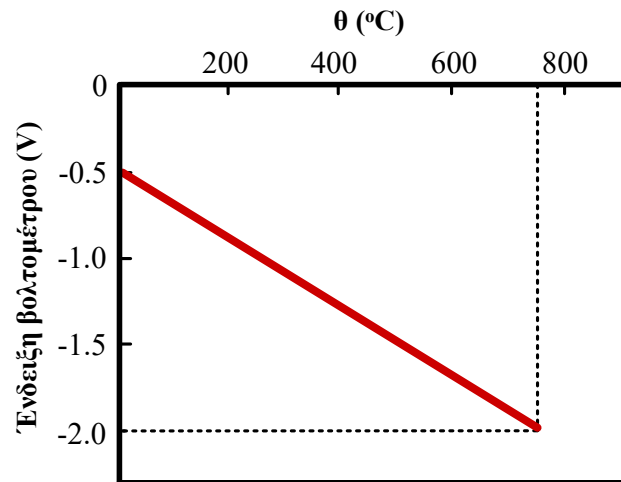
όπου: R_{RTD0} η αντίσταση (Ω) σε θερμοκρασία 0°C , R_{RTD} η αντίσταση (Ω) στη θερμοκρασία $\theta^\circ \text{C}$ και α ο θερμοκρασιακός συντελεστής του λευκόχρυσου. Έτσι έχουμε:

$$R_{RTD} = 10 \cdot (1 + 0.004 \cdot \theta) \text{ (σε k}\Omega\text{)}.$$

Αντικαθιστώντας την παραπάνω σχέση, στη σχέση υπολογισμού της ένδειξης του βολτομέτρου, προσδιορίζουμε την ένδειξη του βολτομέτρου (V_o) σε σχέση με την θερμοκρασία θ του RTD, όταν στην πιεζοαντίσταση ασκείται μηχανική τάση εφελκυσμού 50000 με:

$$V_o = -\frac{10 \cdot (1 + 0.004 \cdot \theta)}{4 \cdot R} \cdot V_{AB} \Rightarrow V_o = -\frac{10 \cdot (1 + 0.004 \cdot \theta)}{4 \cdot 10} \cdot 2 \Rightarrow V_o = -0.5 - 0.002 \cdot \theta.$$

- β) Η παραπάνω συνάρτηση της τάσης εξόδου της διάταξης με τη θερμοκρασία θ είναι γραμμική, συνεπώς για το σχεδιασμό της απαιτούμενης ευθείας γραφικής παράστασης, αρκεί ο προσδιορισμός των δύο ακραίων σημείων της. Για $\theta = 0^\circ\text{C}$ προκύπτει ότι $V_o = -0.5\text{ V}$, ενώ για $\theta = 750^\circ\text{C}$ προκύπτει ότι $V_o = -2\text{ V}$. Συνεπώς, η ζητούμενη γραφική παράσταση έχει ως εξής:



- γ) Εάν δε ληφθεί υπόψη ο εφελκυσμός που υφίσταται η πιεζοαντίσταση, η τάση εξόδου της γέφυρας, υπολογίζεται ως εξής:

$$V'_{AB} = V_s \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{R_{SG0}}{R_{SG0} + 0.02 \cdot R} \right) = 16 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{109.1}{109.1 + 200} \right) \text{ V} = 2.352 \text{ V}.$$

Τότε, η ένδειξη του βολτομέτρου όταν η θερμοκρασία του RTD είναι 0°C , υπολογίζεται ως εξής:

$$V'_o = -\frac{10 \cdot (1 + 0.004 \cdot \theta)}{4 \cdot R} \cdot V'_{AB} \Rightarrow V_o = -\frac{10 \cdot (1 + 0.004 \cdot 0)}{4 \cdot 10} \cdot 2.352 \Rightarrow V_o = -0.588 \text{ V}.$$

Το ζητούμενο απόλυτο σφάλμα, υπολογίζεται ως εξής:

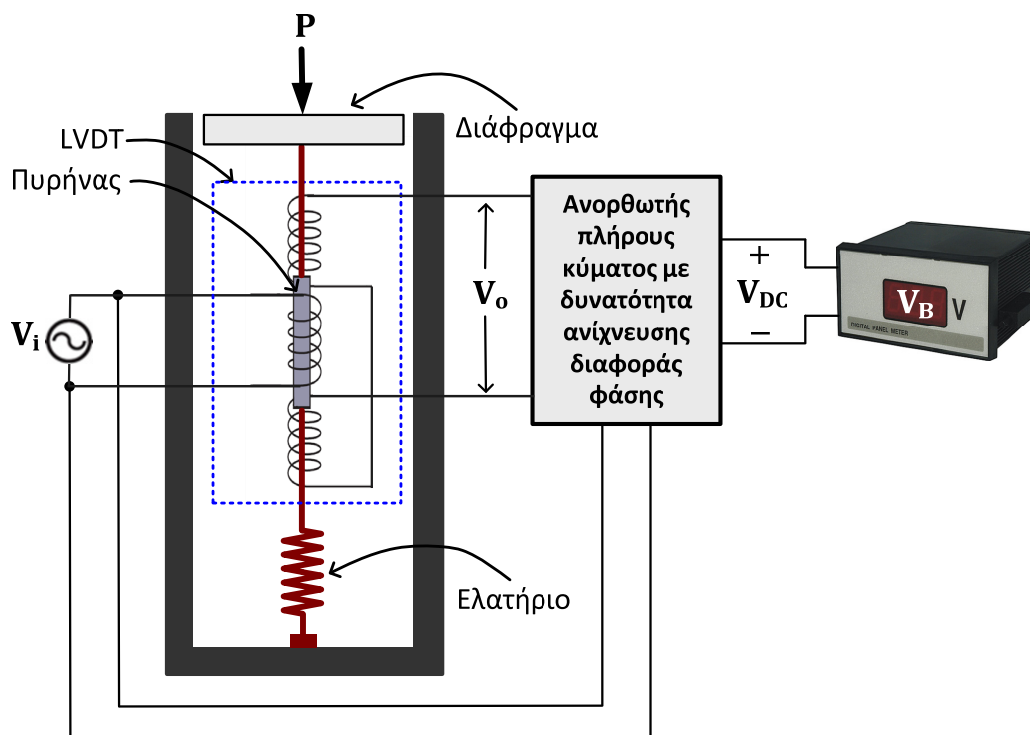
$$e = |V_o - V'_o| \Rightarrow e = |-0.5 - (-0.588)| \text{ V} = 0.088 \text{ V} = 88 \text{ mV}.$$

Το ζητούμενο εκατοστιαίο σφάλμα, υπολογίζεται ως εξής:

$$e(\%) = \left| \frac{V_o - V'_o}{V_o} \right| \cdot 100 \Rightarrow e(\%) = \frac{0.088}{0.5} \cdot 100 = 17.6\%$$

Η διάταξη μέτρησης πίεσης που παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα, περιλαμβάνει κυλινδρικό δοχείο, στο εσωτερικό του οποίου έχει τοποθετηθεί ένας γραμμικός μεταβλητός διαφορικός μετασχηματιστής (LVDT). Το εύρος λειτουργίας εισόδου (FSI) του LVDT είναι από -12 mm έως 12 mm (ή 24 mm) και το εύρος λειτουργίας εξόδου (FSO) του LVDT είναι από -3 V έως 3 V (ή 6 V). Ο πυρήνας του LVDT συγκρατείται στον πυθμένα του δοχείου με ελατήριο σταθεράς $K = 200\text{ N/m}$, στο οποίο συνδέεται μέσω λεπτής ράβδου. Το άνω μέρος του πυρήνα συνδέεται μέσω λεπτής ράβδου με διάφραγμα που έχει σχήμα δίσκου ακτίνας $R = 5\text{ cm}$. Όταν δεν εφαρμόζεται πίεση στο διάφραγμα, ο πυρήνας βρίσκεται στο μέσο του συστήματος των πηνίων του LVDT, ενώ όταν εφαρμόζεται πίεση P στο διάφραγμα, προκαλείται μετατόπιση d του πυρήνα του LVDT προς τα κάτω. Η μετατόπιση του πυρήνα σταματάει όταν η δύναμη που ασκείται στον πυρήνα από το ελατήριο γίνει ίση με τη δύναμη F που προκαλείται από την εφαρμοζόμενη πίεση P . Στην είσοδο του LVDT εφαρμόζεται ημιτονικό σήμα τάσης (V_i) συχνότητας 20 kHz και η τάση εξόδου του (V_o) μετατρέπεται σε συνεχή τάση (V_{DC}) μέσω κυκλώματος ανορθωτή πλήρους κύματος με δυνατότητα ανίχνευσης διαφοράς φάσης (phase sensitive full-wave rectifier). Η τάση εξόδου του ανορθωτή μετρείται με ψηφιακό βολτόμετρο. Δίνεται ότι $\pi = 3,14$.

- Να υπολογίσετε την ευαισθησία (s) του LVDT (δίνοντας και τη μονάδα μέτρησής της, διαφορετικά η απάντησή σας δεν θα γίνει δεκτή) και να προσδιορίσετε την ένδειξη του ψηφιακού βολτομέτρου (V_B) σε σχέση με την εφαρμοζόμενη πίεση P στο διάφραγμα της διάταξης.
- Να σχεδιάσετε την κυματομορφή της τάσης εξόδου του ανορθωτή (V_{DC}) για διάστημα μιας περιόδου, όταν η πίεση που εφαρμόζεται στο διάφραγμα είναι 255 N/m^2 .
- Αφού υπολογίσετε τη μέγιστη δυνατή ένδειξη του ψηφιακού βολτομέτρου (V_{Bmax}) και την τιμή της εφαρμοζόμενης πίεσης στο διάφραγμα (P_{Bmax}), ώστε να επιτευχθεί η ένδειξη αυτή, να σχεδιάσετε το διάγραμμα της ένδειξης του βολτομέτρου (V_B) ως προς την εφαρμοζόμενη πίεση (P) στο διάφραγμα της διάταξης, για τιμές της πίεσης από 0 έως P_{Bmax} .



- Η ευαισθησία του LVDT προκύπτει με διαίρεση της μέγιστης τιμής του πλάτους της τάσης εξόδου του (έξοδος του αισθητήρα) προς την αντίστοιχη μετατόπιση του πυρήνα (είσοδος στον αισθητήρα):

$$s = \frac{3\text{ V}}{12\text{ mm}} = 0,25 \frac{\text{V}}{\text{mm}} = 250 \frac{\text{V}}{\text{m}}.$$

Όταν εφαρμόζεται πίεση P στο διάφραγμα της διάταξης, ασκείται σε αυτό δύναμη $F = P \cdot A$ (όπου $A = \pi \cdot R^2$, είναι η επιφάνεια του διαφράγματος). Λόγω της δύναμης αυτής το διάφραγμα αλλά και ο πυρήνας του LVDT μετατοπίζεται προς τα κάτω κατά d . Η μετατόπιση σταματά όταν η δύναμη που ασκείται στον πυρήνα από το ελατήριο ($F_{ελ} = K \cdot d$) γίνει ίση με τη δύναμη F που προκαλείται από την εφαρμοζόμενη πίεση:

$$F = F_{ελ} \Rightarrow P \cdot A = K \cdot d \Rightarrow d = \frac{P \cdot A}{K} \Rightarrow d = \frac{P \cdot \pi \cdot R^2}{K}.$$

Με βάση την ευαισθησία του LVDT που υπολογίστηκε, όταν η μετατόπιση του πυρήνα είναι d , τότε το πλάτος της τάσης εξόδου του LVDT είναι:

$$V_{o\max} = S \cdot d \Rightarrow V_{o\max} = \frac{S \cdot P \cdot \pi \cdot R^2}{K}.$$

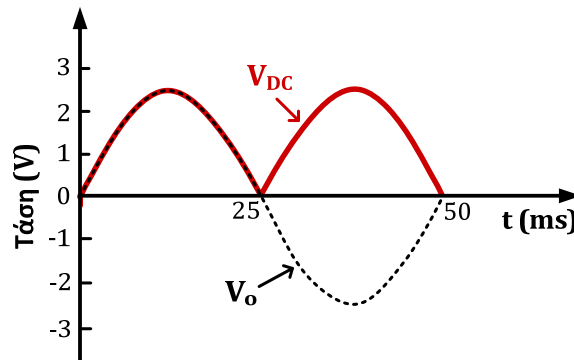
Στο κύκλωμα ανορθωτή πλήρους κύματος με δυνατότητα ανίχνευσης διαφοράς φάσης, όταν $V_i > 0$ τότε $V_{DC} = V_o$, ενώ όταν $V_i < 0$ τότε $V_{DC} = -V_o$. Όταν ο πυρήνας του LVDT μετακινείται προς τα κάτω, τα σήματα εισόδου (V_i) και εξόδου (V_o) του LVDT είναι συμφασικά με αποτέλεσμα η συνεχής (αλλά μεταβαλλόμενη) τάση εξόδου (V_{DC}) του ανορθωτή να είναι θετική με μέση τιμή $2 \cdot V_{o\max} / \pi$, η οποία αποτελεί και την ένδειξη του ψηφιακού βολτομέτρου (V_B). Επομένως, η ζητούμενη σχέση υπολογισμού της ένδειξης του ψηφιακού βολτομέτρου (V_B) σε σχέση με την εφαρμοζόμενη πίεση P στο διάφραγμα της διάταξης, έχει ως εξής:

$$V_B = \frac{2 \cdot V_{o\max}}{\pi} \Rightarrow V_B = \frac{2 \cdot S \cdot P \cdot R^2}{K} \Rightarrow V_B = \frac{2 \cdot 250 \cdot 0,05^2}{200} \cdot P \Rightarrow V_B = 6,25 \cdot 10^{-3} \cdot P.$$

- β) Όπως προαναφέρθηκε, όταν ο πυρήνας του LVDT μετακινείται προς τα κάτω, τα σήματα εισόδου (V_i) και εξόδου (V_o) του LVDT είναι συμφασικά με αποτέλεσμα η μεταβαλλόμενη συνεχής τάση εξόδου (V_{DC}) του ανορθωτή να είναι θετική. Από τη σχέση προσδιορισμού του πλάτους της τάσης εξόδου του LVDT, προκύπτει ότι για $P = 255 \text{ N} / \text{m}^2$, το πλάτος της τάσης εξόδου του LVDT είναι:

$$V_{o\max} = \frac{S \cdot P \cdot \pi \cdot R^2}{K} \Rightarrow V_{o\max} = \frac{250 \cdot 255 \cdot 3,14 \cdot 0,05^2}{200} \text{ V} \Rightarrow V_{o\max} = 2,5 \text{ V}.$$

Αφού η τάση εισόδου (V_i) του LVDT είναι ημιτονικό σήμα συχνότητας 20 kHz, δηλαδή ημιτονικό σήμα με περίοδο $T = 1 / (20 \text{ kHz}) = 50 \text{ ms}$, η τάση εξόδου (V_o) του LVDT είναι ημιτονικό σήμα με την ίδια περίοδο και πλάτος 2.5 V. Η ανορθωμένη εκδοχή της τάσης αυτής, αποτελεί την τάση εξόδου του ανορθωτή, η κυματομορφή της οποίας, για διάστημα μιας περιόδου, παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα.



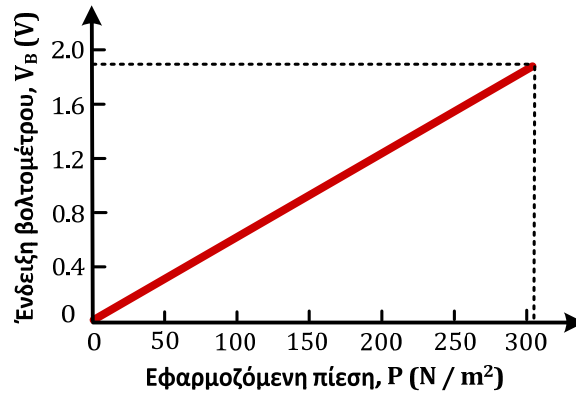
- γ) Το μέγιστο δυνατό πλάτος της τάσης εξόδου του LVDT ισούται με 3 V και αυτή προκύπτει για μετατόπιση του πυρήνα κατά 12 mm, αφού η μετατόπιση του πυρήνα μετά το σημείο αυτό δεν οδηγεί σε επιπλέον αύξηση της τάσης (φαινόμενο κόρου). Η μέγιστη δυνατή ένδειξη του βολτομέτρου, υπολογίζεται ως εξής:

$$V_B = \frac{2 \cdot V_{o\max}}{\pi} \Rightarrow V_{B\max} = \frac{2 \cdot 3}{3,14} \text{ V} \Rightarrow V_{B\max} = 1,9 \text{ V}.$$

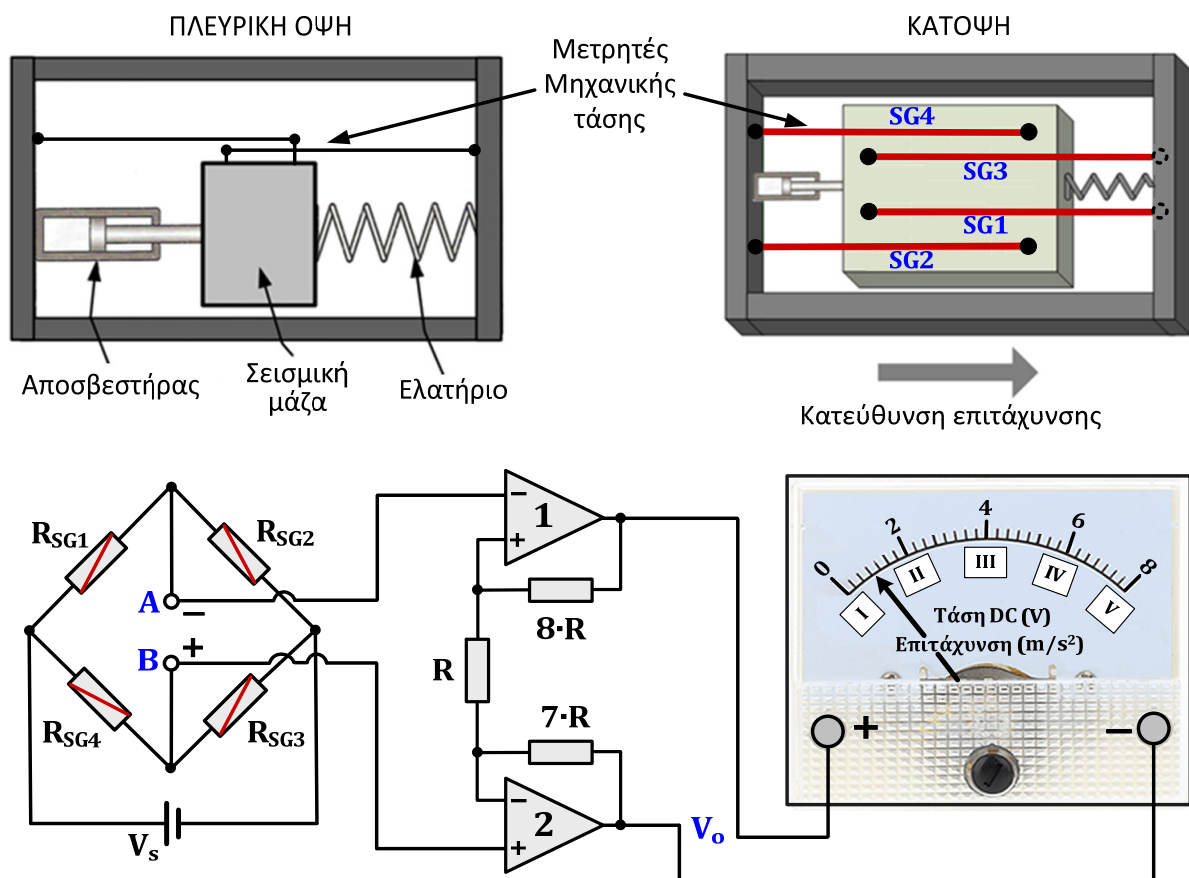
Η εφαρμοζόμενη πίεση στο διάφραγμα, ώστε να επιτευχθεί η μέγιστη δυνατή ένδειξη του ψηφιακού βολτομέτρου, υπολογίζεται ως εξής:

$$V_B = 6,25 \cdot 10^{-3} \cdot P \Rightarrow P_{\max} = \frac{V_{B\max}}{6,25 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow P_{\max} = \frac{1,9}{6,25 \cdot 10^{-3}} \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 304 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}.$$

Αφού σύμφωνα με τη σχέση $V_B = 6,25 \cdot 10^{-3} \cdot P$, η ένδειξη του ψηφιακού βολτομέτρου αποτελεί γραμμική συνάρτηση της πίεσης (P) που ασκείται στο διάφραγμα της διάταξης, υπολογίζουμε τις δύο ακραίες τιμές της ένδειξης του βολτομέτρου για τιμές πίεσης 0 και 304 N / m^2 , οι οποίες είναι 0 V και 1,9 V, αντίστοιχα και σχεδιάζουμε το ζητούμενο διάγραμμα.



Το επιταχυνσιόμετρο που παρουσιάζεται στο άνω μέρος του παρακάτω σχήματος (πλευρική όψη και κάτοψη), περιλαμβάνει πλαίσιο, στο εσωτερικό του οποίου έχει τοποθετηθεί σεισμική μάζα $m = 200 \text{ gr}$ που στερεώνεται στο πλαίσιο μέσω ενός ελατηρίου με σταθερά $K = 200 \text{ N / m}$ και ενός αποσβεστήρα. Στην άνω πλευρά της σεισμικής μάζας έχουν τοποθετηθεί 4 μετρητές μηχανικής τάσης. Οι μετρητές αυτοί δεν είναι προσκολλημένοι στη μάζα και αναφέρονται ως μετρητές μηχανικής τάσης ελεύθερου τύπου. Το ένα άκρο κάθε μετρητή είναι στερεωμένο μέσω ενός καρφιού στη σεισμική μάζα, ενώ το άλλο άκρο κάθε μετρητή είναι στερεωμένο με τον ίδιο τρόπο στο πλαίσιο του επιταχυνσιομέτρου. Οι 4 μετρητές συνδέονται σε γέφυρα Wheatstone (όπως παρουσιάζεται στο κάτω μέρος του παρακάτω σχήματος), είναι όμοιοι με παράγοντα $G = 2$ και όταν η διάταξη είναι ακίνητη έχουν μήκος $L = 20 \text{ mm}$ και παρουσιάζουν αντίσταση 200Ω . Η τάση εισόδου της γέφυρας (V_s) είναι 10 V και οι ακροδέκτες εξόδου της γέφυρας A και B συνδέονται σε κύκλωμα που περιλαμβάνει 2 ιδανικούς τελεστικούς ενισχυτές και 3 αντιστάσεις. Η έξοδος του συνολικού κυκλώματος (V_o) μετρίεται με βολτόμετρο. Το πλαίσιο επιταχύνεται προς τα δεξιά και στη μάζα ασκείται μια δύναμη $F = m \cdot \alpha$ ($\alpha =$ επιτάχυνση) που της προκαλεί μετατόπιση ΔL προς τα αριστερά, έως ότου η δύναμη F εξισωθεί με την αντίθετη δύναμη του ελατηρίου. Η μετατόπιση της μάζας έχει ως αποτέλεσμα οι μετρητές SG1, SG3 να υφίστανται εφελκυσμό και οι μετρητές SG2, SG4 να υφίστανται συμπίεση.



- Να προσδιορίσετε τις αντιστάσεις των μετρητών μηχανικής τάσης σε σχέση με την μετατόπιση (ΔL) της σεισμικής μάζας, αιτιολογώντας επαρκώς την απάντησή σας.
- Να προσδιορίσετε την μετατόπιση (ΔL) της σεισμικής μάζας σε σχέση με την ένδειξη του βολτομέτρου (V_o).
- Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της μετατόπισης (ΔL) ως προς την ένδειξη του βολτομέτρου, για τιμές της V_o από 0 έως 16 V .
- Να προσδιορίσετε την επιτάχυνση (α) της σεισμικής μάζας σε σχέση με την ένδειξη του βολτομέτρου.
- Να υπολογίσετε την ευαισθησία (s) της διάταξης μέτρησης επιτάχυνσης, αναφέροντας σωστά τη μονάδα μέτρησής της, διαφορετικά η απάντησή σας δεν θα γίνει δεκτή.
- Να μετατρέψετε (βαθμονομήσετε) το βολτόμετρο της διάταξης σε ενδείκτη επιτάχυνσης, προσδιορίζοντας τις κατάλληλες ενδείξεις I, II, III, IV και V που πρέπει να γραφτούν σε αυτό.

- α) Όταν η διάταξη επιταχύνεται προς τα δεξιά, ασκείται στη σεισμική μάζα δύναμη, η οποία της προκαλεί μετατόπιση ΔL αντίθετης κατεύθυνσης (προς τα αριστερά). Έτσι, παρατηρώντας τον τρόπο προσανατολισμού και στερέωσης των μη προσκολλημένων μετρητών μηχανικής τάσης στη διάταξη του επιταχυνσιομέτρου, προκύπτει ότι η κίνηση αντίθετης κατεύθυνσης της σεισμικής μάζας, προκαλεί στους μετρητές SG1 και SG3 μηχανική τάση εφελκυσμού (δηλαδή, αυξάνεται το μήκος τους κατά ΔL και η αντίστασή τους κατά ΔR), ενώ στους μετρητές SG2 και SG4 προκαλεί μηχανική τάση συμπίεσης ή θλίψης (δηλαδή, μειώνεται το μήκος τους κατά ΔL και η αντίστασή τους κατά ΔR).

Η μεταβολή της αντίστασης ενός μετρητή μηχανικής τάσης που υφίσταται τάση εφελκυσμού ή συμπίεσης ε , προσδιορίζεται ως εξής:

$$\Delta R = G \cdot \varepsilon \cdot R \Rightarrow \Delta R = \frac{G \cdot \Delta L \cdot R}{L} \Rightarrow \Delta R = \frac{2 \cdot \Delta L \cdot 200}{20 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow \Delta R = 2 \cdot 10^4 \cdot \Delta L,$$

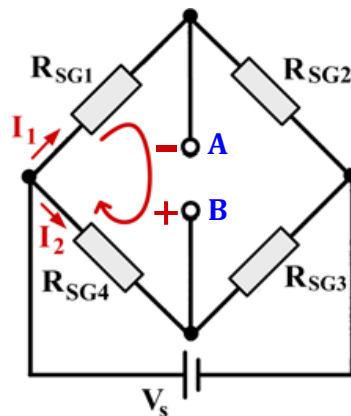
όπου R , L είναι η αντίσταση και το μήκος του μετρητή, αντίστοιχα, όταν η διάταξη είναι ακίνητη και ΔL είναι η μεταβολή του μήκους του μετρητή που προκαλείται λόγω της μηχανικής τάσης ε .

Αφού οι 4 μετρητές μηχανικής τάσης είναι όμοιοι με αντίσταση 200Ω όταν η διάταξη είναι ακίνητη, οι αντιστάσεις τους σε σχέση με τη μετατόπιση (ΔL) της σεισμικής μάζας, προσδιορίζονται ως εξής:

$$R_{SG1} = R_{SG3} = 200 + \Delta R \Rightarrow R_{SG1} = R_{SG3} = 200 + 2 \cdot 10^4 \cdot \Delta L,$$

$$R_{SG2} = R_{SG4} = 200 - \Delta R \Rightarrow R_{SG2} = R_{SG4} = 200 - 2 \cdot 10^4 \cdot \Delta L.$$

- β) Εφαρμόζουμε τον 2ο κανόνα Kirchhoff στον αριστερό βρόχο της γέφυρας:



$$I_1 \cdot R_{SG1} - V_{AB} - I_2 \cdot R_{SG4} = 0 \Rightarrow V_{AB} = I_1 \cdot R_{SG1} - I_2 \cdot R_{SG4}.$$

Προσδιορίζουμε στη συνέχεια τα ρεύματα I_1 και I_2 :

$$I_1 = \frac{V_s}{R_{SG1} + R_{SG2}}, \quad I_2 = \frac{V_s}{R_{SG3} + R_{SG4}}.$$

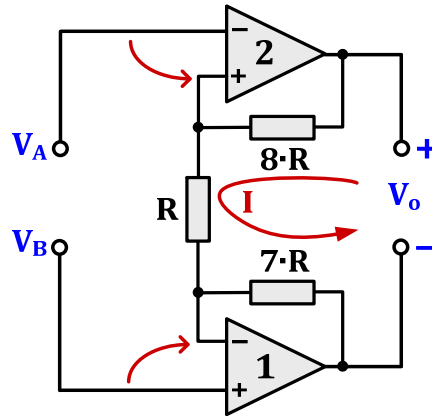
Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι:

$$V_{AB} = \frac{V_s}{R_{SG1} + R_{SG2}} \cdot R_{SG1} - \frac{V_s}{R_{SG3} + R_{SG4}} \cdot R_{SG4}.$$

Σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν στην απάντηση του ερωτήματος (α), η παραπάνω σχέση μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$\begin{aligned} V_{AB} &= \frac{V_s}{200 + \Delta R + 200 - \Delta R} \cdot (200 + \Delta R) - \frac{V_s}{200 + \Delta R + 200 - \Delta R} \cdot (200 - \Delta R) \Rightarrow \\ V_{AB} &= \frac{V_s}{400} \cdot (200 + \Delta R) - \frac{V_s}{400} \cdot (200 - \Delta R) \Rightarrow V_{AB} = \frac{V_s \cdot \Delta R}{200} \Rightarrow V_{AB} = \frac{10 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot \Delta L}{200} \Rightarrow \\ V_{AB} &= 10^3 \cdot \Delta L. \end{aligned}$$

Στους παραπάνω υπολογισμούς, λήφθηκε υπόψη ότι το ρεύμα που κατευθύνεται από τους κόμβους A και B προς το κύκλωμα που περιλαμβάνει τους 2 ιδανικούς τελεστικούς ενισχυτές, είναι μηδενικό, αφού οι αντιστάσεις εισόδου των ιδανικών τελεστικών ενισχυτών είναι άπειρες.



Τα ρεύματα στις εισόδους των ιδανικών τελεστικών ενισχυτών είναι μηδενικά, λόγω της άπειρης αντίστασης εισόδου που διαθέτουν. Συνεπώς, με βάση το παραπάνω κύκλωμα, μπορούμε να γράψουμε:

$$V_o = I \cdot (8 \cdot R + R + 7 \cdot R) \Rightarrow V_o = I \cdot 16 \cdot R.$$

Λόγω της ιδιότητας αντιγραφής των τάσεων που ισχύει στους ιδανικούς τελεστικούς ενισχυτές, η τάση στο άνω άκρο της αντίστασης R ισούται με V_A , ενώ η τάση στο κάτω άκρο της ισούται με V_B . Συνεπώς:

$$I = \frac{V_A - V_B}{R} \Rightarrow I = \frac{V_{AB}}{R}.$$

Συνδυάζοντας τις δύο παραπάνω εξισώσεις προκύπτει ότι:

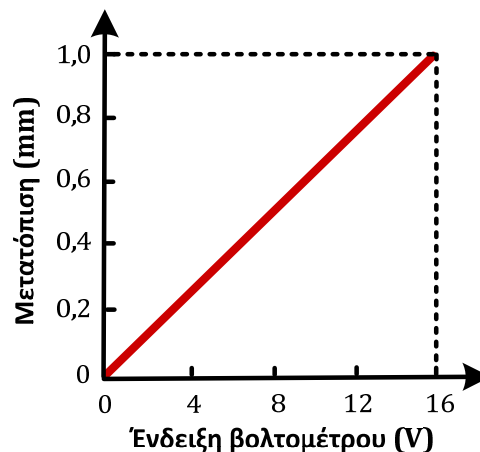
$$V_o = \frac{V_{AB}}{R} \cdot 16 \cdot R \Rightarrow V_o = 16 \cdot V_{AB}.$$

Στο ίδιο αποτέλεσμα θα καταλήγαμε, εάν εφαρμόζαμε την μέθοδο ανάλυσης των κόμβων στα δύο άκρα της αντίστασης R.

Συνδυάζοντας την παραπάνω σχέση με την σχέση $V_{AB} = 10^3 \cdot \Delta L$, η παραπάνω σχέση γίνεται:

$$V_o = 16 \cdot V_{AB} \Rightarrow V_o = 16 \cdot 10^3 \cdot \Delta L \Rightarrow \Delta L = 6,25 \cdot 10^{-5} \cdot V_o.$$

- γ) Η σχέση που προέκυψε στην απάντηση του προηγούμενου ερωτήματος είναι γραμμική, συνεπώς για τη σχεδίαση της ζητούμενης γραφικής παράστασης, αρκεί ο προσδιορισμός των 2 ακραίων σημείων της. Για $V_o = 0$ δεν υφίσταται μετατόπιση ($\Delta L = 0$), ενώ για $V_o = 16$ V προκύπτει ότι $\Delta L = 1$ mm.



- δ) Η σεισμική μάζα είναι στερεωμένη στο πλαίσιο που περιβάλλει τη διάταξη του επιταχυνσιομέτρου, μέσω ενός ελατηρίου με σταθερά $K = 200$ N/m. Όταν η διάταξη επιταχυνθεί με επιτάχυνση α προς τα δεξιά, ασκείται στη σεισμική μάζα μια δύναμη $F = m \cdot \alpha$, η οποία της προκαλεί μετατόπιση (ΔL) αντίθετης κατεύθυνσης (προς τα αριστερά), έως ότου η δύναμη F εξισωθεί με τη δύναμη του ελατηρίου ($F_{\text{ελατ.}}$). Η επιτάχυνση υπολογίζεται στην κατάσταση ισορροπίας ως εξής:

$$F = F_{\text{ελατ.}} \Rightarrow m \cdot \alpha = K \cdot \Delta L \Rightarrow \alpha = \frac{K \cdot \Delta L}{m} \Rightarrow \alpha = \frac{K \cdot (6,25 \cdot 10^{-5} \cdot V_o)}{m} \Rightarrow \alpha = \frac{200 \cdot 6,25 \cdot 10^{-5} \cdot V_o}{0.2} \Rightarrow$$

$$\alpha = 0,0625 \cdot V_0.$$

- ε) Με βάση την παραπάνω σχέση, η ευαισθησία (s) της διάταξης μέτρησης επιτάχυνσης, που ισούται με το λόγο της μεταβολής της εξόδου της (ένδειξη βολτομέτρου) προς τη μεταβολή της εισόδου της (επιτάχυνση), είναι:

$$s = V_0 / \alpha \Rightarrow s = V_0 / (0.0625 \cdot V_0) \Rightarrow s = 16 \text{ V} / (\text{m} / \text{s}^2) \Rightarrow s = 16 (\text{V} \cdot \text{s}^2) / \text{m}.$$

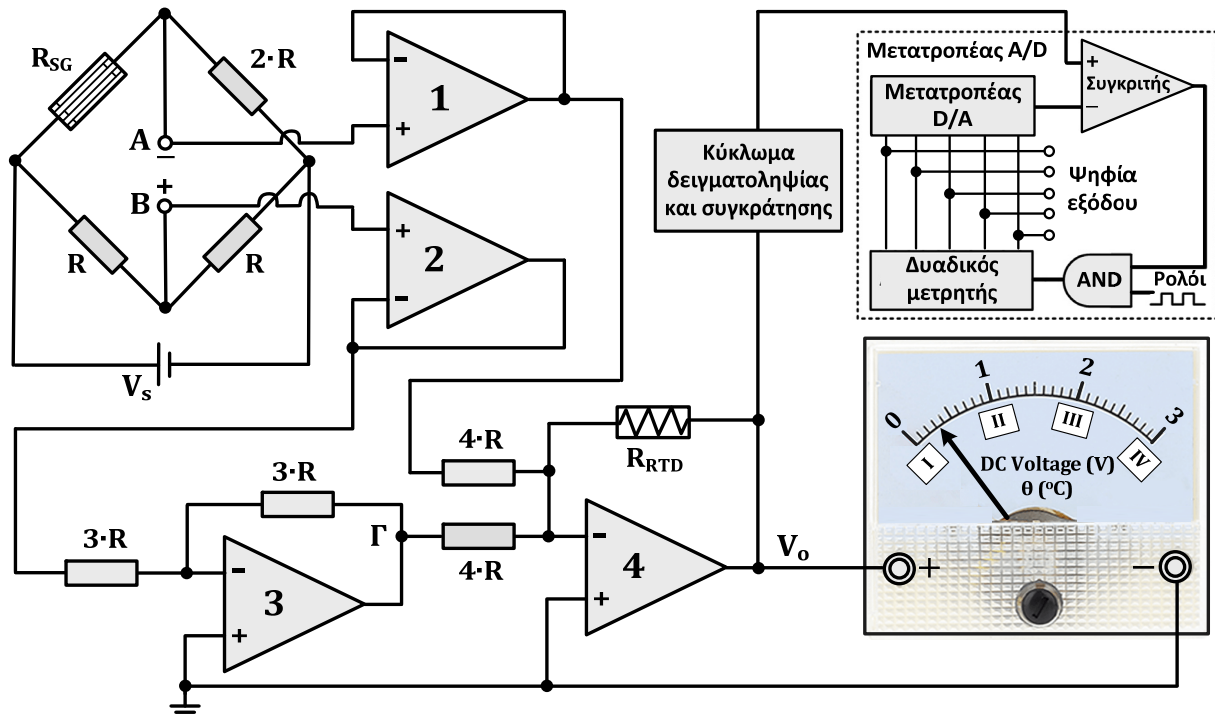
- στ) Από την τιμή της ευαισθησίας που υπολογίστηκε, προκύπτει ότι σε κάθε m / s^2 επιτάχυνσης αντιστοιχούν 16 V ένδειξης βολτομέτρου. Συνεπώς, οι ενδείξεις (σε m / s^2) που πρέπει να γραφτούν στο βολτόμετρο, έτσι ώστε αυτό να μετατραπεί (βαθμονομηθεί) σε ενδείκτη επιτάχυνσης, υπολογίζονται από την σχέση $\alpha = V_0 / s$ και είναι οι ακόλουθες:

$$\text{I} = 0, \text{ II} = 2 / 16 = 0,125, \text{ III} = 4 / 16 = 0,25, \text{ IV} = 6 / 16 = 0,375 \text{ και } \text{V} = 8 / 16 = 0,5.$$

Η διάταξη του παρακάτω σχήματος περιλαμβάνει θερμόμετρο αντίστασης (RTD) λευκόχρυσου, του οποίου η αντίσταση (R_{RTD}) μετρήθηκε $100\ \Omega$ σε θερμοκρασία $0\ ^\circ\text{C}$, μετρητή μηχανικής τάσης (R_{SG}) με παράγοντα $G = 2$, ο οποίος όταν δεν υφίσταται παραμόρφωση παρουσιάζει αντίσταση $109,1\ \Omega$, πηγή συνεχούς τάσης $V_s = 16\ \text{V}$, 7 αντιστάσεις, 4 ιδανικούς τελεστικούς ενισχυτές, κύκλωμα δειγματοληψίας & συγκράτησης, μετατροπέα A/D και αναλογικό βολτόμετρο. Ο μετρητής μηχανικής τάσης υφίσταται μηχανική τάση εφελκυσμού $50.000\ \mu\text{ε}$. Δίνονται: $R = 100\ \Omega$, θερμοκρασιακός συντελεστής λευκόχρυσου $= 0,004\ ^\circ\text{C}^{-1}$, εύρος μετατροπής μετατροπέα A/D $= 6\ \text{V}$ και διάρκεια παλμού σήματος ρολογιού $= 75\ \mu\text{s}$.

- Να εξηγήσετε σύντομα, αλλά με σαφήνεια, τη λειτουργία των ιδανικών τελεστικών ενισχυτών 1 και 2 της διάταξης, καθώς και το ρόλο τους στη διάταξη.
- Αφού υπολογίσετε την αντίσταση του μετρητή μηχανικής τάσης, να προσδιορίσετε την τάση V_o του κυκλώματος ρύθμισης της διάταξης, σε σχέση με την θερμοκρασία θ του RTD.
- Να μετατρέψετε το βολτόμετρο της διάταξης σε θερμόμετρο (δηλαδή, να το βαθμονομήσετε σε $^\circ\text{C}$), υπολογίζοντας τις κατάλληλες ενδείξεις I, II, III και IV που πρέπει να γραφτούν σε αυτό.
- Όταν η θερμοκρασία του RTD είναι $0\ ^\circ\text{C}$, να υπολογίσετε το απόλυτο και το εκατοστιαίο σφάλμα που προκύπτει κατά τον υπολογισμό της τάσης V_o , εάν δε ληφθεί υπόψη ο εφελκυσμός που υφίσταται ο μετρητής μηχανικής τάσης.
- Να προσδιορίσετε την ψηφιακή λέξη που θα εμφανιστεί στην έξοδο του μετατροπέα A/D, όταν η θερμοκρασία του RTD είναι $875\ ^\circ\text{C}$.
- Να προσδιορίσετε το χρόνο μετατροπής t_c της τάσης V_o σε ψηφιακή λέξη, σε σχέση με τη θερμοκρασία θ του RTD.

Να θεωρήσετε ότι κατά την έναρξη της μετατροπής μιας τιμής της τάσης V_o του κυκλώματος σε ψηφιακή μορφή, οι έξοδοι του δυαδικού μετρητή είναι μηδενικές, καθώς επίσης και ότι τα στοιχεία του κυκλώματος εκτός του RTD δεν επηρεάζονται από την μεταβολή της θερμοκρασίας.



- Στους ιδανικούς τελεστικούς ενισχυτές 1 και 2, η τάση εξόδου είναι ίση με την τάση εισόδου τους. Αυτό συμβαίνει διότι στον ιδανικό τελεστικό ενισχυτή ισχύει ότι $V_+ = V_-$ (ιδιότητα αντιγραφής των τάσεων στις εισόδους του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή) και αφού η τάση εισόδου τροφοδοτεί τη μη αντιστρέφουσα είσοδο και η έξοδος συνδέεται στην αντιστρέφουσα είσοδο κάθε τελεστικού ενισχυτή, προκύπτει εύκολα

ότι η τάση εξόδου σε καθέναν από τους 2 τελεστικούς ενισχυτές ισούται με την τάση εισόδου του. Η εν λόγω συνδεσμολογία είναι γνωστή ως ακολουθητής τάσης ή απομονωτής και ο ρόλος της στη διάταξη είναι να απομονώνει την γέφυρα, στην οποία συνδέεται ο μετρητής μηχανικής τάσης, από το υπόλοιπο κύκλωμα ρύθμισης, διαβιβάζοντας το ακριβές σήμα εξόδου της.

- β) Όταν ο μετρητής μηχανικής τάσης υφίσταται εφελκυσμό, η τιμή της αντίστασής της αυξάνεται. Η αύξηση της αντίστασης, υπολογίζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$\Delta R_{SG} = G \cdot \varepsilon \cdot R_{SG0} = (2 \cdot 50.000 \cdot 10^{-6} \cdot 109,1) \Omega = 10,91 \Omega,$$

και τότε η τιμή της αντίστασής της, έχει ως εξής:

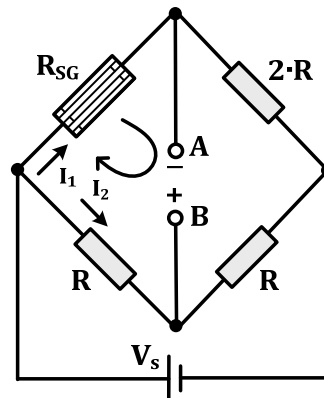
$$R_{SG} = R_{SG0} + \Delta R_{SG} = (109,1 + 10,91) \Omega = 120 \Omega.$$

Στη συνέχεια, εφαρμόζουμε τον 2^ο κανόνα Kirchhoff στον αριστερό βρόχο της γέφυρας Wheatstone.

$$I_1 \cdot R_{SG} - V_{AB} - I_2 \cdot R = 0 \Rightarrow V_{AB} = I_1 \cdot R_{SG} - I_2 \cdot R.$$

Υπολογίζουμε στη συνέχεια τα ρεύματα I_1 και I_2 :

$$I_1 = \frac{V_s}{R_{SG} + 2 \cdot R}, \quad I_2 = \frac{V_s}{2 \cdot R}.$$



Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι:

$$V_{AB} = \frac{V_s \cdot R_{SG}}{R_{SG} + 2 \cdot R} - \frac{V_s \cdot R}{2 \cdot R} \Rightarrow V_{AB} = V_s \cdot \left(\frac{R_{SG}}{R_{SG} + 2 \cdot R} - \frac{1}{2} \right) \Rightarrow$$

$$V_{AB} = 16 \cdot \left(\frac{120}{120 + 200} - \frac{1}{2} \right) V \Rightarrow V_{AB} = -2 V.$$

Στους παραπάνω υπολογισμούς ελήφθη υπόψη ότι το ρεύμα που εξέρχεται στους κόμβους A και B είναι μηδενικό, αφού η αντίσταση εισόδου των ιδανικών τελεστικών ενισχυτών 1 και 2 είναι άπειρη.

Με βάση όσα αναφέρθηκαν στην απάντηση του ερωτήματος (α), η τάση του κόμβου B είναι ίση με την τάση εισόδου του ενισχυτή αντιστροφής που αποτελείται από δύο αντιστάσεις $3 \cdot R$ και τον ιδανικό τελεστικό ενισχυτή 3. Η τάση εξόδου V_Γ του ενισχυτή αντιστροφής, υπολογίζεται ως εξής:

$$V_\Gamma = -\frac{3 \cdot R}{3 \cdot R} \cdot V_B \Rightarrow V_\Gamma = -V_B.$$

Επίσης, με βάση όσα αναφέρθηκαν στην απάντηση του ερωτήματος (α), η τάση του κόμβου A είναι ίση με την μία τάση εισόδου του κυκλώματος που αποτελείται από δύο αντιστάσεις $4 \cdot R$, τον ιδανικό τελεστικό ενισχυτή 4 και το RTD. Η δεύτερη είσοδος του κυκλώματος αυτού είναι η τάση του κόμβου Γ. Για να υπολογίσουμε την τάση εξόδου του κυκλώματος, που είναι η τάση V_o , εφαρμόζουμε τον 1^ο κανόνα Kirchhoff στον κόμβο της αντιστρέφουσας εισόδου του τελεστικού ενισχυτή 4, εξισώνοντας το άθροισμα των αγωγιμοτήτων (δηλαδή, των αντιστροφικών αντιστάσεων) που ξεκινούν από τον κόμβο αυτό, πολλαπλασιασμένο με την τάση του, με το άθροισμα των γινομένων των αγωγιμοτήτων αυτών με τις τάσεις των κόμβων που καταλήγουν:

$$\left(\frac{1}{4 \cdot R} + \frac{1}{4 \cdot R} + \frac{1}{R_{RTD}}\right) \cdot V_- = \frac{1}{4 \cdot R} \cdot V_A + \frac{1}{4 \cdot R} \cdot V_T + \frac{1}{R_{RTD}} \cdot V_o \Rightarrow$$

$$\left(\frac{1}{4 \cdot R} + \frac{1}{4 \cdot R} + \frac{1}{R_{RTD}}\right) \cdot 0 = \frac{1}{4 \cdot R} \cdot (V_A + V_T) + \frac{1}{R_{RTD}} \cdot V_o \Rightarrow V_o = -\frac{R_{RTD}}{4 \cdot R} \cdot (V_A + V_T).$$

Στην παραπάνω σχέση χρησιμοποιήσαμε την ιδιότητα αντιγραφής τάσεων στις εισόδους του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή 4, δηλαδή ότι $V_- = V_+$ και αφού $V_+ = 0$, προκύπτει ότι και $V_- = 0$. Το κύκλωμα που αναλύθηκε είναι ενισχυτής άθροισης σημάτων.

Λόγω του ότι $V_T = -V_B$, η παραπάνω σχέση γίνεται:

$$V_o = -\frac{R_{RTD}}{4 \cdot R} \cdot (V_A - V_B) \Rightarrow V_o = -\frac{R_{RTD}}{4 \cdot R} \cdot V_{AB}.$$

Για το RTD λευκόχρυσου, ισχύει ότι: $R_{RTD} = R_{RTD0} \cdot (1 + \alpha \cdot \theta)$, όπου R_{RTD0} είναι η αντίσταση σε θερμοκρασία 0°C , R_{RTD} είναι η αντίσταση στη θερμοκρασία $\theta^\circ\text{C}$ και α είναι ο θερμοκρασιακός συντελεστής του λευκόχρυσου. Έτσι έχουμε:

$$R_{RTD} = 100 \cdot (1 + 0,004 \cdot \theta).$$

Αντικαθιστώντας την παραπάνω σχέση, στη σχέση υπολογισμού της τάσης V_o , προσδιορίζουμε την τάση V_o σε σχέση με την θερμοκρασία θ του RTD, όταν στον μετρητή μηχανικής τάσης ασκείται μηχανική τάση εφέλκυσμού 50.000 με:

$$V_o = -\frac{100 \cdot (1 + 0,004 \cdot \theta)}{4 \cdot R} \cdot V_{AB} \Rightarrow V_o = -\frac{100 \cdot (1 + 0,004 \cdot \theta)}{4 \cdot 100} \cdot (-2) \Rightarrow V_o = 0,5 + 0,002 \cdot \theta.$$

- γ) Από την σχέση τάσης V_o και θερμοκρασίας θ του RTD της απάντησης του ερωτήματος (β) προκύπτει ότι:

$$\theta = \frac{V_o - 0,5}{0,002}.$$

Στην παραπάνω σχέση, θέτοντας τις τιμές 0, 1, 2 και 3 V στην τάση V_o , προκύπτουν οι ενδείξεις που πρέπει να γραφτούν στο βολτόμετρο, ώστε αυτό να μετατραπεί σε θερμόμετρο:

$$\text{I} = -250^\circ\text{C}, \text{II} = 250^\circ\text{C}, \text{III} = 750^\circ\text{C} \text{ και } \text{IV} = 1.250^\circ\text{C}.$$

- δ) Όταν $\theta = 0^\circ\text{C}$, η τάση V_o είναι: $V_o = 0,5 + 0,002 \cdot \theta = (0,5 + 0,002 \cdot 0) \text{ V} = 0,5 \text{ V}$. Εάν δεν ληφθεί υπόψη ο εφέλκυσμός που υφίσταται ο μετρητής μηχανικής τάσης, η τάση εξόδου της γέφυρας, υπολογίζεται ως εξής:

$$V'_{AB} = V_s \cdot \left(\frac{R_{SG0}}{R_{SG0} + 2 \cdot R} - \frac{1}{2}\right) = 16 \cdot \left(\frac{109,1}{109,1 + 200} - \frac{1}{2}\right) \text{ V} = -2,35 \text{ V}.$$

Τότε, η τάση V'_o όταν η θερμοκρασία του RTD είναι 0°C , υπολογίζεται ως εξής:

$$V'_o = -\frac{100 \cdot (1 + 0,004 \cdot \theta)}{4 \cdot R} \cdot V'_{AB} \Rightarrow V'_o = \left[-\frac{100 \cdot (1 + 0,004 \cdot 0)}{4 \cdot 100} \cdot (-2,352)\right] \text{ V} \Rightarrow V'_o = 0,59 \text{ V}.$$

Το ζητούμενο απόλυτο σφάλμα, υπολογίζεται ως εξής:

$$e = |V_o - V'_o| \Rightarrow e = |0,5 - 0,59| \text{ V} = 0,09 \text{ V} = 90 \text{ mV}.$$

Το ζητούμενο εκατοστιαίο σφάλμα, υπολογίζεται ως εξής:

$$e(\%) = \left|\frac{V_o - V'_o}{V_o}\right| \cdot 100 \Rightarrow e(\%) = \frac{0,09}{0,5} \cdot 100 = 18 \%.$$

- ε) Για έναν μετατροπέα A/D με η δυαδικά ψηφία εξόδου, η ψηφιακή έξοδος μπορεί να λάβει 2^n διαφορετικές τιμές, συνεπώς εάν το εύρος μετατροπής είναι V_{ref} , θα προκύπτει διαφορετική τιμή εξόδου όταν οι τάσεις εισόδου διαφέρουν τουλάχιστον κατά $V_{ref} / 2^n$. Η τιμή αυτή αποτελεί και το βήμα διακριτότητας του μετατροπέα. Λόγω του ότι ο μετατροπέας A/D που περιλαμβάνεται στο κύκλωμα έχει εύρος μετατροπής 6 V και περιλαμβάνει 5 ψηφία εξόδου (δηλαδή, $n = 5$), το βήμα διακριτότητας υπολογίζεται ως εξής:

$$\frac{V_{ref}}{2^n} = \frac{6 \text{ V}}{2^5} = \frac{6}{32} \text{ V} = 0,1875 \text{ V}.$$

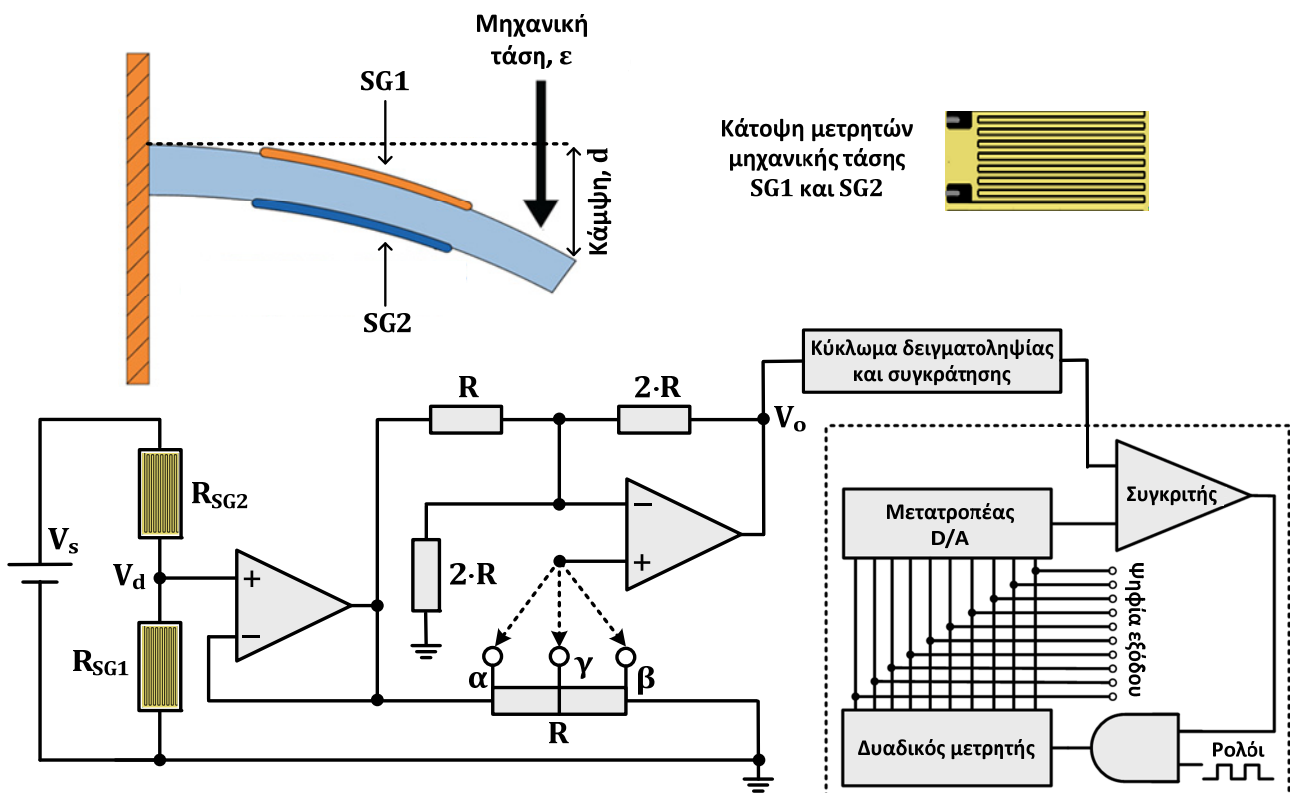
Αυτό σημαίνει ότι οι τάσεις εισόδου του μετατροπέα που αντιστοιχούν σε διαδοχικούς συνδυασμούς των ψηφίων εξόδου διαφέρουν κατά 0,1875 V. Όταν η θερμοκρασία του RTD είναι 875 °C, η τάση V_o (που είναι και η τάση που μετατρέπεται σε ψηφιακή μορφή) είναι $V_o = 0,5 + 0,002 \cdot 875 = 2,25 \text{ V}$.

Εάν διαιρέσουμε την τάση αυτή των 2,25 V με το βήμα διακριτότητας, προκύπτει η δεκαδική μορφή της ψηφιακής λέξης εξόδου, δηλαδή $2,25 / 0,1875 = 12$, η οποία σε δυαδική μορφή με 5 ψηφία, είναι η λέξη **01100**.

- στ) Αφού κατά την έναρξη λειτουργίας του μετατροπέα οι έξοδοι του δυαδικού μετρητή είναι μηδενικές, αρχικά η ψηφιακή έξοδος αποτελείται από 5 μηδενικά. Μετά από κάθε παλμό του σήματος ρολογιού, η ψηφιακή έξοδος αυξάνεται κατά ένα, με αποτέλεσμα για την μετατροπή της τάσης $V_o = 0,5 + 0,002 \cdot \theta$, να απαιτούνται $[(0,5 + 0,002 \cdot \theta) / 0,1875]$ παλμοί του σήματος ρολογιού. Έτσι, ο χρόνος μετατροπής (t_c) έχει ως εξής:

$$t_c = \frac{0,5 + 0,002 \cdot \theta}{0,1875} \cdot 75 \mu s \Rightarrow t_c = (0,5 + 0,002 \cdot \theta) \cdot 400 \mu s \Rightarrow t_c = (200 + 0,8 \cdot \theta) \mu s .$$

Στη διάταξη που φαίνεται στο άνω μέρος του παρακάτω σχήματος, συμμετέχουν δύο μετρητές μηχανικής τάσης SG1 και SG2, οι οποίοι είναι προσκολλημένοι στην άνω και στην κάτω πλευρά ενός ελάσματος. Το ένα άκρο του ελάσματος είναι ακλόνητα στερεωμένο σε σταθερό σημείο και το άλλο είναι ελεύθερο. Όταν το έλασμα κάμπτεται προς τα κάτω λόγω της μηχανικής τάσης που ασκείται στο ελεύθερο άκρο του, οι δύο μετρητές υφίστανται παραμόρφωση. Κάθε χιλιοστό κάμψης (d) του ελεύθερου άκρου του ελάσματος αντιστοιχεί σε 1000 με (microstrains) μηχανικής τάσης που ασκείται στους δύο μετρητές. Οι δύο μετρητές που είναι συνδεδεμένοι σε διαιρέτη τάσης, όπως φαίνεται στο κάτω μέρος του παρακάτω σχήματος, είναι όμοιοι με παράγοντα $G = 2$ και όταν δεν υφίστανται εφελκυσμό ή συμπίεση παρουσιάζουν αντίσταση 100Ω . Η τάση εξόδου V_d του διαιρέτη τάσης τροφοδοτείται στην είσοδο κυκλώματος που περιλαμβάνει 2 ιδανικούς τελεστικούς ενισχυτές, 4 αντιστάσεις, κύκλωμα δειγματοληψίας & συγκράτησης και μετατροπέα A/D. Στη μη αντιστρέφουσα είσοδο του δεύτερου τελεστικού ενισχυτή συνδέεται επιλογέας τριών θέσεων (α, β, γ). Όταν ο επιλογέας βρίσκεται στη θέση γ , η αντίσταση R χωρίζεται σε δύο ίσα μέρη. Δίνεται ότι: $V_s = 4 \text{ V}$, εύρος μετατροπής του μετατροπέα A/D = 12.8 V, διάρκεια παλμού σήματος ρολογιού = 20 μs , καθώς και ότι κατά την έναρξη της μετατροπής μιας τιμής της τάσης εξόδου V_o σε ψηφιακή μορφή, οι έξοδοι του δυαδικού μετρητή είναι μηδενικές.



- α) Να προσδιορίσετε τις αντιστάσεις των δύο μετρητών μηχανικής τάσης, σε σχέση με την κάμψη d του ελεύθερου άκρου του ελάσματος, εξηγώντας την απάντησή σας.
 - β) Να προσδιορίσετε την τάση V_o του κυκλώματος σε σχέση με την κάμψη d του ελάσματος, όταν ο επιλογέας του κυκλώματος βρίσκεται στη θέση α , στη θέση β και στη θέση γ , αντίστοιχα.
 - γ) Όταν η κάμψη του ελάσματος είναι $d = 12.5 \text{ mm}$ και ο επιλογέας βρίσκεται στη θέση α , να προσδιορίσετε την ψηφιακή έξοδο του μετατροπέα A/D και το χρόνο μετατροπής της τάσης V_o σε ψηφιακή μορφή.
- α) Η μεταβολή της αντίστασης των μετρητών μηχανικής τάσης που υφίστανται τάση συμπίεσης ή εφελκυσμού ϵ , υπολογίζεται ως εξής:

$$G = \frac{\frac{\Delta R}{R_0}}{\epsilon} \Rightarrow G \cdot \epsilon = \frac{\Delta R}{R_0} \Rightarrow \Delta R = G \cdot \epsilon \cdot R_0 ,$$

όπου $R_0 = 100 \Omega$ είναι η αντίσταση των μετρητών όταν δεν υφίστανται συμπίεση ή εφελκυσμό. Λόγω του ότι ο μετρητής SG1 υφίσταται εφελκυσμό (δηλαδή, αυξάνεται το μήκος του), η αντίστασή του αυξάνεται κατά ΔR . Αντιθέτως, λόγω του ότι ο μετρητής SG2 υφίσταται συμπίεση (δηλαδή, μειώνεται το μήκος του), η αντίστασή του μειώνεται κατά ΔR .

Επομένως, οι αντιστάσεις των δύο μετρητών σε σχέση με την ασκούμενη μηχανική τάση, έχουν ως εξής:

$$R_{SG1} = R_0 + \Delta R = R_0 + G \cdot \varepsilon \cdot R_0 = 100 + 2 \cdot 100 \cdot \varepsilon = 100 + 200 \cdot \varepsilon \text{ και } R_{SG2} = R_0 - \Delta R = 100 - 200 \cdot \varepsilon.$$

Λόγω του ότι κάθε χιλιοστό κάμψης (d) του ελεύθερου άκρου του ελάσματος αντιστοιχεί σε 1000 με μηχανικής τάσης, ισχύει ότι $\varepsilon = 1000 \cdot 10^{-6} \cdot d = 0.001 \cdot d$ (με την κάμψη d σε mm). Έτσι, οι αντιστάσεις των δύο μετρητών μηχανικής τάσης, σε σχέση με την κάμψη d του ελεύθερου άκρου του ελάσματος, είναι:

$$R_{SG1} = 100 + 200 \cdot \varepsilon = 100 + 200 \cdot 0.001 \cdot d = 100 + 0.2 \cdot d \text{ και } R_{SG2} = 100 - 0.2 \cdot d.$$

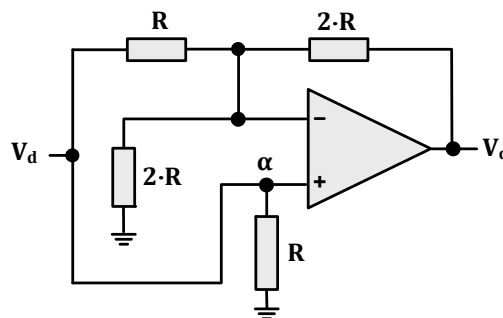
- β) Η έξοδος του διαιρέτη τάσης συνδέεται στην μη αντιστρέφουσα είσοδο του πρώτου τελεστικού ενισχυτή της διάταξης. Λόγω του ότι η αντίσταση εισόδου του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή είναι άπειρη, δεν υφίσταται ροή ρεύματος προς την μη αντιστρέφουσα είσοδο του τελεστικού ενισχυτή και η τάση εξόδου του διαιρέτη τάσης μπορεί να υπολογιστεί ως εξής:

$$V_d = \frac{R_{SG1}}{R_{SG1} + R_{SG2}} \cdot V_s \Rightarrow V_d = \frac{100 + 0.2 \cdot d}{100 + 0.2 \cdot d + 100 - 0.2 \cdot d} \cdot 4 \Rightarrow V_d = 2 + 0.004 \cdot d.$$

Η τάση εξόδου του πρώτου τελεστικού ενισχυτή είναι ίση με την τάση της εισόδου του. Αυτό συμβαίνει διότι στον ιδανικό τελεστικό ενισχυτή ισχύει ότι $V_+ = V_-$ (ιδιότητα αντιγραφής των τάσεων στις εισόδους του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή) και αφού η τάση εισόδου τροφοδοτεί τη μη αντιστρέφουσα είσοδο και η έξοδος συνδέεται στην αντιστρέφουσα είσοδο του τελεστικού ενισχυτή, προκύπτει εύκολα ότι η τάση εξόδου αυτού του τελεστικού ενισχυτή ισούται με την τάση εισόδου του. Η εν λόγω συνδεσμολογία είναι γνωστή ως ακολουθητής τάσης ή απομονωτής. Επομένως, το κύκλωμα που ακολουθεί και περιλαμβάνει 4 αντιστάσεις και έναν ιδανικό τελεστικό ενισχυτή τροφοδοτείται με τάση ίση με την τάση εξόδου του διαιρέτη τάσης (V_d).

Για τον υπολογισμό της τάσης εξόδου του κυκλώματος αυτού (που είναι η ζητούμενη τάση V_o), θέτουμε τον επιλογέα στις τρεις διαφορετικές θέσεις και αναλύουμε το κύκλωμα που προκύπτει για κάθε θέση. Για την ανάλυση χρησιμοποιούμε τη μέθοδο ανάλυσης των κόμβων, δηλαδή εφαρμόζουμε τον 1^ο κανόνα Kirchhoff στους κόμβους του κυκλώματος που δεν είναι εισόδους ή εξόδους του. Σε κάθε κόμβο, εξισώνουμε το άθροισμα των αγωγιμοτήτων (δηλαδή των αντιστροφών αντιστάσεων) που ξεκινούν από τους κόμβους αυτούς, πολλαπλασιασμένο με την τάση τους, με το άθροισμα των γινομένων των αγωγιμοτήτων αυτών με τις τάσεις των κόμβων στους οποίους καταλήγουν.

Στην περίπτωση που ο επιλογέας βρίσκεται στη θέση α, η μη αντιστρέφουσα είσοδος του τελεστικού ενισχυτή συνδέεται στην είσοδο του κυκλώματος ($V_+ = V_d$) και το κύκλωμα έχει ως εξής:



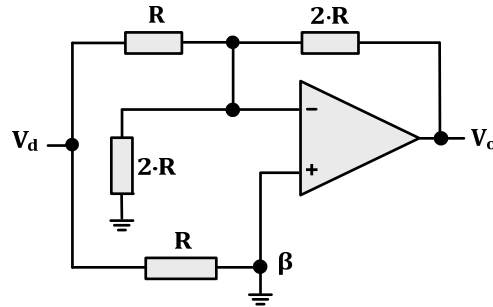
Στον κόμβο της αντιστρέφουσας εισόδου του τελεστικού ενισχυτή, έχουμε:

$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{2 \cdot R} + \frac{1}{2 \cdot R} \right) \cdot V_- = \frac{1}{R} \cdot V_d + \frac{1}{2 \cdot R} \cdot V_o + \frac{1}{2 \cdot R} \cdot 0 \Rightarrow 2 \cdot V_- = V_d + \frac{V_o}{2} \Rightarrow V_o = 4 \cdot V_- - 2 \cdot V_d$$

Επομένως, αφού στην περίπτωση αυτή ισχύει ότι $V_+ = V_d$, λόγω της ιδιότητας αντιγραφής των τάσεων στους ακροδέκτες του τελεστικού ενισχυτή ($V_+ = V_-$), προκύπτει ότι $V_- = V_d$ και η παραπάνω σχέση γίνεται:

$$V_o = 4 \cdot V_- - 2 \cdot V_d \Rightarrow V_o = 4 \cdot V_d - 2 \cdot V_d \Rightarrow V_o = 2 \cdot V_d.$$

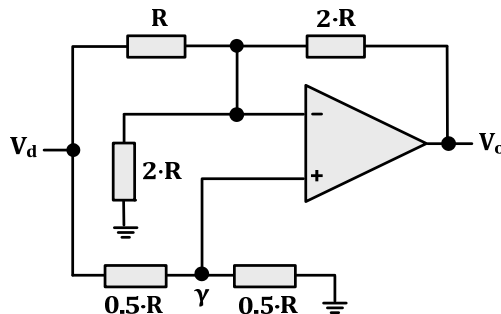
Στην περίπτωση που ο επιλογέας βρίσκεται στη θέση β, η μη αντιστρέφουσα είσοδος του τελεστικού ενισχυτή γειώνεται ($V_+ = 0$) και το κύκλωμα έχει ως εξής:



Στον κόμβο της αντιστρέφουσας εισόδου του τελεστικού ενισχυτή, ισχύει η ίδια σχέση με εκείνη που προέκυψε για τον επιλογέα στην θέση α. Επομένως, αφού στην περίπτωση αυτή ισχύει ότι $V_+ = 0$, λόγω της ιδιότητας αντιγραφής των τάσεων στους ακροδέκτες του τελεστικού ενισχυτή ($V_+ = V_-$), προκύπτει ότι $V_- = 0$ και η προηγούμενη σχέση γίνεται:

$$V_o = 4 \cdot V_- - 2 \cdot V_d \Rightarrow V_o = -2 \cdot V_d.$$

Στην περίπτωση που ο επιλογέας βρίσκεται στη θέση γ, το κύκλωμα έχει ως εξής:



Στον κόμβο της αντιστρέφουσας εισόδου του τελεστικού ενισχυτή, ισχύει ξανά η ίδια σχέση. Στον κόμβο της μη αντιστρέφουσας εισόδου του τελεστικού ενισχυτή, έχουμε:

$$\left(\frac{1}{0.5 \cdot R} + \frac{1}{0.5 \cdot R} \right) \cdot V_+ = \frac{1}{0.5 \cdot R} \cdot V_d + \frac{1}{0.5 \cdot R} \cdot 0 \Rightarrow 4 \cdot V_+ = 2 \cdot V_d \Rightarrow V_+ = \frac{V_d}{2}.$$

Από την παραπάνω σχέση και λόγω της ιδιότητας αντιγραφής των τάσεων στους ακροδέκτες του τελεστικού ενισχυτή ($V_+ = V_-$), προκύπτει ότι $V_- = V_d / 2$ και η σχέση που προέκυψε στον κόμβο της αντιστρέφουσας εισόδου, στην περίπτωση αυτή γίνεται:

$$V_o = 4 \cdot V_- - 2 \cdot V_d \Rightarrow V_o = 4 \cdot \frac{V_d}{2} - 2 \cdot V_d \Rightarrow V_o = 0.$$

Από την παραπάνω ανάλυση του κυκλώματος, για καθεμία από τις θέσεις του επιλογέα, προκύπτει ότι όταν ο επιλογέας βρίσκεται στις θέσεις α και β, η τάση V_d λαμβάνεται διπλάσια στην έξοδο του κυκλώματος, ενώ όταν ο επιλογέας βρίσκεται στη θέση γ, η τάση V_o είναι μηδενική, ανεξάρτητα από την κάμψη του ελάσματος.

Σύμφωνα με τα προαναφερόμενα, όταν ο επιλογέας βρίσκεται στη θέση α, η τάση εξόδου σε σχέση με την κάμψη του ελάσματος, έχει ως εξής:

$$V_o = 2 \cdot V_d \Rightarrow V_o = 2 \cdot (2 + 0.004 \cdot d) \Rightarrow V_o = 4 + 0.008 \cdot d,$$

ενώ όταν ο επιλογέας βρίσκεται στη θέση β, η τάση εξόδου σε σχέση με την κάμψη του ελάσματος είναι:

$$V_o = -2 \cdot V_d \Rightarrow V_o = -4 - 0.008 \cdot d.$$

- γ) Για έναν μετατροπέα A/D με η δυαδικά ψηφία εξόδου, η ψηφιακή έξοδος μπορεί να λάβει 2^n διαφορετικές τιμές, συνεπώς εάν το εύρος μετατροπής είναι V_{ref} , θα προκύπτει διαφορετική τιμή εξόδου όταν οι τάσεις εισόδου διαφέρουν τουλάχιστον κατά $V_{ref} / 2^n$. Η τιμή αυτή αποτελεί και το βήμα διακριτότητας του μετατροπέα. Λόγω του ότι ο μετατροπέας A/D που περιλαμβάνεται στη διάταξη έχει εύρος μετατροπής 12.8 V και περιλαμβάνει 10 ψηφία εξόδου (δηλαδή, $n = 10$), το βήμα διακριτότητας υπολογίζεται ως εξής:

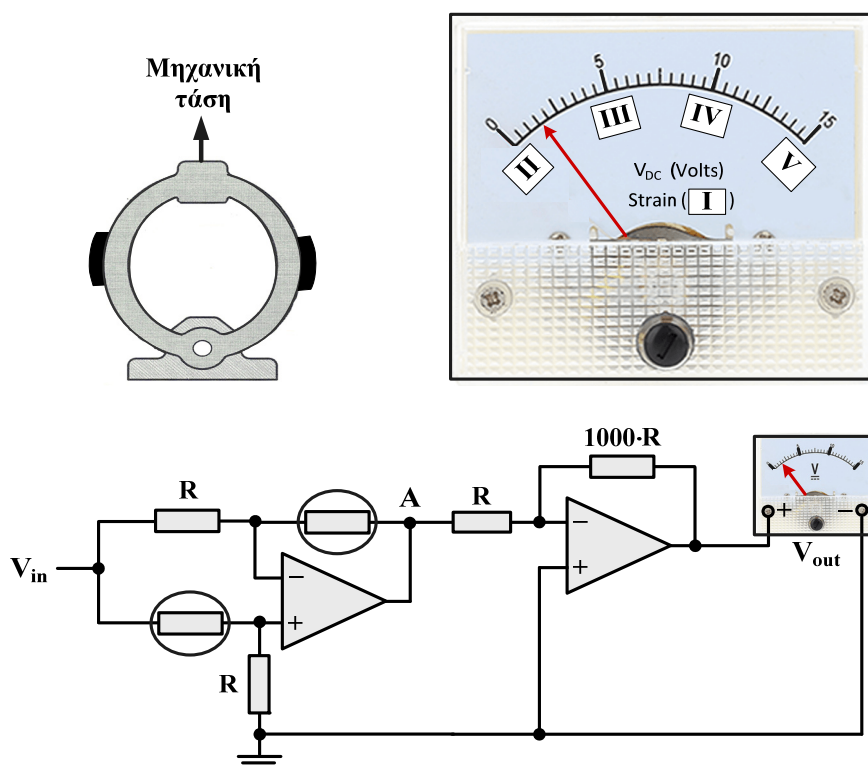
$$\frac{V_{\text{ref}}}{2^n} = \frac{12.8 \text{ V}}{2^{10}} = \frac{12.8}{1024} \text{ V} = 0.0125 \text{ V} = 12.5 \text{ mV}.$$

Αυτό σημαίνει ότι οι τάσεις εισόδου του μετατροπέα που αντιστοιχούν σε διαδοχικούς συνδυασμούς των ψηφίων εξόδου διαφέρουν κατά 12.5 mV. Όταν η κάμψη του ελάσματος είναι 12.5 mm και ο επιλογέας βρίσκεται στη θέση α, η τάση V_o του κυκλώματος (που είναι και η τάση που μετατρέπεται σε ψηφιακή μορφή) είναι $(4 + 0.008 \cdot 12.5) \text{ V} = 4.1 \text{ V}$. Διαιρούμε την παραπάνω τιμή τάσης με το βήμα διακριτότητας και προκύπτει η δεκαδική μορφή της ψηφιακής λέξης εξόδου, δηλαδή: $4.1 / 0.0125 = 328$. Η ψηφιακή λέξη εξόδου σε δυαδική μορφή με 10 ψηφία είναι **0101001000**.

Αφού κατά την έναρξη λειτουργίας του μετατροπέα οι έξοδοι του μετρητή είναι μηδενικές, αρχικά η ψηφιακή έξοδος αποτελείται από 10 μηδενικά. Μετά από κάθε παλμό του σήματος ρολογιού, η ψηφιακή έξοδος αυξάνεται κατά 1, με αποτέλεσμα για την μετατροπή της τάσης $V_o = 4.1 \text{ V}$ να απαιτούνται $4.1 / 0.0125 = 328$ παλμοί του σήματος ρολογιού. Έτσι, ο ζητούμενος χρόνος μετατροπής είναι: $328 \cdot 20 \mu\text{s} = 6560 \mu\text{s} = 6.56 \text{ ms}$.

Στις θέσεις που βρίσκονται σε κύκλο στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος, συνδέονται δύο όμοιοι μετρητές μηχανικής τάσης με παράγοντα G και αντίσταση R όταν δεν υφίστανται εφελκυσμό ή συμπίεση (θλίψη). Οι δύο μετρητές έχουν προσκολληθεί σε δακτύλιο φόρτισης, όπως παρουσιάζεται στο αριστερό μέρος του παρακάτω σχήματος και όταν στον δακτύλιο ασκείται μηχανική τάση ε στην κατεύθυνση που υποδεικνύεται, η αντίσταση των μετρητών μεταβάλλεται κατά ΔR . Οι τελεστικοί ενισχυτές, που περιλαμβάνονται στο κύκλωμα, είναι ιδανικοί.

- α) Να αποδείξετε ότι η σχέση της ένδειξης του αναλογικού βολτομέτρου (V_{out}) που συμμετέχει στο κύκλωμα, με τη μηχανική τάση (ε) που ασκείται στο δακτύλιο φόρτισης, είναι γραμμική.
- β) Εάν $G = 2$, $V_{in} = 10 \text{ V}$ και η μηχανική τάση (ε) εκφράζεται σε microstrains ($\mu\epsilon$), να υπολογίσετε την ευαισθησία (s) της διάταξης μέτρησης μηχανικής τάσης (αναφέροντας σωστά τη μονάδα μέτρησής της, διαφορετικά η απάντησή σας δεν θα γίνει δεκτή) και να μετατρέψετε (βαθμονομήσετε) το βολτόμετρο της διάταξης (που επίσης παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα) σε ενδείκτη μηχανικής τάσης, προσδιορίζοντας τις κατάλληλες ενδείξεις I, II, III, IV και V που πρέπει να γραφτούν σε αυτό.



- α) Η μηχανική τάση που ασκείται στον δακτύλιο φόρτισης, προκαλεί εφελκυσμό στους δύο μετρητές μηχανικής τάσης (δηλαδή, προκαλεί αύξηση του μήκους τους), με αποτέλεσμα η τιμή της αντίστασής τους να αυξάνεται κατά ΔR , όπου $\Delta R = G \cdot \varepsilon \cdot R$.

Στο κύκλωμα του σχήματος, μεταξύ του κόμβου A και του αναλογικού βολτομέτρου, παρεμβάλλεται ενισχυτής αντιστροφής. Συνεπώς, ισχύει ότι $V_{out} = - (1000 \cdot R / R) \cdot V_A = -1000 \cdot V_A$. Αρχικά θα αποδείξουμε ότι είναι γραμμική η σχέση της τάσης V_A με τη μεταβολή της αντίστασης ΔR των δύο μετρητών μηχανικής τάσης που περιλαμβάνονται στο κύκλωμα.

Εφαρμόζουμε τη μέθοδο ανάλυσης των κόμβων του κυκλώματος, δηλαδή εφαρμόζουμε τον 1^ο κανόνα Kirchhoff στους κόμβους της αντιστρέφουσας και της μη αντιστρέφουσας εισόδου του τελεστικού ενισχυτή (με έξοδο V_B), εξισώνοντας το άθροισμα των αγωγιμοτήτων (δηλαδή των αντιστροφικών αντιστάσεων) που ξεκινούν από τους κόμβους αυτούς, πολλαπλασιασμένο με την τάση τους, με το άθροισμα των γινομένων των αγωγιμοτήτων αυτών με τις τάσεις των κόμβων στους οποίους καταλήγουν.

Στον κόμβο της αντιστρέφουσας εισόδου, έχουμε:

$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R + \Delta R}\right) \cdot V_- = \frac{V_{in}}{R} + \frac{V_A}{R + \Delta R} \Rightarrow V_- = \frac{\frac{V_{in}}{R} + \frac{V_A}{R + \Delta R}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R + \Delta R}} \Rightarrow V_- = \frac{\frac{R + \Delta R}{R} \cdot V_{in} + V_A}{\frac{R + \Delta R}{R} + 1}. \quad (1)$$

Στον κόμβο της μη αντιστρέφουσας εισόδου, έχουμε:

$$\left(\frac{1}{R + \Delta R} + \frac{1}{R}\right) \cdot V_+ = \frac{V_{in}}{R + \Delta R} \Rightarrow V_+ = \frac{\frac{V_{in}}{R + \Delta R}}{\frac{1}{R + \Delta R} + \frac{1}{R}} \Rightarrow V_+ = \frac{V_{in}}{1 + \frac{R + \Delta R}{R}}. \quad (2)$$

Από την ιδιότητα αντιγραφής των τάσεων στις εισόδους του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή ($V_+ = V_-$) και τις σχέσεις (1) και (2) καταλήγουμε σε γραμμική σχέση της τάσης V_A με τη μεταβολή της αντίστασης ΔR :

$$\frac{R + \Delta R}{R} \cdot V_{in} + V_A = V_{in} \Rightarrow V_A = \left(1 - \frac{R + \Delta R}{R}\right) \cdot V_{in} \Rightarrow V_A = \left(1 - 1 - \frac{\Delta R}{R}\right) \cdot V_{in} \Rightarrow V_A = -\frac{V_{in}}{R} \cdot \Delta R.$$

Συνεπώς, η τάση εξόδου (V_{out}) του δεξιού κυκλώματος, δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$V_{out} = -1000 \cdot V_A \Rightarrow V_{out} = \frac{1000 \cdot V_{in}}{R} \cdot \Delta R \Rightarrow V_{out} = \frac{1000 \cdot V_{in}}{R} \cdot G \cdot R \cdot \varepsilon \Rightarrow V_{out} = (1000 \cdot V_{in} \cdot G) \cdot \varepsilon.$$

Η παραπάνω σχέση, της ένδειξης του αναλογικού βολτομέτρου (V_{out}) με τη μηχανική τάση (ε) που ασκείται στο δακτύλιο φόρτισης, είναι προφανώς γραμμική.

- β) Λόγω του ότι η μηχανική τάση (ε) εκφράζεται σε microstrains ($\mu\epsilon$), η τελευταία σχέση της απάντησης του προηγούμενου ερωτήματος, μπορεί να γραφεί ως: $V_{out} = 1000 \cdot V_{in} \cdot G \cdot 10^{-6} \cdot \varepsilon = V_{in} \cdot G \cdot 10^{-3} \cdot \varepsilon$, με την μηχανική τάση στη σχέση αυτή να εκφράζεται σε microstrains ($\mu\epsilon$).

Με βάση την παραπάνω σχέση, η ευαισθησία (s) της διάταξης μέτρησης που ισούται με το λόγο της μεταβολής της εξόδου της (ένδειξη βολτομέτρου) προς τη μεταβολή της εισόδου της (ασκούμενη μηχανική τάση), είναι:

$$s = V_{in} \cdot G \cdot 10^{-3} = (10 \cdot 2 \cdot 10^{-3}) \text{ Volt} / \mu\epsilon = 20 \cdot 10^{-3} \text{ Volt} / \mu\epsilon = 20 \text{ mV} / \mu\epsilon.$$

Από την τιμή της ευαισθησίας που υπολογίστηκε, προκύπτει ότι σε κάθε microstrain ασκούμενης μηχανικής τάσης, αντιστοιχούν 20 mV ένδειξης βολτομέτρου. Συνεπώς, οι ενδείξεις που πρέπει να γραφτούν στο βολτόμετρο, ώστε αυτό να μετατραπεί (βαθμονομηθεί) σε ενδείκτη μηχανικής τάσης, είναι οι ακόλουθες:

$$I = \text{microstrains } (\mu\epsilon), \quad II = 0, \quad III = 5000 / 20 = 250, \quad IV = 10000 / 20 = 500 \quad \text{και} \quad V = 15000 / 20 = 750.$$