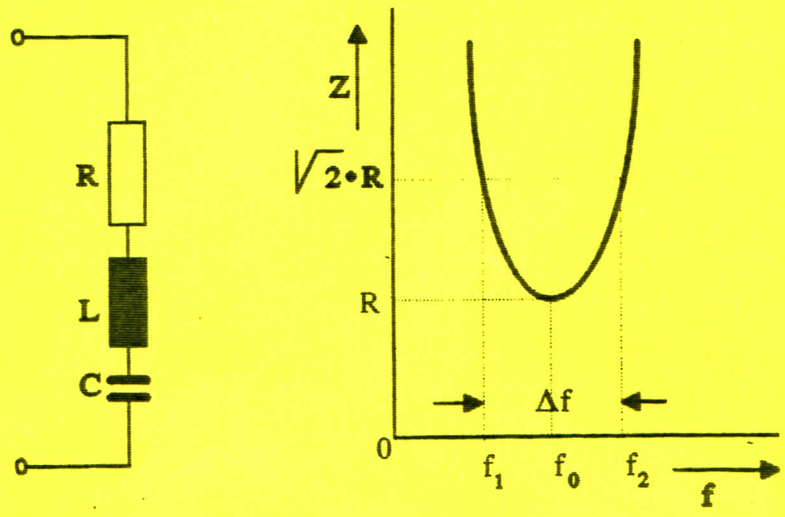
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΗΛΕΚΤΡΟΤΕΧΝΙΑΣ ΙΙ



ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΣΠΟΥΔΑΣΤΕΣ ΤΟΥ Β ΕΞΑΜΗΝΟΥ ΤΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΙΑΣ ΤΗΣ Σ.Τ.ΕΦ. ΤΟΥ Τ.Ε.Ι. ΠΑΤΡΑΣ

Θ. [illegible]

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΟΔΗΓΙΕΣ

1. Η διάρκεια του Εργαστηρίου είναι **2** ώρες χωρίς διάλειμμα.
2. Η προσέλευση των σπουδαστών πρέπει να γίνεται στην καθορισμένη ώρα χωρίς καθυστερήσεις.Σε περίπτωση καθυστέρησης ο σπουδαστής δεν γίνεται δεκτός στο Εργαστήριο.
3. Στην αρχή του Εργαστηρίου κάθε σπουδαστής παραδίδει γραπτή εργασία που αφορά την άσκηση της προηγούμενης εβδομάδας.Η παράδοση της άσκησης είναι απαραιτητη,σε αντίθετη περίπτωση θεωρείται ότι δεν πραγματοποιήθηκε.
4. Ο σπουδαστής προσέρχεται στο Εργαστήριο προετοιμασμένος για την άσκηση που θα πραγματοποιήσει. Η προετοιμασία αυτή περιλαμβάνει τόσο την πειραματική διαδικασία όπως περιγράφεται στο εγχειρίδιο **«Εργαστηριακές Ασκήσεις Ηλεκτροτεχνίας ΙΙ»**, όσο και την σχετική με το πείραμα θεωρία. Η θεωρία που αντιστοιχεί στο πείραμα βρίσκεται σε αντίστοιχα κεφάλαια βιβλίων **Ηλεκτροτεχνίας ΙΙ,** τα οποία ο σπουδαστής οφείλει να μελετήσει.
5. Αδυναμία του σπουδαστή να εκτελέσει το πείραμα λόγω ελλιπούς προετοιμασίας στην θεωρία ή την πειραματική διαδικασία ισοδυναμεί με απουσία και ο σπουδαστής θα πρέπει να επαναλάβει την άσκηση στο εργαστήριο συμπλήρωσης στο τέλος του κύκλου των ασκήσεων.
6. Κατά την διάρκεια του πειράματος κάθε σπουδαστής εξετάζεται τόσο στο πειραματικό μέρος όσο και στην θεωρία που αντιστοιχεί στο πείραμα.
7. Κατά την διάρκεια της άσκησης κάθε ομάδα συγκεντρώνει τις μετρήσεις που έλαβε σε σχετικούς πίνακες που έχει προετοιμάσει από το σπίτι.
8. Με την ολοκλήρωση των εργαστηριακών ασκήσεων ακολουθεί γραπτή εξέταση με θέματα που προέρχονται από τις ασκήσεις που εκτελέστηκαν κατά την διάρκεια του εξαμήνου στο εργαστήριο.
9. Ο σπουδαστής οφείλει να φέρει μαζί του κατά την διάρκεια του εργαστηρίου υπολογιστική μηχανή.

Θ. Κυριακόπουλος

Καθ. Εφαρμογών

ΑΣΚΗΣΗ 1η

Περιεχόμενο : Μέτρηση διαφοράς φάσεως και συχνότητας

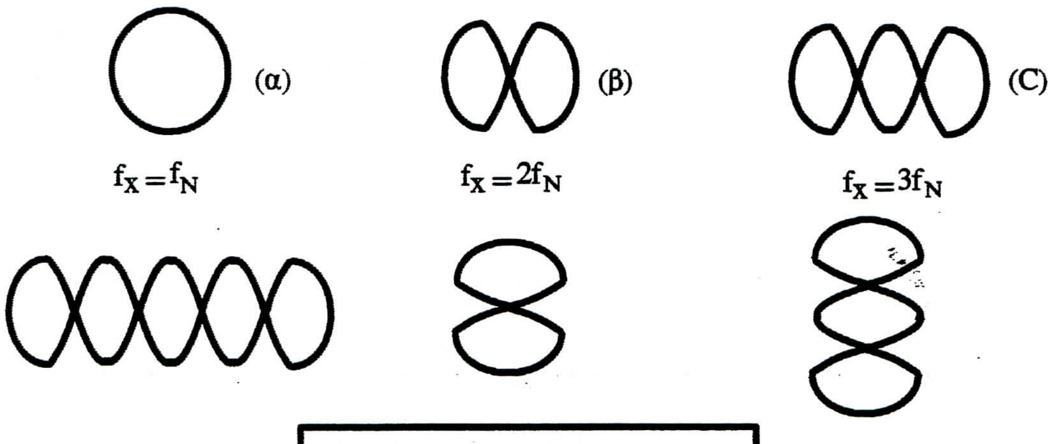
Όργανα - υλικά : Παλμογράφος, δύο γεννήτριες συχνοτήτων, πυκνωτής, αντιστάσεις, πηνίο, συνδετικοί αγωγοί.

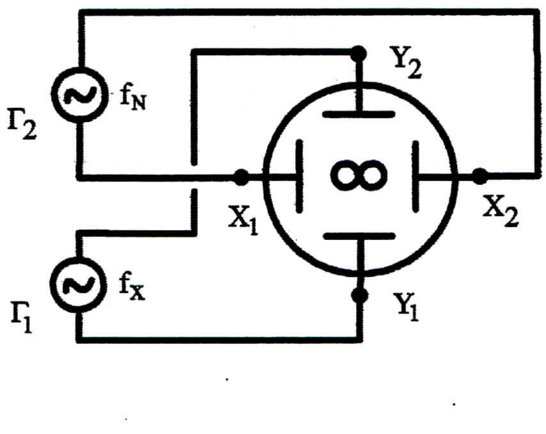
1. Μέτρηση συχνότητας (συγκριτική)

Μια εύκολη οπτική σύγκριση δύο συχνοτήτων γίνεται με τη βοήθεα παλμογράφου.

Όταν στα δύο ζεύγη των πλακών ενός παλμογράφου εφαρμοστούν δύο ημιτοειδείς τάσεις, που οι συχνότητες των έχουν λόγο, όπως ο λόγος δύο ακεραίων αριθμών, στην οθόνη δημιουργείται μια εικόνα γνωστή ως εικόνα **Lissajous** που με βάση της προκύπτει ο λόγος των δύο συχνοτήτων.

Γι αυτό αρκεί να μετρήσουμε τον αριθμό των λοβών τόσο κατά τον οριζόντιο άξονα όσο και κατά τον κατακόρυφο, ανάλογα με την είσοδο της σταθερής συχνότητας. Σχ 1α.β.





Σχ.1

2. Μέτρηση διαφοράς φάσεως

Δύο από τις μεθόδους μέτρησης "διαφοράς φάσεως" που παρουσιάζουν μεγάλη ακρίβεια είναι και οι ακόλουθες:

α). Με σχήματα Lissajous

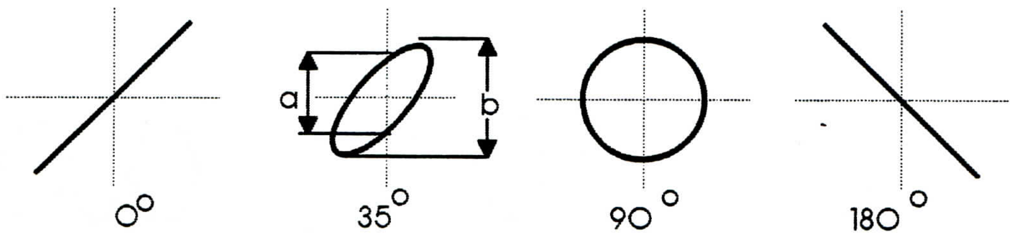
Έστω ότι ζητείται η φασική απόκλιση μεταξύ των τάσεων

$$u_x = U_x \sin\omega t$$

$$u_\psi = U_\psi \sin(\omega t + \phi)$$

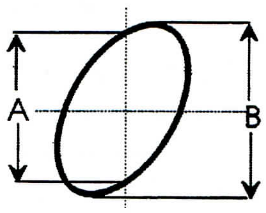
αν τοποθετήσουμε και τις δύο κυματαμορφές στην οριζόντια και κατακόρυφη απόκλιση, θα προκύψουν αντίστοιχα **Χ** και **Ψ** αποκλίσεις.

Μετά την σύνθεση αυτών των κυματομορφών ανάλογα με την διαφορά φάσης προκύπτει και η ανάλογη εικόνα όπως παρακάτω.



Σχ 2

Η διαφορά φάσεως υπολογίζεται από την σχέση : $\varphi = \sin^{-1}\frac{A}{B}$



όπου Α, Β τα μήκη σχ. 3

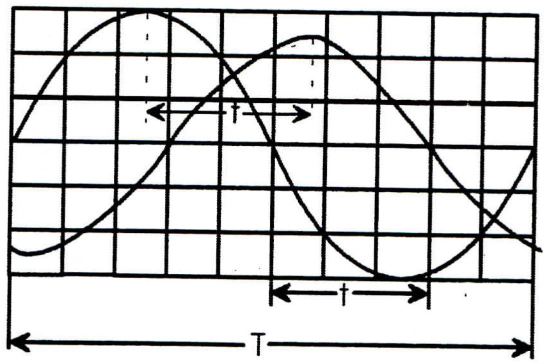
σχ.3

β. Με την σύγκριση των χρονικών σημάτων

Η διαφορά φάσης μεταξύ δύο κυματομορφών μπορεί να βρεθεί συγκρίνοντας τα δύο χρονικά σήματα αφού τοποθετηθούν στα κανάλια CH I και CH I I του παλμογράφου.

Ο τρόπος όπως παραστατικά φαίνεται στο σχ.4

φ=360d/D



είναι $\varphi = \omega\,\Delta t = (2\pi/T)\Delta t$ (rad)

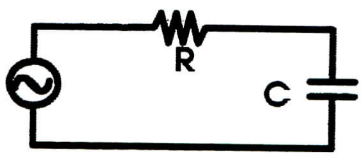
Σχ.4

$\varphi = 360\ \Delta t/\Delta$ (μοίρες)

Για T => D

Δt => d έχουμε τα εξής **T/t = D/d** άρα **φ = 360 d/D**

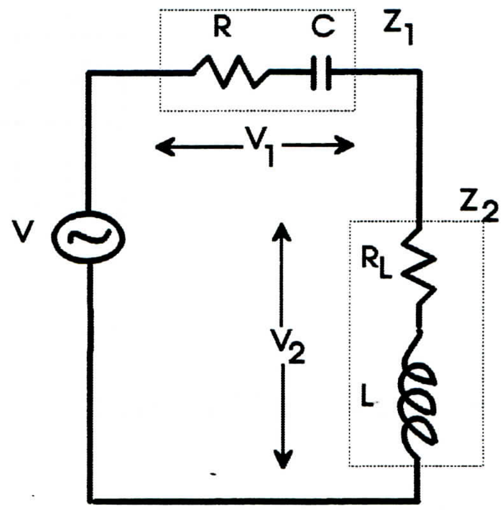
Στο κύκλωμα του σχήματος είναι :



$$Z = R + \frac{1}{j\omega C}\ ,\quad Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}\ ,\quad \varepsilon\varphi\varphi = \frac{\frac{1}{\omega C}}{R}\quad \text{και}\quad \varphi = \text{τοξ εφ}\ \frac{1}{RC\omega}$$

Κατασκευή διανυσματικών διαγραμμάτων

Έστω το κύκλωμα του σχήματος:



Η πηγή τροφοδοτεί το κύκλωμα με εναλλασσόμενη τάση της μορφής :

$$V=Vo\ e^{j\omega t}$$

Οι τάσεις στις σύνθετες αντιστάσεις Z_1 και $\mathbf{Z_2}$ θα είναι :

$$V_1'=V_1\ e^{j\omega t+\varphi_1} \quad \text{και} \quad V_2'=V_2\ e^{j\omega t+\varphi 2}$$

Οι παραπάνω σχέσεις μπορούν να γραφούν :

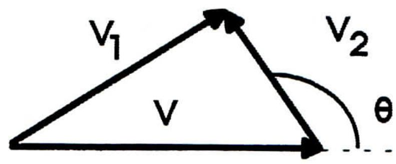
$$\dot{V}_1'=V_1''<\varphi_1 \quad \text{και} \quad \dot{V}_2'=V_2''<\varphi_2$$

όπου $\boldsymbol{\varphi_1}$ και $\boldsymbol{\varphi_2}$ οι διαφορές φάσεως των τάσεων $\dot{\mathbf{V}}_1$ και $\dot{\mathbf{V}}_2$.

Σύμφωνα με το **B'** νόμο του **Kirchhoff** είναι :

$$\mathbf{U = U_1 + U_2}$$

και αν η διαφορά φάσεως μεταξύ $\mathbf{V_1}$ και $\mathbf{V_2}$ είναι **θ** έχω το παρακάτω διανυσματικό δίαγραμμα



<u>ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ</u>

1. Ανοίξτε και ρυθμίστε τον παλμογράφο για μέτρηση.
2. Πατήστε **X-Y**
3. Ανοίξτε τις γεννήτριες και ρυθμίστε, για να παίρνουμε την ίδια τάση.
4. Συνδέστε τις προς μέτρηση γεννήτριες παλμών **A,B** όπως στο σχήμα **1β.**

Να σχεδιαστούν οι εικόνες που εμφανίζονται στην οθόνη του παλμογράφου, για τα παρακάτω ζεύγη συχνοτήτων.

Fχ = 100 Hz	**Fψ = 100 Hz**
″	**200 Hz**
″	**300 Hz**
″	**400 Hz**

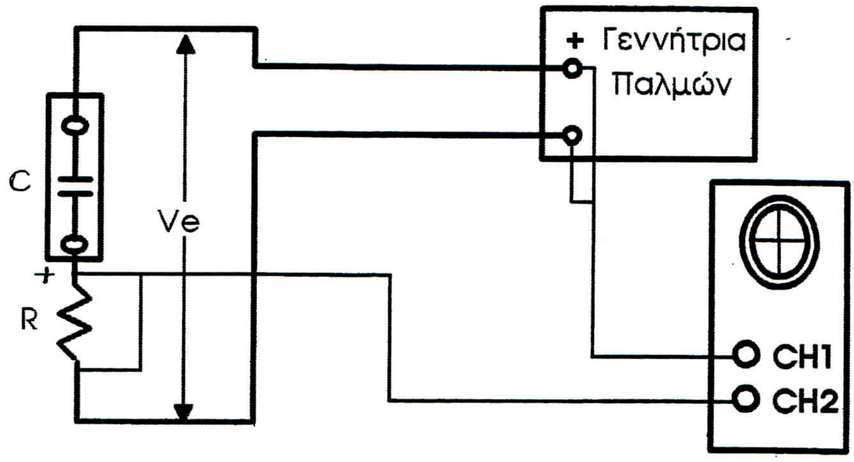
Fχ = 200 Hz	Fψ = 100 Hz
300	"
400	"

Να επαναληφθεί για τις τιμές σε KHz αντίστοιχα :

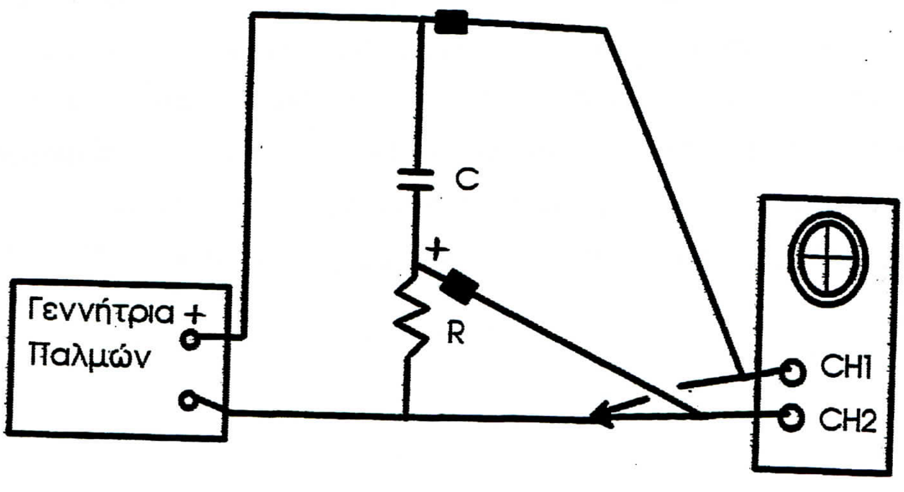
1 , 2 , 3 , 4

<u>ΣΗΜΕΙΩΣΗ</u> : Τα εμφανιζόμενα σχήματα δεν σταθεροποιούνται στην ο του παλμογράφου.

5. Να πραγματοποιηθεί το κύκλωμα του σχήματος.



Ρυθμίστε το σήμα της γεννήτριας να είναι ημιτονοειδές **3.5 – 4.5 V r.m.s** στα **20 KHz**
Αφού ρυθμίσουμε τις ενισχύσεις στον παλμογράφο να είναι ίσες,υπολογίζουμε την διαφορά φάσεως από την πρώτη μέθοδο.
Να επαναληφθεί και για την δεύτερη αντίσταση.
Να υπολογιστεί η διαφορά φάσης από τα στοιχεία του κυκλώματος
Να πραγματοποιηθεί το κύκλωμα του παρακάτω κυκλώματος.

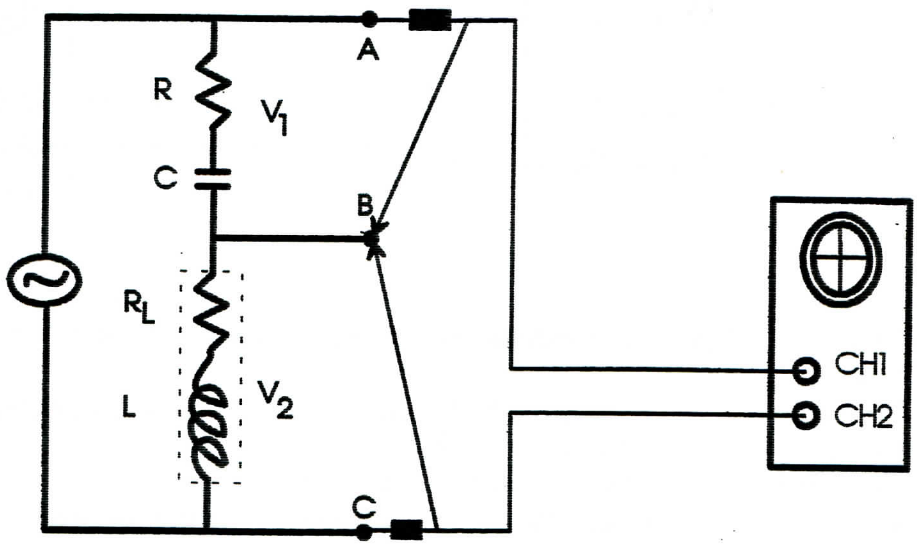


Να μετρηθεί η διαφορά φάσεως σύμφωνα με τον 2ο τρόπο.

Τα αποτελέσματα να γραφούν στον πίνακα και να αιτιολογείστε την διαφορά εαν υπάρχει.

R [KΩ]	C [μF]	φ από υπολ.	φ από α.΄ μετρ.	φ από β.΄ μετρ.
R_1	C_1			
R_2	L			

6. Να γίνει το κύκλωμα του παρακάτω σχήματος.



Με την βοήθεια του παλμογράφου μετρήστε τις τάσεις V_1 και V_2 όπως στο σχήμα. Συγχρόνως μετρήστε την διαφορά φάσεως των δύο τάσεων V_1 και V_2 Αποσυνδέστε το ένα κανάλι του παλμογράφου, και με το άλλο μετρήστε την τάση της πηγής, συνδέοντας τους ακροδέκτες στα σημεία **A** και **C.**

Σε χαρτί **millimetre** κατασκευάστε το διανυσματικό διάγραμμα των τάσεων V_1 και V_2 τοποθετώντας την τάση **V** στον οριζόντιο άξονα.

Μετά σχεδιάστε την ταση **V** από την σχέση $\mathbf{U = U_1 + U_2}$

Από το διάγραμμα μετρήστε την τάση **V** και τις γωνίες θ_1 και θ_2 που σχηματίζει με τα $\mathbf{V}_1$ και $\mathbf{V}_2$.
Μετρήστε την ωμική αντίσταση του πηνίου και με την βοήθεια μαθηματικών υπολογισμών βρείτε τις γωνίες θ_1 και θ_2 .

Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα.

ΜΕΓΕΘΗ	μετρούνται με παλμογραφο	υπολογίζονται από διαγραμμα	υπολογίζονται μαθηματικά
V_1			
V_1			
V			
$\theta\ (V_1\hat{}V_2)$			
$\theta\ (V_1\hat{}V)$			
$\theta\ (V_2\hat{}V)$			

Συγκίνατε τις διάφορες τιμές μεταξύ τους και γράψτε τα συμπεράσματα σας.

ΑΣΚΗΣΗ 2

Περιεχόμενο : Συντονισμός σε κύκλωμα σειράς - παράλληλο

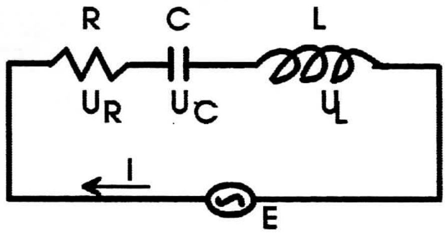
Όργανα - υλικά : Γεννήτρια ακουστικών συχνοτήτων, συγκρότημα πηνίων, αντίσταση, πυκνωτής, πολύμετρο.

Α. Θεωρούμε το κύκλωμα του σχ.1 που τροφοδοτείται από πηγή σταθερής ενεργού τάσης Ε και μεταβλητής συχνότητας. Η μιγαδική αντίσταση Ζ δίνεται από την σχέση:

$$\dot{Z} = R + \dot{j}\,(X_L - X_C) = R + \dot{j}\,(L\omega - 1/C\omega)$$

άρα και το μέτρο της θα είναι :

$$|\dot{Z}| = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$



και η ενεργός ένταση του ρεύματος

$$I = \frac{E}{|\dot{Z}|} = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$

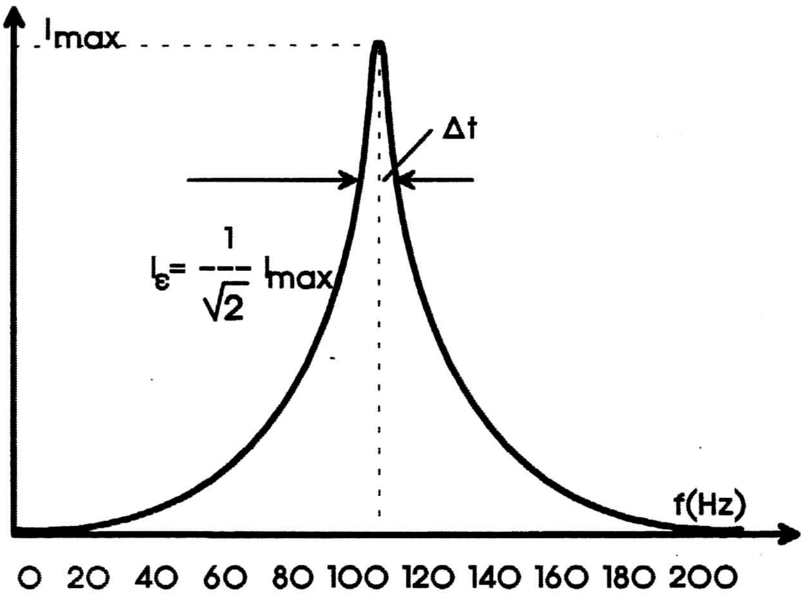
Παρατηρούμε ότι πάντα $Z \geq R$ και επομένως $I_{max} = \frac{E}{Z_{min}} = \frac{E}{R}$

Στο σχήμα 2 φαίνεται η καμπλύλη $I = \sigma(f)$.

Η μέγιστη τιμή του ρεύματος I λαμβάνεται όταν $X_L = X_C$.

$$L\omega_o = \frac{1}{C\omega_0} \quad \text{ή} \quad \omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$



Σχ.2

<u>Τότε λεμε ότι έχουμε συντονισμό έντασης</u> και η σχέση (1) δίνει τη συχνότητα συντονισμού.

Στην πράξη μας ενδιαφέρει μια περιοχή συχνοτήτων από f_1 εως f_2 για την οποία:

$$I \geq \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$$

Την περιοχή αυτή συχνοτήτων ονομάζουμε ωφέλιμη ζώνη συχνοτήτων.
Έχουμε :

$$I_{(f1)}=I_{(f2)}=\frac{I_{max}}{\sqrt{2}}=\frac{E}{R\sqrt{2}}$$

ή $$\frac{E}{\sqrt{R^2+\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)^2}}=\frac{E}{R\sqrt{2}}$$ ή $$\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)^2=R^2$$

και $$\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)=\pm R$$

Επειδή όμως $\omega_2 > \omega_1$

$$L\omega_2-\frac{1}{C\omega_2}=R$$

$$L\omega_1-\frac{1}{C\omega_1}=-R$$

Με πρόσθεση κατά μέλη παίρνουμε :

$$\omega_1\omega_2=\frac{1}{LC}=\omega_o^2$$

και

$$\mathbf{f_1 f_2 = f_o^2} \quad \mathbf{(2)}$$

Με αφαίρεση κατά μέλη παίρνουμε :

$$L(\omega_2-\omega_1)+\frac{1}{C}\bullet\frac{\omega_2-\omega_1}{\omega_1\omega_2}=2R$$

$$L\,\Delta\omega+\frac{1}{C}\bullet\frac{\Delta\omega}{\omega_o^2}=2R$$

όπου $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$

και επειδή $L\omega_o = 1/C\omega_O$ και $\mathbf{L = 1 /C\omega^2_o}$

$\Delta\omega\ 2L = 2R$ και $\Delta\omega = R/L$

$$\mathbf{\Delta f = R/\ 2\pi L \quad (3)}$$

Η (3) δίνει το εύρος της ωφέλιμης ζώνης συχνοτήτων, ενώ οι πλευρικές συχνότητες f_1 και f_2 προκύπτουν από την επιλύση του συστήματος των (2) και (3).

Παρατηρούμε ότι για $f = f_1$ και $f = f_2$ η μέση πραγματική ισχύς στο κύκλωμα γίνεται :

$$P_1 = P_2\ (I_{\mu\alpha\chi}/\ 2\ )^2\ R = (I_{max}{}^2/2)\ R = P_{max}/2$$

$$\mathbf{P_1 = P_2 = P_{max}/2}$$

όπου $P_{max} = I^2_{max}\ R$ η μέση ισχύς στο συντονισμό.
Γι αυτό οι $\mathbf{f_1}$, $\mathbf{f_2}$ ονομάζονται και συχνότητες μισής ισχύος.

Σπουδαίο ρόλο στο συντονισμό παίζει ο λεγόμενος συντελεστής ποιότητας του κυκλώματος που ορίζεται από την σχέση :

$$\mathbf{Q = \frac{2\pi\ \text{Μέγιστη ενέργεια που αποθηκεύεται στα L,C}}{\text{Ενέργεια ανά κύκλο που καταναλίσκεται στην R}}}$$

$$\mathbf{Q} = \frac{2\pi.Aa,max}{A\,T} = \frac{2\pi.Aa,max}{P\,T} = \frac{\omega Aa,max}{P} \quad (4)$$

Όπου Αα, max = μέγιστη τιμή της ενέργειας που αποθηκεύεται στα άεργα στοιχεία του κυκλώματος L,C και ΑΤ η ενέργεια που καταναλώνεται σε χρόνο $T=\frac{1}{f}$.

Για $\omega = \omega_o$ η (4) δίνει

$$Q_o = \frac{\omega_o\, A\alpha . max}{P}$$

Είναι όμως .

$$A\alpha = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}CU^2_{oc} = \frac{1}{2}Li_o^2 + \frac{1}{2}CU^2_{oc}$$

όπου I_o : Η μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος

U_o : Η μέγιστη τιμή της τάσης στον πυκνωτή

και επειδή $U_o = I_o X_c = \frac{I_o}{C\omega_o}$ είναι

$$CU^2_{oc} = \frac{I_o^2}{C\omega_o^2} = LI_o^2$$

οπότε:

$$A\alpha = \frac{1}{2}LI_o^2 + \frac{1}{2}LI_o^2 = \sigma\tau\alpha\theta.$$

έτσι:

$$A_{max} = LI_o^2 = CU_c^2 = \sigma\tau\alpha\theta.$$

$$Q_o = \frac{\omega_o\, L I_o^2}{I^2 R} = \frac{L\omega_o}{R} = \frac{1}{C\omega_o R} \qquad (5)$$

Με βάση την (5) η (3) γράφεται :

$$\Delta f = \frac{R\omega_o}{2\pi L\omega_o} = \frac{\omega_o}{2\pi Q_o} = \frac{2\pi \cdot f_o}{2\pi \cdot Q_o}$$

ή

$$\boxed{\Delta f = \frac{f_o}{Q_o}} \qquad (6)$$

Ώστε όσο μεγαλύτερος ο συντελεστής ποιότητας Qo τόσο μικρότερο το εύρος ζώνης Δf κι επομένως τόσο μεγαλύτερη η ικανότητα επιλογής μιας συγκεκριμένης συχνότητας από το κύκλωμα.

Ο λόγος :

$$g_u = \frac{U_L}{U} = \frac{U_c}{U} \quad (7)$$

Ονομάζεται κέρδος τάσης στο συντονισμό

Έχουμε

$$g_o = \frac{I_{max} X_L}{I_{max} R} = \frac{L\omega_o}{R}$$

$$\boxed{g_o = Q_o} \quad (8)$$

B.1. Κατασκευάστε το κύκλωμα του σχ.1 και θέστε R=1KΩ, L=20mH, C=0,02μF.

2. Υπολογίστε τη συχνότητα συντονισμού του κυκλώματος.

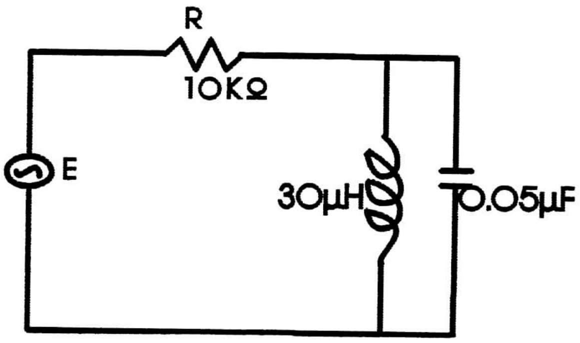
3. Ρυθμίστε τη συχνότητα της γεννήτριας στο 2 KHz και μέγιστη έξοδο 4V ενεργό τιμή. Μετρείστε με βολτόμετρο τις τάσεις U_{R1}, U_c, U_L, $U_c + U_L$. Γράψτε τα αποτελέσματα στον πίνακα 1.

4. Ρυθμίστε τη συχνότητα της γεννήτριας στα 3 KHz και ρυθμίστε τη τάση να παραμείνει σταθερή στο 4V.

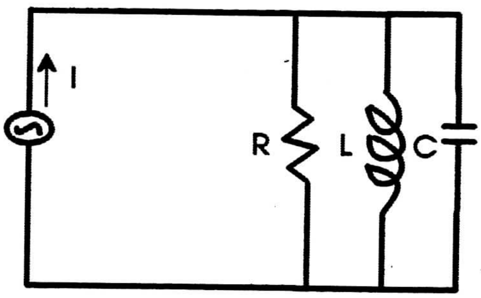
5. Να επαναληφθεί η παραπάνω διαδικασία για όλες τις συχνότητες του πίνακα 1.

Γ. Ας θεωρήσουμε το κύκλωμα του σχ.3 που πηγή τάσης Ε τροφοδοτεί παράλληλο κύκλωμα L, C σε σειρά με αντίσταση R.

Μετατρέποντας την πηγή τάσης σε πηγή έντασης I=E/R καταλήγουμε στο κύκλωμα του Σχ. 4.



Σχ.3



Σχ.4

Συν. αγ. $\dot{Y} = G + \dot{j}\,(B_C - B_L)$ (8a)

όπου $G = 1/R$, $B_C = C\omega$ και $B_L = 1/L\omega$

και $|\dot{Y}| = \sqrt{G^2 + (B_C - B_L)^2} \geq GB$ (1)

έτσι αν $B_C = B_L$ ή $C2\pi\, fo = 1/L2\pi\, fo$

$$\boxed{fo = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}} \quad B\ (2)$$

Έχουμε $Y_{min} = G$, ενώ η τάση του πάραλληλου κυκλώματος U γίνεται <u>μέγιστη</u>

$$U_{max} = \frac{I}{G} = E \qquad B(3)$$

Τότε έχουμε συντονισμό τάσης και B(2) αποτελεί τη συνθήκη συντονισμού.

Για $f = f_o$ το κύκλωμα εμφανίζει ωμική συμπεριφορά για κάθε άλλη συχνότητα έχουμε:

$$U = \frac{I}{Y} = \frac{I}{\sqrt{G^2 + (C\omega - \frac{1}{L\omega})^2}} = I\,Z \qquad B(4)$$

Θεωρούμε δύο συχνότητες f_1, f_2 για τις οποίες

$$U_{(f1)} = U_{(f2)} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$$

Οι f_1, f_2 ονομάζονται πλευρικές συχνότητες και η διαφορά του $\Delta f = f_2 - f_1$ <u>ωφέλιμη ζώνη συχνοτήτων</u>.

Έτσι μέσα στην ωφέλιμη ζώνη είναι : $U \geq \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$

και

$$P = \frac{U^2}{R} \geq \frac{U_{max}^2}{2R}, \; P \geq \frac{P_{max}}{2} \qquad Σχ.5$$

Γι αυτό οι f_1, f_2 λέγονται <u>συχνότητες μισής ισχύος</u>

Από την (4) παίρνουμε για τις ω_1, ω_2.

$$\frac{I}{G\sqrt{2}} = \frac{I}{\sqrt{G^2 + \left(C\omega - \frac{1}{L\omega}\right)^2}} \quad \text{και} \quad C\omega - \frac{1}{L\omega} = \pm G$$

Άρα

$$C\omega_2 - \frac{1}{L\omega_2} = G$$

$$(I I)$$

$$C\omega_1 - \frac{1}{L\omega_1} = - G$$

Προσθέτοντας την (I I) παίρνουμε

$$\omega_1 \omega_2 = \frac{1}{LC} \qquad ή \qquad f_1 f_2 = f_o^2 \qquad B (5)$$

ενώ αφαιρώντας

$$\Delta\omega \left(C + \frac{1}{L\omega_1\omega_2}\right) = 2G \quad ή \quad \Delta\omega (C + C) = 2G$$

$$ή \quad \Delta f = \frac{G}{2\pi C} \qquad B(6)$$

ο συντελεστής ποιότητας στο συντονισμό είναι :

$$Q_o = \frac{2\pi . Aa . max}{A_T} \qquad B(7)$$

αλλά

$$A\alpha = \frac{1}{2} C U^2_{max} + \frac{1}{2} L I^2_{max}$$

αλλά

$$\frac{1}{2} L I^2_{max} = \frac{1}{2} L \left(\frac{U^2_{max}}{2 L^2}\right) = \frac{1}{2}\frac{L U^2_{max}}{L^2 \omega^2} = \frac{1}{2}\frac{U^2_{max}}{L \omega^2}$$

άρα

$$Aa = \frac{1}{2} C U^2_{max} + \frac{1}{2} \frac{U^2_{max}}{L\omega^2} = \frac{1}{2} U^2_{max} \left(C + \frac{1}{L\omega^2}\right) =$$

$$= \frac{1}{2} U^2_{max}\left(\frac{LC\omega^2 + 1}{L\omega^2}\right) = \frac{1}{2} U^2_{max} \frac{2}{L\omega^2} = \frac{U^2_{max}}{L\omega^2}$$

$$A_T = U^2_{max}\, G \Rightarrow Q = \frac{2\pi \frac{U^2_{max}}{L\omega^2}}{U^2_{max}\, G\, T} = \frac{2\pi}{L\omega^2\, G\, T} = \frac{2\pi R}{L\omega^2\, T} \doteq \frac{R}{L\omega} = R\sqrt{\frac{C}{L}}$$

με $\quad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ $\quad$ άρα

$$\boxed{Qo = R\sqrt{\frac{C}{L}}} \qquad B(8)$$

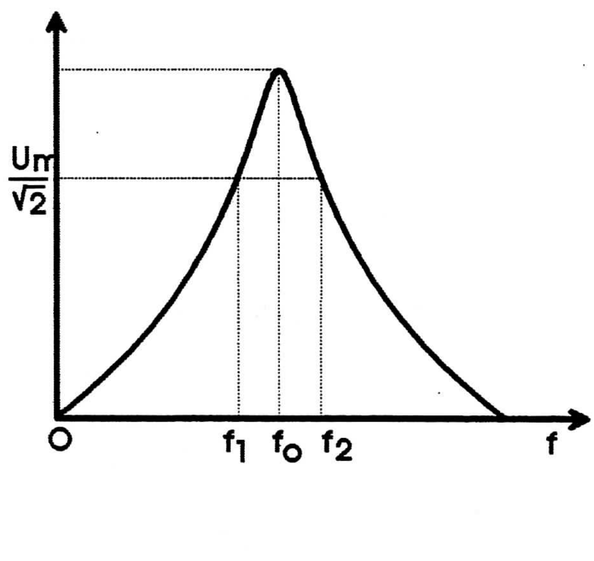
Το κέρδος έντασης

$$g_1 = I_L\, /\, I = I_C\, /\, I = U\, C\omega_o\, /\, (U\, G) = C\omega_o\, /\, G = Qo \qquad B(9)$$

Η Δf μπορεί να γραφεί σαν συνάρτηση του Qo από την B(6).

$$\Delta f = \frac{G\,\omega_o}{2\pi\, C\omega_o} = \left(\frac{G}{C\omega_o}\right)\left(\frac{\omega_o}{2\pi}\right) \qquad ή$$

$$\Delta f = \frac{f_o}{Q_o} \qquad B(10)$$



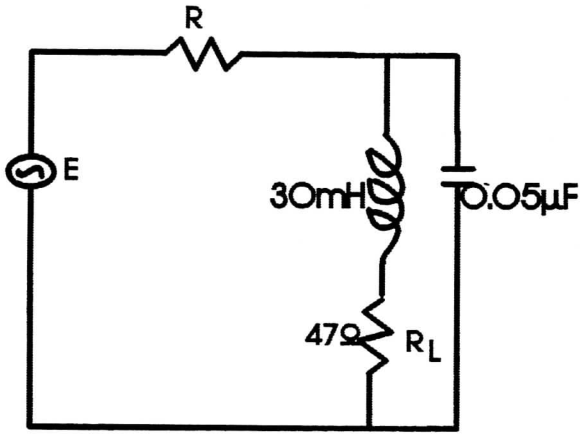
Η σχέση $\Delta f = F_o / Q_o$ δείχνει ότι για κύκλωματα με μεγάλο Q_o έχουμε μεγάλη ικανότητα επιλογής μιας συγκεκριμένης συχνότητας αφού η ωγέλιμη ζώνη **Δf** έχει μικρό εύρος.

Ας εξετάσουμε τώρα το κύκλωμα του Σχ.6 όπου στον επαγωγικό κλάδο έχει συνδεθεί αντίσταση R_L.

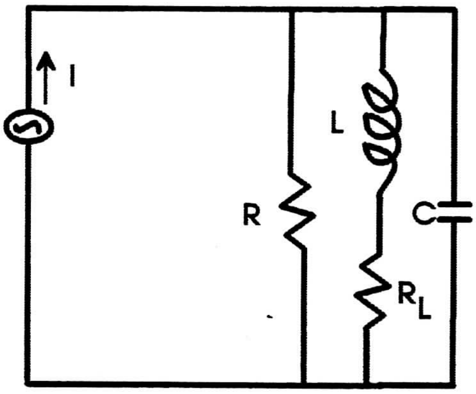
Το κύκλωμα παίρνει τη μορφή του Σχ.7 όπου $I = E/R$ έχουμε :

$$\dot{Y} = G + \dot{j}B_C + 1/(R_L + \dot{j}\, X_L) = G + \dot{j}B_C + (R_L - \dot{j}X_L)/(R_L^2 + X_L^2)$$

$$\dot{Y} = G + R_L / (R_L^2 + X_L^2) + \dot{j}\, [(B_C - X_L)/(R_L^2 + X_L^2)]$$



Σχ.6



Σχ.7

Αν θεωρήσουμε ότι ο συντελεστής ποιότητας του επαγωγικού κλάδου είναι πολύ μεγάλος από τη μονάδα για $f_1 < f < f_2$ τότε $X_L^2 \gg R_L^2$ και η (17) γράφεται:

$$\dot{Y} = G + R_L / X_L^2 + \dot{j}\, (B_C + B_L)$$

Αν τέλος θεωρήσουμε το X_L σταθερό μέσα στην ωφέλιμη ζώνη και ίσο με την τιμή που

παίρνει στον συντονισμό

$$X_L = X_L(\omega_o) = L\omega_o \quad \text{και}$$

$$X_L^2 = L^2 \omega_o^2 = L / C$$

παίρνουμε

$$\dot{Y} = G + R_L C/L + \dot{j}\,(B_C - B_L)$$

Η σχέση αυτή έχει την μορφή της (8α) αν θέσουμε :

$$G_{10} = G + R_L C/L$$

Έτσι ο συντελεστής ποιότητας του κυκλώματος που εξετάζουμε είναι :

$$Q_o = \frac{C\omega_o}{G_{10}} = \frac{\sqrt{\frac{C}{L}}}{\left(G + \frac{R_L C}{L}\right)}$$

και ισχύουν όλα όσα αναφέρουμε για το κύκλωμα του Σχ.4

Δ. Κατασκευάστε το κύκλωμα του Σχ.3.

1. Ρυθμίστε τη γεννήτρια συχνοτήτων στα 2 KHz και ρυμθίστε τη τάση εξόδου στα 4 V (ενεργό τιμή).

   Μετρείστε τα U_{R1}, U_L, C_1 και γράψτε τα αποτελέσματα στον πίνακα 2. Για τάση σταθερή στα 4 V και για τις τιμές του πίνακα 2, μετρείστε τα αντίστοιχα U_R, U_L, C .

2. Κατασκευάστε το κύκλωμα του Σχ.6

Με την γεννήτρια στα 2 KΑr και την τάση εξόδου 4 V να ακολουθηθεί η παραπάνω εργασία για όλες τις τιμές του πίνακα 3.

ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

1. Συντονισμός σειράς

α. Να υπολογιστούν όλα τα στοιχεία του πίνακα 1.

β. Να σχεδιαστεί η καμπύλη I = σ(f), σε χαρτί millimetre.

γ. Βρείτε γραφικά τη συχνότητα f_1 , f_2 .

δ. Να υπολογιστει η Δf από την γραφική παράσταση.

ε. Να υπολογιστεί ο συντελεστής ποιότητας

$$Q_O = \frac{f_O}{\Delta f} , \quad Q_O = \frac{U_L}{U}$$

στ. Κατασκεύαστε τα διαγράμματα $X_L = \sigma_1(f)$ και $X_C = \sigma_2(f)$.

2. Παράλληλος συντονισμός

α. Να υπολογιστούν τα στοιχεία του πίνακα 2 & 3

β. Κατασκευάστε τα διάγραμμα $Z_{L,C} = \sigma$ (f).

γ. Να σχεδιαστεί το ίδιο διάγραμμα η καμπύλη συντονισμού.

δ. Υπολογίστε γραφικά τα fo , Z_{max} για τη πρώτη καμπύλη

Βρήτε τις συχνότητες f_1 και f_2 όπου $Z = \frac{Z_{max}}{\sqrt{2}}$

Υπολογίστε την ωφέλιμη περιοχή συντονισμού: $\Delta f = f_2 - f_1$ και $Qo = f_o/\Delta f$

ΜΕΤΡΟΥΝΤΑΙ					ΥΠΟΛΟΓΙΖΟΝΤΑΙ			
F (KHz)	V_R [V]	V_L [V]	V_C [V]	V_L+V_C [V]	I [mA]	X_L [Ω]	X_C [Ω]	X_L+X_C [Ω]
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								

Πιν. 1

<u>ΣΗΜΕΙΩΣΗ</u> : Τα I, X_L, X_C υπολογίζονται από τις μετρήσεις ως εξής.

$$I = \frac{V_R}{R}, \quad X_L = \frac{V_L}{I}, \quad X_C = \frac{V_C}{I}, \quad X_L + X_C = \frac{V_L + V_C}{I}$$

F [KHz]	U_R [Volts]	U_Π [Volts]	ΥΠΟΛΟΓΙΖΕΤΑΙ I= U_R/R	ΥΠΟΛΟΓΙΖΕΤΑ Ι Z= Uπηγης / I

Πιν. 2

F [KHz]	U_R [Volts]	U_Π [Volts]	ΥΠΟΛΟΓΙΖΕΤΑΙ $I = U_R/R$	ΥΠΟΛΟΓΙΖΕΤΑΙ $Z = U_{\pi\eta\gamma\eta\varsigma} / I$

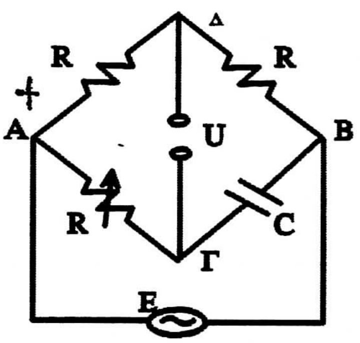
Πιν. 3

ΑΣΚΗΣΗ 3

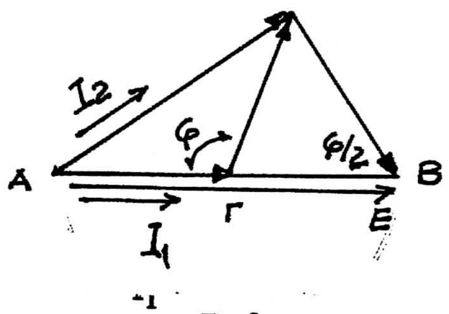
Περιεχόμενο : Μελέτη κυκλώματος (**φασικός σύρτης & αναστροφέας φάσης**)

Όργανα - υλικά : Παλμογράφος, γεννήτρια συχνοτήτων, ρυθμιστική αντίσταση, αντιστάσεις, πυκνωτές.

1. **Φασικός σύρτης** ονομάζεται δίαταξη που μπορεί να μεταβάλλει την φάση μιας από **0 - 180** χωρίς να αλλάξει και την ενεργό τιμή της
Στο Σχ. 1 φαίνεται μια απλή μορφή φασικού σύρτη στον οποίο μεταβάλλοντας την $\mathbf{R_X}$ από **0 - ∞** προκαλούμε καθυστέρηση **της U** σχετικά με την **E** από **0 - 180** ενώ **U = E/2.**



Πραγματικά στο διανυσματικό διάγραμμα στο Σχ.2 όπου **E -->AB** , $\mathbf{U_{AB}}$**-->ΑΔ** , $\mathbf{U_{\Delta B}}$**--> ΔΒ** βλέπουμε ότι και οι τρείς αυτές τάσεις έχουν την ίδια φάση με το $\mathbf{I_1}$ ενώ το **Δ** είναι μέσο του **ΑΒ.** Εξ άλλου αφού ο κλάδος έχει χωρητική συμπεριφορά το $\mathbf{I_2}$ προηγείται της **E.**



Σχ.2

Την ίδια φάση με την I_2 **έχει** η U_{RX}--> **ΑΓ** ενώ η U_C-->**ΓΒ** ακολουθεί την I_2 κατά 90^0.

Η τάση **U--> ΓΔ** έχει σταθερή ενεργό τιμή ίση με **Ε/2** αφού είναι διάμεσος στο ορθογώνιο τρίγωνο **ΑΓΒ**. Μεταφέροντας την **U** παράλληλα στον εαυτό της ώστε να έχει αρχή **Α**, βλέπουμε ότι η **U** ακολουθεί την **Ε** κατά γωνία **φ**.

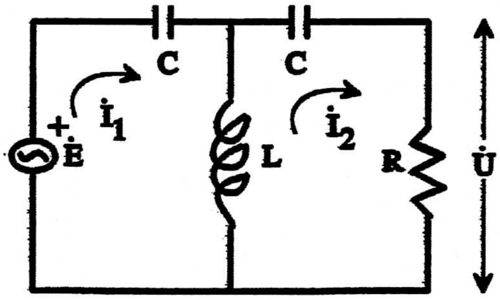
Το Σχ.2 δίνει :

$$\varepsilon\varphi\varphi/2 = \frac{U_{RX}}{U_C} = \frac{I_2\,R_X}{I_2\,X_C} = \frac{R_X}{X_C} \qquad (1)$$

Μεταβάλλοντας την R_X από **0 - ∞** η **εφφ/2** μεταβάλλεται από **0 - ∞** και επομένως η **φ/2** από **0 - 90°** και η **φ** από **0 - 180°**

---

2. **<u>Αναστροφέας φάσης</u>** ονομάμεται μια διάταξη που προκαλεί μετατόπιση της φάσης μιας τάσης κατά **180°**.



Σχ.3

Στο Σχ.3 βλέπουμε έναν απλό αναστρόφεα φάσης που προκαλεί μετατόπιση στην φάση της $\dot{E}$ κατά **180°**. Η τάση $\dot{U}$ που παίρνουμε έχει την ίδια ενεργό τιμή με την $\dot{E}$ ανεξάρτητα από την τιμή της **R** και είναι αντίθετη της $\dot{E}$, όταν $f=1/2\pi\sqrt{2LC}$

Πράγματι οι εξισώσεις βρόχων δίνουν:

$$\dot{E} = \dot{J}\,(X_L - X_C)\,\dot{I}_1 - \dot{J}\,X_L\,\dot{I}_2$$

$$0 = -\dot{J}\,X_L\,\dot{I}_1 + [R + \dot{J}(X_L - X_C)]\,\dot{I}_2$$

από όπου :

$$\dot{I}_2 = \dot{E}X_L / [R(X_L - X_C) + \dot{J}((X_L - X_C)^2 - X_L^2)]$$

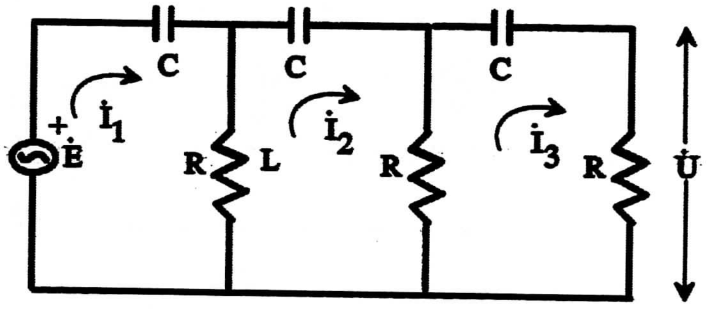
Για να μην υπάρχει φανταστικό μέρος στο $\dot{I}_2$ πρέπει

$$(X_L - X_C)^2 = X_L^2 \qquad X_C - X_L = X_L \qquad X_C = 2X_L$$

(2)

τότε $\dot{I}_2 = \dot{E}\,X_L/R(X_L - 2X_L) = -\dot{E}/R$ οπότε $\dot{U} = \dot{I}_2 R = -\dot{E}$

Στο **Σχ.4** η τάση $\dot{U}$ έχει διαφορά φάσης **180** ως προς την $\dot{E}$ αλλά $\dot{U} = \dot{E}/29$ όταν $f=1/2\pi RC\sqrt{6}$



Σχ.4

Πραγματικά οι εξισώσεις βρόχων δίνουν:

$$\dot{E} = \dot{I}_1(R - jX_C) - \dot{I}_2 R$$
$$0 = -\dot{I}_1 R + \dot{I}_2(2R - jX_C) - \dot{I}_3 R$$
$$0 = -\dot{I}_2 R + \dot{I}_3(2R - jX_C)$$

Επιλύοντας ως προς $\dot{I}_3$ παίρνουμε

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{E} R^2}{R^3 - 5RX_C^2 + j(X_C^3 - 6X_C R^2)}$$

Για να μην υπάρχει φανταστικό μέρος πρέπει:

$$X_C^3 - 6X_C R^2 = 0 \quad ή \quad X_C^2 = 6 R^2 \quad από\ όπου$$
$$f = 1/2\pi\sqrt{6}RC \qquad (3)$$

τότε είναι

$$\dot{U} = \dot{I}_3 R = ER^3/(R^3 - 5R\,6R^2) \quad ή \quad \dot{U} = -\dot{E}/29 \quad \textbf{(4)}$$

ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ - ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

1. Κατασκυάζουμε το κύκλωμα του Σχ.1 με **R = ...Ω , C = ..μF** και R_X μια μεταβλητή αντίσταση. Ρυθμίζουμε την συχνότητα της πη ώστε να προκύψει **B_X = 1 KΩ.**

Ρυθμίζουμε ταχύτητα σάρωσης ώστε η ημιπερίοδος της E να καταλαμβάνει μήκος 6cm.

Συνδέουμε το **CH 1** στα άκρα της **(Α και Δ)** και το **CH 2** μεταξύ **Γ** και **Δ.** Μεταβάλλοντας την R_X πετυχαίνουμε τιε διαφορές φάσης " **φ** " μεταξύ **U** και **E** που αναγράφη ο πίνακας 1.

Για το σκοπό αυτό αρκεί να πετύχουμε για το λόγο **Δχ / Χο = φ / 180⁰** => **Δχ = φ Χο / 180⁰ = 6 φ / 180⁰** ή **Δχ = φ/30⁰ (cm).**

Στην συνέχεια υπολογίζουμε για κάθε **φ** την τιμή της **Rx = Xc εφφ/2 = =1000εφφ/2** και την συγκρίνουμε με την **Rx** που βρίσκουμε πειραματικά.

1. Κατασκευάζουμε το κύκλωμα του Σχ.3 με **L = ...mH** , C = ...μF και **R = ...Ω** .

Συνδέουμε το **CH 1** στ' άκρα της **E** και το **CH 2** στ' άκρα της **U**. Μεταβάλλουμε την συχνότητα ώστε να πετύχουμε διαφορά φάσης **180°**. Στην συνέχεια υπολογίζουμε την συχνότητα από την **σχέση (2)** και την συγκρίνουμε μ΄ εκείνη που βρήκαμε πειραματικά .

Να γίνει το ίδιο για όλες τις τιμές του **L** που γράφονται στον **πίνακα 2**

3. Κατασκευάζουμε το κύκλωμα του Σχ.4 με **C = ...μF** και **R =.......Ω.** Μετά υπολογίζουμε από την **σχέση (3)** την συχνότητα και την συγκρίνουμε μ΄αυτή που βρίσκουμε πειραματικά, ώστε τα **E** και **U** να έχουν διαφορά φάσης **180°**.

Τέλος βρίσκουμε πειραματικά τιν λόγο **E/U** που πρέπει να προκύψει ίσος με **29**.

Να γίνει το ίδιο για όλες τις τιμές της **R** που γράφονται στον **πίνακα 3**.

φ^0	0	15	30	45	60	75	90	105	150	180
$\Delta\chi = \varphi/30^0$[cm]										
$\varphi/2$										
$Rx=10^3 \varepsilon\varphi\varphi/2[\Omega]$										
Rx [πειραματικά]										

ΠΙΝ.1

L [mH]	10	20	30	40	50
f [πειρ.]					
$f=1/2\pi(2LC)^{1/2}$					
E/U					

ΠΙΝ.2

R [Ω]	1,000	2,700	3,300	4,700
f[πειρ.]				
$f=1/2\pi 6^{1/2}RC$				
E/U				

ΠΙΝ.3

ΑΣΚΗΣΗ 4η

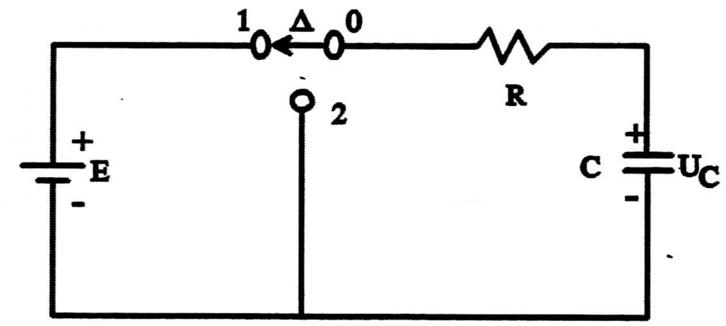
Περιεχόμενο : Μεταβατικά φαινόμενα σε κύκλωμα **R - C**

Όργανα - υλικά : Παλμογράφος, γεννήτρια ακουστικών συχνοτήτων, πυκωτές, αντιστάσεις, πολύμετρο, συνδετικοί αγωγοί.

1. Φόρτιση πυκνωτή

Στο παρακάτω κύκλωμα ο πυκνωτής **C** φορτίζεται μέχρι την τάση **E** μέσω μιας πηγής σταθερής τάσης.

Όταν ο διακόπτης **Δ** βρίσκεται στην θέση **1 - 0** ο πυκνωτής φορτίζεται



Σχ.1

Αν εφαρμόσουμε τον 2ο κανόνα του Kirrchhoff για μια ενδιάμεση χρονική στιγμή έχουμε :

$$E - IR - Uc = 0 \quad , \quad Uc(0) = 0 \quad t \leq 0$$

$$i = C\,\frac{dUc}{dt}$$

$$\text{επομένως} \quad \mathbf{E - Uc = R}\,\frac{CdUc}{dt}$$

λύνουμε την παραπάνω διαφορική εξίσωση που όταν E = C t , γίνεται χωριζομένων μεταβλητών

$$RC\,\frac{dUc}{dt} = E - Uc$$

$$\frac{dUc}{dt} = \frac{E - Uc}{R\,C}$$

$$\frac{dUc}{E - Uc} = \frac{dt}{RC} \qquad \frac{d(-Uc)}{E - Uc} = -\frac{dt}{RC}$$

$$\frac{d(E-Uc)}{E-Uc} = -\frac{dt}{RC}$$ ολοκληρόνωντας έχουμε :

$\ln(E - Uc) = -\frac{t}{RC} + A,$ όπου A αυθαίρετη σταθερά ολοκλήρωσης

Για t = 0 είναι Uc(0) = 0 οπότε A = lnE

και $\ln(E - Uc) = -\frac{t}{RC} + \ln E$ ή $\ln(E - Uc) - \ln E = -\frac{t}{RC}$

$\ln\frac{(E - Uc)}{E} = -\frac{t}{RC}$ και $\frac{(E - Uc)}{E} = e^{-t/RC}$

$$(E - Uc) = E\,e^{-t/RC} \qquad Uc = E - E\,e^{-t/RC}$$

$$\boxed{Uc = E\left(1 - e^{-t/RC}\right)}$$

Το γινόμενο **RC** ονομάζουμε σταθερά χρόνου **τ** και έχει διαστάσεις χρόνου (γιατί ο εκθέτης του e είναι αδιάστατος αριθμός).

$\boxed{\tau = RC}$ **τ => sec όταν R => Ω και C =>** F

Από την πραπάνω εξίσωση που δίνει την τάση **Uc** στ'άκρα του πυκνωτή σε συνάρτηση του χρόνου **t** έχουμε :

Από την πραπάνω εξίσωση που δίνει την τάση **Uc** στ''ακρα του πυκνωτή σε συνάρτηση του χρόνου **t** έχουμε :

Για	**t = τ**	**Uc = 0.63 E**	**ή**	**63% του E**
	t = 2τ	**Uc = 0.86 E**	**ή**	**86% του E**
	t = 3τ	**Uc = 0.95 E**	**ή**	**95% του E**
	t = 4τ	**Uc = 0.98 E**	**ή**	**98% του E**
	t = 5τ	**Uc = 0.99 E**	**ή**	**99% του E πρακτικά 100%**

Άρα για χρόνο **t = τ = RC** ο πυκνωτής φορτίζαετι με τάση ίση προς 63% της τάσης της πηγής, ενώ για χρόνο **t = 5τ = 5RC** ο πυκνωτής **πρακτικά** φορτίζεται με τάση ίση προς την τάση της πηγής.

2. Εκφόρτιση πυκνωτή

Όταν τώρα ο διακόπτης Δ βρίσκεται στην θέση **0 - 2**, ο πυκνωτής παίζει το ρόλο της πηγής. Εκφορτίζεται μέσω της αντίστασεις **R**.

Στην περίπτωση αυτή από τον δεύτερο κανόνα του Kirchhoff έχουμε:

$$U_c - iR = 0 \quad , \quad U_c(0) = E$$

αλλά

$$i = -C\frac{dU_c}{dt}$$

Επομένως

$$U_c = -RC\frac{dU_c}{dt}$$

λύνουμε την παραπάνω Δ.Ε

$$-RC\frac{dU_c}{dt} = U_c \qquad \frac{dU_c}{dt} = -\frac{dt}{RC}$$

και ολοκληρόνωντας έχουμε:

$$\ln Uc = -(t/RC) + A$$ είναι για $t = 0$ $Uc(0) = E$

οπότε $A = \ln E$ $\quad \ln Uc = \ln E - t/RC$

$$\ln Uc - \ln E = -t/RC \qquad \ln(Uc/E) = -t/RC$$

$$Uc/E = e^{-t/RC} \qquad Uc = E\, e^{-t/RC}$$

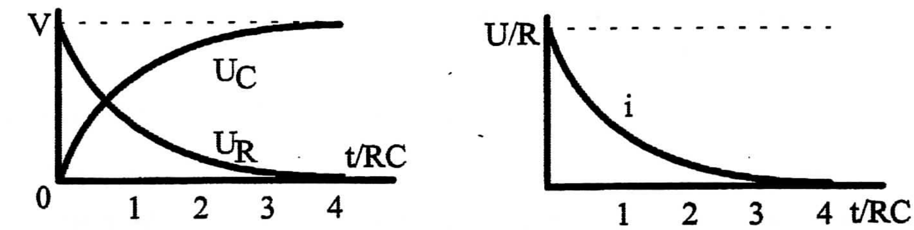
$$\boxed{Uc = E\, e^{-t/RC}}$$

Από την παραπάνω εξίσωση που δίνει την τάση **Uc** του πυκνωτή κατά την διάρκεια της εκφόρτισης, σαν συνάρτηση του χρόνου **t** έχουμε :

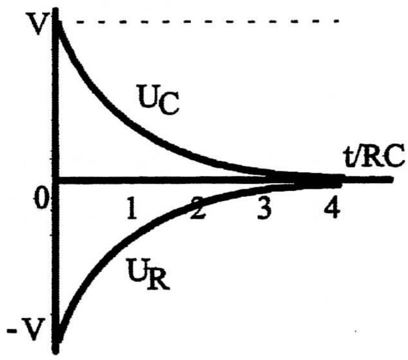
Για	**t = τ**	**Uc = 0.37 E**	**ή**	**37% του E**
	t = 2τ	**Uc = 0.14 E**	**ή**	**14% του E**
	t = 3τ	**Uc = 0.05 E**	**ή**	**5% του E**
	t = 4τ	**Uc = 0.02 E**	**ή**	**2% του E**
	t = 5τ	**Uc = 0.01 E**	**ή**	**1% του E πρακτικά 0%**

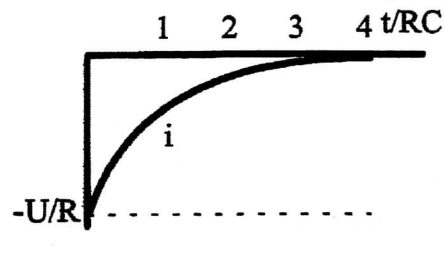
Άρα για χρόνο **t = τ = RC** ο πυκωτής έχει εκφορτισθεί σε τάση ίση προς **37%** της αρχικής, ενώ για **t = 5τ** ο πυκνωτής πρακτικά έχει εκφορτισθεί πλήρως.

Στο **Σχ.2** φαίνεται η **U_c ,U_R ,I_c** σαν συνάρτηση του χρόνου **t** κατά την φόρτιση,ενώ στο **Σχ.3** φαίνεται η **U_c ,U_R .I_c** κατά την εκφόρτιση.



Σχ.2

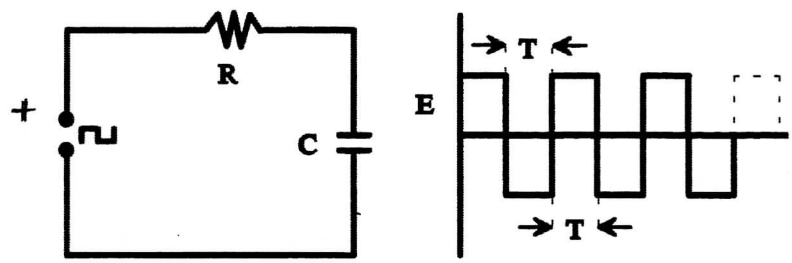




Σχ.3

ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ - ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

Παρατήρηση: Στην άσκηση αυτή αντί πηγής τάσεως συνεχούς ρεύματος και διακόπτη Δ που θα την συνδέει και αποσυνδέει χρησιμοποιούμε κάτι ισοδύναμο. Δηλαδή μια γεννήτρια τετραγωνικών παλμών. Αυτό σημαίνει συνεχή τάση για ένα χρονικό διάστημα **τ** (αντιστοιχεί με τον διακόπτη **Δ** στην θέση **0 - 1** και ίση αρνητική για άλλο διάστημα ίσης διάρκειας **τ** (αντιστοιχεί με τον διακόπτη **Δ** στην θέση **0 - 2**) κ.ο.κ όπως φαίνεται στο σχήμα **5**.

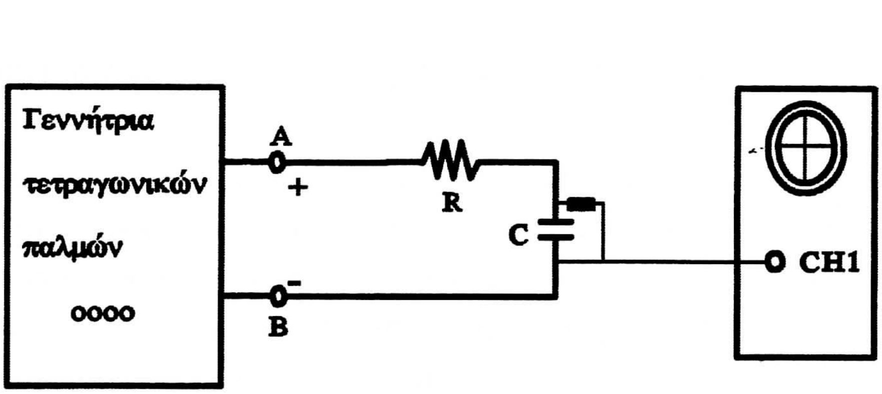


Σχ.5

1. Ρυθμίστε την γεννήτρια συχνοτήτων ώστε να δίνει στην έξοδο τετραγωνικούς παλμούς συχνότητας **f = 50 Hz**.
Μετρήστε με τον παλμογράφο την τάση εξόδου της γεννήτριας στο κενό δηλ. χωρίς να έχετε συνδέσει κανένα κύκλωμα στους ακροδέκτες της, και ρυθμίστε να είναι:

$$E_{p-p} = 10\ V$$

2. Να πραγματοποιηθεί το παρακάτω κύκλωμα :



Σχ.6

Το κύκλωμα αυτό επιτρέπει να παρατηρήσουμε στον παλμογράφο την τάση **Uc** στα άκρα του πυκνωτή.

Για την συχνότητα της γεννήτριας **f = 50 Hz** παρατηρήστε και καταγράψτε σε χαρτί **millimetre** την κυματομορφή της τάσης **Uc**.

3. Να υπολογίσετε από την παραπάνω κυματομορφή την σταθερά χρόνου **τ** του κυκλώματος, γνωρίζοντας ότι για χρόνο **t = τ** ο πυκνωτής έχει φορτισθεί με τάση **0.63 E ή 63% του E**, όπως φαίνεται στο Σχ.2

4. Υπολογίστε την σταθερά χρόνου **τ** από τις τιμές των στοιχείων του κυκλώματος

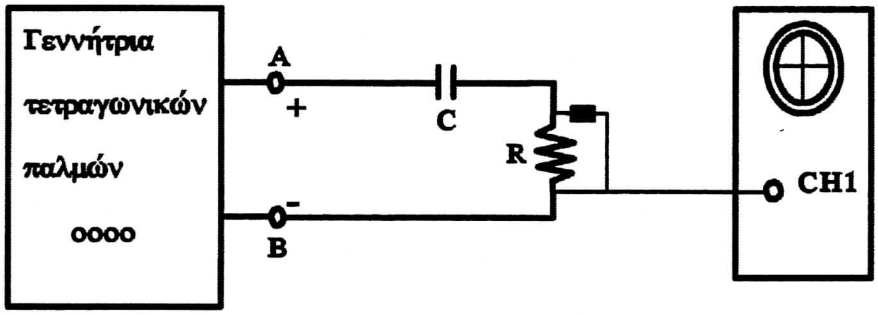
5. Να συγκριθούν οι τιμές που βρήκατε στα προηγούμενα βήματα και να σχολιάσετε την διαφορά αν υπάρχει.

6. Για **t = 2τ** (δύο σταθερές χρόνου) σε ποια τάση έχει φορτισθεί ο πυκνωτής.

7. Σε πόσες σταθερές χρόνου έχει φορτισθεί πρακτικά ο πυκνωτής.

8. Να υπολογισθεί από την κυματομορφή και κατά την διάρκεια της εκφόρτισης η τιμή της τάσης του πυκνωτή για **t = τ**, γνωρίζοντας, ότι για **t = τ** ο πυκνωτής διατηρεί τάση ίση **37%** της αρχικής, όπως φαίνεται στο Σχ.3

9. Να πραγματοποιηθεί το παρακάτω κύκλωμα:



Σχ.7

Το κύκλωμα αυτό επιτρέπει να παρατηρήσουμε στον παλμογράφο την τάση $\mathbf{U_R}$ στα άκρα της αντίστασης **R**.

Παρατηρήστε και καταγράψτε σε χαρτί **millimetre** την κτματομορφή της τάσεως $\mathbf{U_R}$

10. Ήταν δυνατόν να πάρουμε την κυματομορφή της τάσεως $\mathbf{U_R}$ από το κύκλωμα του Σχ.6.

11. Να υπολογιστούν οι σταθερές χρόνου για τις επόμενες τιμές **R, C**.

R = 220 KΩ   C = 0.0003 μF

R = 5.6 KΩ   C = 0.25 μF

R = 2.2 KΩ   C = 250 μF

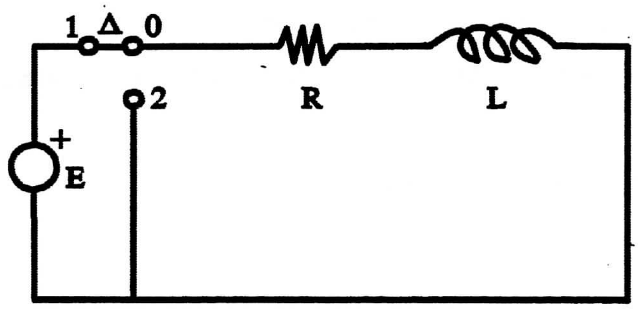
12. Να δικαιολογίσετε και στις δύο περιπτώσεις μαθηματικά την μορφή του ρεύματος **i(t)**.

ΑΣΚΗΣΗ 5η

Περιεχόμενο: Μεταβατικά φαινόμενα σε κυκλώματα **R - L**

Όργανα - υλικά: Παλμογράφος, γεννήτρια ακουστικών συχνοτήτων, πηνία, αντιστάσεις, πολύμετρο, συνδετικοί αγωγοί.

Ας υποθέσουμε, ότι ο μεταγωγικός διακόπτης Δ στο κύκλωμα του Σχ.1 κλείνει την χρονική στιγμή **t = 0** τις επαφές **0 - 1**.
Στο κύκλωμα τότε εφαρμόζεται ξαφνικά η τάση της πηγής **E**.
Υποθέτουμε, ότι η αρχική τιμή του ρεύματος δια του πηνίου είναι μηδέν δηλ. **i(0)=0**



Σχ.1

Για t › 0, η εξίσωση του βρόχου δίνει :

$$\mathbf{R\ i(t) + L\ (di/dt) = E}$$

λύνουμε την Δ.Ε που όταν **E = Ct** γίνεται χωριζομένων μεταβλητών

$$L\frac{di}{dt} = E - Ri \qquad \frac{di}{dt} = \frac{E-Ri}{L}$$

πολλαπλασιάζω επί **R**

$$\mathbf{R}\frac{di}{dt} = \mathbf{R}\frac{E-Ri}{L}$$

ή αλλιώς

$$-\mathbf{R}\frac{di}{dt} = -\mathbf{R}\frac{E-Ri}{L} \qquad \frac{d(-Ri)}{dt} = -\frac{R}{L}(E-Ri)$$

$$\frac{d(-Ri)}{E-Ri} = -\frac{R}{L}dt \qquad \frac{d(E-Ri)}{E-Ri} = -\frac{R}{L}dt$$

και ολοκληρώνοντας έχουμε:

$$\int\frac{d(E-Ri)}{E-Ri} = -\int\frac{R}{L}dt \qquad \ln(E-Ri) = -\frac{R}{L}t + A$$

Για **t = 0** είναι **i(0) = 0** οπότε **A = lnE**

$$\ln(E-Ri) = -\frac{R}{L}dt + \ln E \qquad \ln\frac{E-Ri}{E} = -\frac{R}{L}t$$

$$\frac{E-Ri}{R} = e^{-Rt/L} \qquad E-Ri = E\,e^{-Rt/L}$$

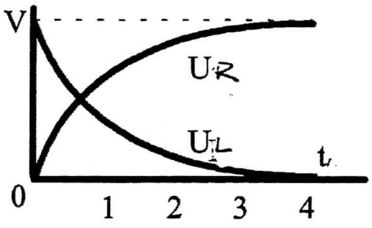
$$Ri = E - E\,e^{-Rt/L}$$

$$i = \frac{E}{R}(1-e^{-Rt/L})$$

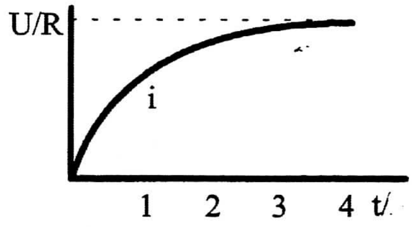
Στο Σχ.2 φαίνεται η μεταβολή του **i** συναρτήσει του χρόνου **t** .
Γενικά θα μπορούσε να γραφεί:

$$i = \frac{E}{R}(1-e^{-t/\tau})$$

$\tau = \frac{L}{R}$ που είναι και η σταθερά χρόνου του κυκλώματος



Σχ.4



Σχ.3

Σχ.2

Θεωρούμε τώρα, ότι ο Διακόπτης Δ μετακείνεται στην θέση **0 - 2**. Για **t=0**, τώρα έχουμε $\mathbf{i(0) = i_0}$.

Για t>0 θα έχουμε :

$$Ri + L\frac{di}{dt} = 0$$

$$L\frac{di}{dt} = -Ri \qquad \frac{di}{i} = -\frac{R}{L}dt$$

ολοκλήρώνοντας έχουμε :

$$\int\frac{di}{i} = -\int\frac{R}{L}dt \qquad \ln I = -\frac{R}{L}t + A$$

όπου Α αυθαίρετη σταθερά

Για **t = 0** είναι **i(0) = i(0)** **A = ln i(0)** οπότε

$$\ln i = -\frac{R}{L}t + \ln i(0)$$

$$\ln i - \ln i(0) = -\frac{R}{L}t \qquad \ln\frac{i}{i_0} = -\frac{R}{L}t$$

$$\frac{i}{i_0} = e^{-Rt/L}$$

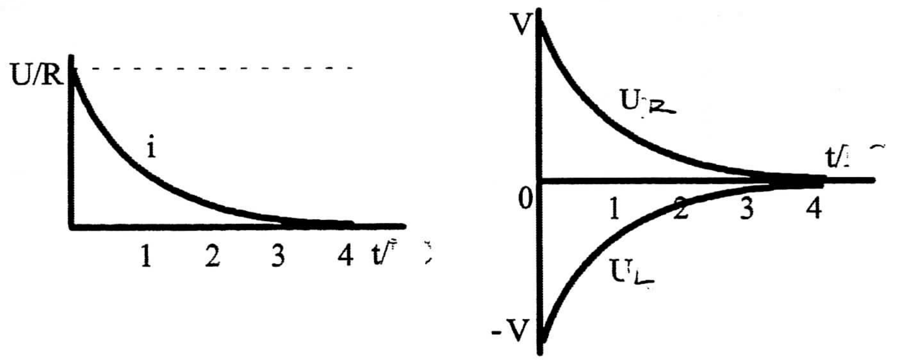
$$\mathbf{i = i_0\, e^{-Rt/L}}$$

Στο Σχ.3 φαίνεται η μεταβολή του ρεύματος σ'αυτή την περίπτωση.

Παρατηρούμε, ότι για **t = τ** έχουμε :

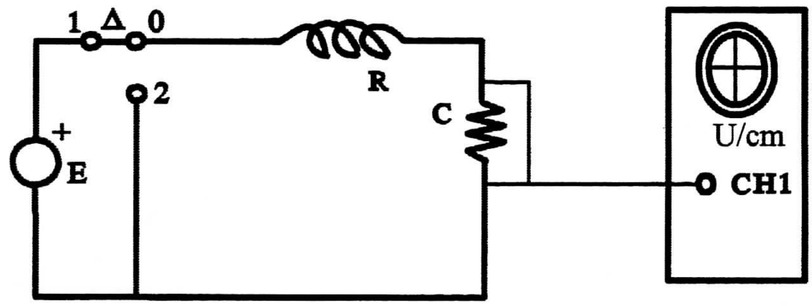
$$\mathbf{i = 0.368\ i(0)}$$

ενώ για **t = 5τ** το ρεύμα έχει πρακτικά μηδενιστεί.



ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ - ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

Παρατήρηση: Και σ'αυτή την περίπτωση, όπως και στον πυκνωτή αντί πηγής τάσεως συνεχούς ρεύματος και διακόπτη Δ χρησιμοποιούμε μια γεννήτρια τετραγωνικών παλμών.



Σχ.5

1. Ρυθμίζουμε την τάση της γεννήτριας να δίνει στην έξοδο τετραγωνικούς παλμούς με συχνότητα **f = 500 Hz**

2. Κατασκευάζουμε το κύκλωμα του **Σχ.5 με R =......... ΚΩ L =.......mH** Το κύκλωμα αυτό επιτρέπει να παρατηρήσουμε στον παλμογράφο την <u>ταση</u> **U**.

3. Σχεδιάστε σε χαρτί **millimetre** την κυματομορφή της.

4. Υπολογίστε από την κυματομορφή αυτή την σταθερά χρόνου **τ** του κυκλώματος σαν τον χρόνο που χρειάζεται να γίνει **U = 63%** της τάσης της πηγής.

5. Βρείτε υπολογιστικά την σταθερά χρόνου **τ** του κυκλώματος.

6. Εξηγείστε αν υπάρχει διαφορά ανάμεσα στις δυο τιμές.

7. Υπολογίστε και πάλι την σταθερά χρόνου **τ** από την κυματομορφή, σαν χρόνο που χρειάζεται για νε μειωθεί η ένταση στο **73% του i(0)**

Άσκηση 6

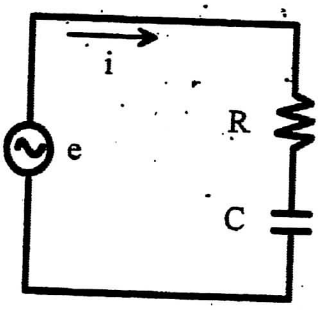
Κυκλώματα παραγώγισης και ολοκλήρωσης

Όργανα και εξαρτήματα

Γεννήτρια συχνοτήτων , παλμογράφος, αντιστάσεις, πυκνωτές.

Θεωρία

1. Κύκλωμα RC σε ημιτονική διέγερση



Σχήμα 1

Έστω το κύκλωμα σειράς RC του Σχ. 1 που τροφοδοτείται από πηγή ημιτονοειδούς εναλλασσόμενης τάσης e.

$e=E_o$ ημωt (1)

Τότε η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα θα είναι

$i=I_o$ ημ(ωt + φ) (2)

όπου

$$I_0 = \frac{E_o}{Z} = \frac{E_o}{\sqrt{R^2 + X_C{}^2}} \tag{3}$$

και

$$\varepsilon\varphi\phi = \frac{X_C}{R} = \frac{1}{RC\omega} = \frac{T}{2\pi\tau} \tag{4}$$

με

τ = RC την σταθερά χρόνου του κυκλώματος

Οι τάσεις στα άκρα της αντίστασης και του πυκνωτή δίνονται από τις σχέσεις.

$$u_R = I_o R\eta\mu(\omega t + \phi) \tag{5}$$

$$u_C = I_o X_C \eta\mu(\omega t + \phi - \pi/2) = -I_o X_C \sigma\upsilon\nu(\omega t + \phi) \tag{6}$$

Με δεδομένη την συχνότητα της πηγής τάσεως επιλέγουμε τιμές για τα στοιχεία R, C ώστε να επιτύχουμε τις ακόλουθες συνθήκες.

α) $X_C >> R$ ή ισοδύναμα $\tau << T$

Τότε από την σχέση (4) προκύπτει ότι $\varepsilon\varphi\phi \to \infty \Rightarrow \phi \to \pi/2$

και από τις (2) και (3) $i = I_o \sigma\upsilon\nu\, \omega t$

$$I_o = \frac{E_o}{X_C}$$

Κάτω από αυτές τις συνθήκες οι σχέσεις (5) και (6) δίνουν για την τάση στα άκρα της αντίστασης και του πυκνωτή.

$$u_R = \frac{E_o}{X_C} R\sigma\upsilon\nu\, \omega t = E_o\, \tau\omega\, \sigma\upsilon\nu\omega t \qquad (7)$$

$$u_C = I_o X_C \eta\mu\omega t = E_o\, \eta\mu\omega t \qquad (8)$$

Παραγωγίζοντας την σχέση (1) προκύπτει :

$$\frac{de}{dt} = E_o \omega\, \sigma\upsilon\nu\omega t \qquad (9)$$

Τότε με σύγκριση των (7) και (9) δίνει :

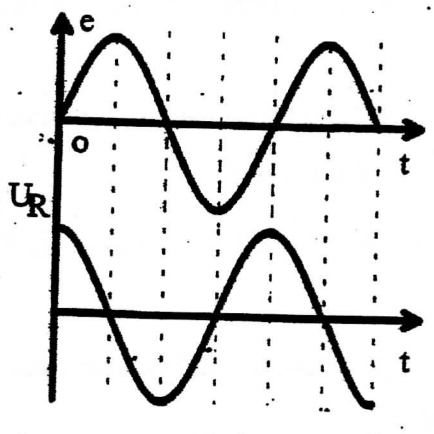
$$\boxed{u_R = \tau \frac{de}{dt}} \qquad (10)$$

Ενώ από τις (1) και (8) προκύπτει :

$$\boxed{u_c = e} \qquad (11)$$

Δηλαδή για πολύ μικρές σταθερές χρόνου σε σύγκριση με την περίοδο της πηγής η τάση στα άκρα της αντίστασης είναι ανάλογη με την παράγωγο της τάσεως της πηγής. Το κύκλωμα σ' αυτή την περίπτωση ονομάζεται **κύκλωμα παραγώγισης.**

Στο σχήμα 2 από το σήμα εισόδου e(t) παρατηρούμε την κλίση (παράγωγο) στα διάφορα σημεία της κυματομορφής η οποία αντιστοιχεί στην τάση u_R



Σχήμα 2

β) $X_C << R$ ή ισοδύναμα $\tau >> T$

Τότε από την σχέση (4) προκύπτει ότι $\varepsilon\phi\phi \to 0 \Rightarrow \phi \to 0$

και από τις (2) και (3) $i = I_o \eta\mu\, \omega t$

$$I_o = \frac{E_o}{R}$$

Κάτω από αυτές τις συνθήκες οι σχέσεις (5) και (6) δίνουν για την τάση στα άκρα της αντίστασης και του πυκνωτή.

$$u_R = I_o\, R\eta\mu\, \omega t = \mathrm{E}_o\, \eta\mu\, \omega t \qquad (12)$$

$$u_C = -\frac{E_o}{\tau\omega}\sigma\upsilon\nu\omega t \qquad (13)$$

Από την σχέση (1) και (12) έχουμε

$$u_R = e$$

Ολοκληρώνοντας την σχέση (1) έχουμε

$$\int e\, dt = \int E_o\, \eta\mu\omega t = -\frac{E_o}{\omega}\sigma\upsilon\nu\omega t \qquad (14)$$

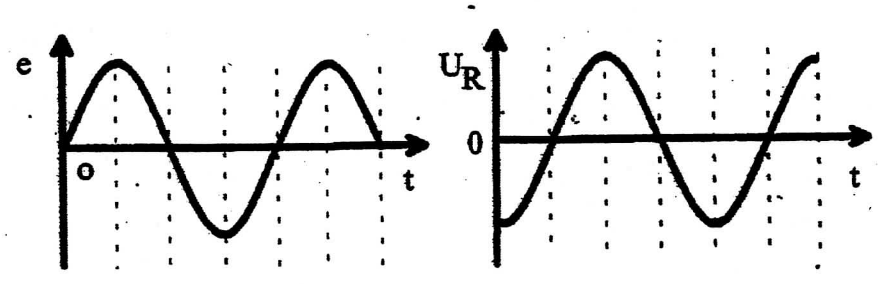
από τις σχέσεις (13) και (14) προκύπτει ότι :

$$\boxed{u_C = \frac{1}{\tau}\int e\, dt} \qquad (15)$$

Δηλαδή για μεγάλες σταθερές χρόνου σε σύγκριση με την περίοδο της τάσεως της πη τάση στα άκρα του πυκνωτή $u_C(t)$ είναι ανάλογη με το ολοκλήρωμα της τάσεως της π $\int e\, dt$. Τότε κύκλωμα RC σ' αυτή την περίπτωση ονομάζεται **κύκλωμα ολοκλήρωσης.**

Η τάση στα άκρα της αντίστασης u_R είναι ίση (τείνει στην) τάση της πηγής.

Η μορφή της u_C της τάσεως σε σύγκριση με την τάση της πηγής δίνεται στο Σχ. 3.



Σχήμα 3

Η σχέση (15) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό του ορισμένου ολοκληρώματος $\int e\,dt$ για κάποια όρια το οποίο ισούται με το εμβαδόν που ορίζεται από την κυματομορφή.

$$\int_{t_1}^{t_2} e\,dt = \tau[u_C(t_2) - u_C(t_1)] \qquad (16)$$

Αφού υπολογίσουμε από το διάγραμμα $u_C(t)$ τις τιμές $u_c(t_2)$ και $u_c(t_1)$ μπορούμε να υπολογίσουμε το ορισμένο ολοκλήρωμα (εμβαδόν της καμπύλης).

2. Γενίκευση

Τα παραπάνω επεκτείνονται και για μη ημιτονοειδείς αλλά περιοδικές κυματομορφές e(t) όπως η τριγωνική και η τετραγωνική κυματομορφή τάσεως.

Γενικά έχουμε

$$e = u_R + u_C \qquad (17)$$

και
$$u_R = iR$$
$$u_c = \frac{Q}{C}$$

Από τις οποίες

$$u_R = iR \;\Rightarrow\; u_R = \frac{dQ}{dt}R = RC\frac{du_C}{dt} \;\Rightarrow u_R = \tau\frac{du_C}{dt} \qquad (18)$$

και
$$u_C = \frac{1}{C}\int i dt = \frac{1}{RC}\int u_R dt \;\Rightarrow\; u_C = \frac{1}{\tau}\int u_R.dt \qquad (19)$$

α) Αν είναι **τ << T** τότε η ανάλυση της περιοδικής e(t) κατά Fourier σε αρμονικές δίνει τα ίδια αποτελέσματα με την περίπτωση 1^{α}, αφού για πολλές από αυτές θα εξακολουθεί να ισχύει **τ << T, τ << T/3 , ...**

τότε θα ισχύει ότι η τάση στον πυκνωτή θα είναι πολύ μεγαλύτερη από την τάση στην αντίσταση :

$$u_C >> u_R$$

οπότε από την σχέση (17) προκύπτει ότι

$$u_c \cong e$$

και άρα από την σχέση (18)

$$\boxed{u_R = \tau\frac{du_C}{dt} \;\Rightarrow\; u_R = \tau\frac{de}{dt}}$$

Επομένως το κύκλωμα συμπεριφέρεται ως κύκλωμα παραγώγισης.

β) Αν **τ >> T** τότε για όλες τις αρμονικές θα ισχύει ότι **τ >> T/2, τ >> T/3 , ...**

Τότε θα είναι :

$$u_R >> u_C$$

οπότε από την σχέση (17) παίρνουμε

$$e \cong u_R$$

και από την (19) :

$$u_C = \frac{1}{\tau}\int u_R \cdot dt \quad \Rightarrow \quad u_C = \frac{1}{\tau}\int e \cdot dt$$

Επομένως το κύκλωμα συμπεριφέρεται ως κύκλωμα ολοκλήρωσης.

3. Συμπεράσματα

Ένα κύκλωμα RC , που αποτελείται από ένα πυκνωτή και μία αντίσταση μπορεί κάτω από ορισμένες συνθήκες να δώσει την παράγωγο της τάσης της πηγής και κάτω από άλλες συνθήκες να δώσει το ολοκλήρωμα της πηγής. Οι συνθήκες αυτές είναι.

Κύκλωμα παραγώγισης

1. Σταθερά χρόνου τ=RC πολύ μικρότερη της περιόδου της πηγής.
   Ή ισοδύναμα για συχνότητες της πηγής $f << 1/RC$
2. Η παράγωγος της τάσεως της πηγής είναι η τάση στα άκρα της αντίστασης.

Κύκλωμα ολοκλήρωσης

1. Σταθερά χρόνου τ=RC πολύ μεγαλύτερη της περιόδου της πηγής.
   Ή ισοδύναμα για συχνότητες της πηγής $f >> 1/RC$
2. Το ολοκλήρωμα της τάσεως της πηγής είναι η τάση στα άκρα του πυκνωτή.

Ερωτήσεις

1. Σχεδιάστε το κύκλωμα παραγώγισης με κατάλληλη διασύνδεση του παλμογράφου για την παρατήρηση της τάσεως της πηγής και της παραγώγου αυτής.
2. Αν η συχνότητα της πηγής είναι f=1000 Hz προσδιορίστε τις τιμές των στοιχείων R και C για να λειτουργεί το κύκλωμα ως κύκλωμα παραγώγισης.
3. Σχεδιάστε το κύκλωμα ολοκλήρωσης με κατάλληλη διασύνδεση του παλμογράφου για την παρατήρηση της τάσεως της πηγής και του ολοκληρώματος αυτής.
4. Αν η συχνότητα της πηγής είναι f=20 KHz προσδιορίστε τις τιμές των στοιχείων R και C για να λειτουργεί το κύκλωμα ως κύκλωμα ολοκλήρωσης.

Πειραματική Διαδικασία

Κύκλωμα παραγώγισης

1. Κατασκευάστε το κύκλωμα παραγώγισης που σχεδιάσατε στην ερώτηση 1, διασυνδέοντας τον παλμογράφο για την παρατήρηση της τάσεως της πηγής και της παραγώγου αυτής.
   Χρησιμοποιούμε στοιχεία με τιμές R= 1000 Ω και C=0,005 μF.
   Ρυθμίζουμε την συχνότητα της πηγής σε τιμή 1000 Hz και τετραγωνική μορφή τάσεως
2. Επιλέξτε κατάλληλες κλίμακες χρόνου και τάσεως στον παλμογράφο .
3. Λάβετε τις κυματομορφές και σχεδιάστε αυτές σε κοινό άξονα χρόνου.
4. Επαναλαμβάνουμε την διαδικασία για ημιτονική τάση και τριγωνική και σχεδιάζουμε τις κυματομορφές.
5. Ρυθμίζουμε την γεννήτρια για τετραγωνική μορφή τάσεως.
6. Μεταβάλλοντας την συχνότητα της γεννήτριας εντοπίστε την περιοχή συχνοτήτων για την οποία το κύκλωμα λειτουργεί ως κύκλωμα παραγώγισης. Τι παρατηρείτε;

Κύκλωμα ολοκλήρωσης

7. Κατασκευάστε το κύκλωμα ολοκλήρωσης που σχεδιάσατε στην ερώτηση 3, διασυνδέοντας τον παλμογράφο για την παρατήρηση της τάσεως της πηγής και του ολοκληρώματος αυτής.
   Χρησιμοποιούμε στοιχεία με τιμές R= 10 KΩ και C=0,1 μF.
   Ρυθμίζουμε την συχνότητα της πηγής σε τιμή 20 KHz και τετραγωνική μορφή τάσεως
8. Επιλέξτε κατάλληλες κλίμακες χρόνου και τάσεως στον παλμογράφο .
9. Λάβετε τις κυματομορφές και σχεδιάστε αυτές σε κοινό άξονα χρόνου.
10. Επαναλαμβάνουμε την διαδικασία για ημιτονική τάση και τριγωνική και σχεδιάζουμε τις κυματομορφές.
11. Ρυθμίζουμε την γεννήτρια για τετραγωνική μορφή τάσεως.
12. Μεταβάλλοντας την συχνότητα της γεννήτριας εντοπίστε την περιοχή συχνοτήτων για την οποία το κύκλωμα λειτουργεί ως κύκλωμα ολοκλήρωσης. Τι παρατηρείτε;

Επεξεργασία - ανάλυση των μετρήσεων

1. Να προσδιορίστε την σταθερά χρόνου στην περίπτωση 1 της πειραματικής διαδικασίας και να συγκριθεί με την περίοδο του σήματος. Τι συμπέρασμα βγάζετε.
2. Τι είδους κυματομορφές παίρνετε από το κύκλωμα παραγώγισης για τετραγωνική, ημιτονική, και τριγωνική μορφή της τάσεως της πηγής. Εξηγείστε την μορφή αυτή. Ποτέ η τάση στα άκρα της R έχει μηδενική τιμή είναι αναμενόμενο αυτό και γιατί .

3. Για την τριγωνική και τετραγωνική κυματομορφή, να προσδιορίστε το πλάτος της τάσεως $U_R(t)$ από το διάγραμμα και την κλίση της τάσεως e(t). Όπως αναπτύξαμε στην θεωρία θα πρέπει η κλίση $de/dt = U_R/\tau$. Συμφωνούν οι τιμές με τα αναμενόμενα από την θεωρία.

4. Να βρεθεί η σταθερά χρόνου στην περίπτωση 7 της πειραματικής διαδικασίας και να συγκριθεί με την περίοδο του σήματος. Τι συμπέρασμα βγάζετε.

5. Τι είδους κυματομορφές παίρνετε από το κύκλωμα ολοκλήρωσης για τετραγωνική, ημιτονική, και τριγωνική μορφή της τάσεως της πηγής. Εξηγείστε την μορφή αυτή.

6. Στην περίπτωση της ολοκλήρωσης της τετραγωνικής τάσεως (ερώτηση 7) και από τις ληφθείσες κυματομορφές να υπολογιστεί το εμβαδόν που ορίζει η θετική ημιπερίοδος της τάσεως e(t) και να συγκριθεί με την τιμή $\tau[U_c(T/2)-U_c(0)]$.

   Η σύγκριση αυτή στην πραγματικότητα αφορά το ορισμένο ολοκλήρωμα της τάσεως e(t) στην περιοχή (O, T/2) που εκφράζεται από το εμβαδόν και του αποτελέσματος που προκύπτει από το κύκλωμα ολοκλήρωσης.

   Όπως προκύπτει από όσα αναπτύχθηκαν στην θεωρία :

$$\int e dt = \tau U_C \Rightarrow \int_0^{T/2} e dt = \tau[U_C(T/2) - U_C(0)]$$

ΑΣΚΗΣΗ 7

Περιεχόμενο : Μη συμμετρικά τριφασικά συστήματα

Όργανα - υλικά : Πίνακας με τριφασική τροφοδοσία, αμπερόμετρα, βολτόμετρο, τριφασικά φορτία, συνδετικοί αγωγοί.

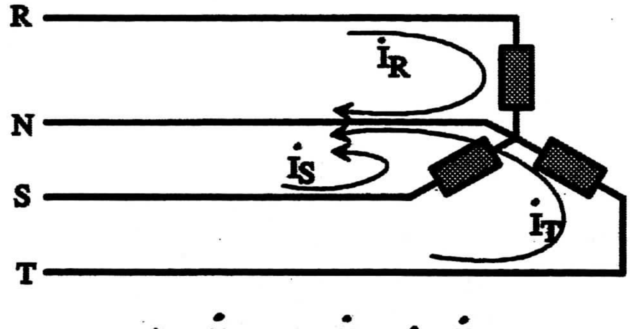
Οι πιο απλές περιπτώσεις μη συμμετρικών τριφασικών συστημάτων είναι:

α) Η περίπτωση μη συμμετρικού τριφασικού φορτίου τεσσάρων αγωγών σε σύνδεση **αστέρα.**

β) Η περίπτωση μη συμμετρικού αστέρα τριών αγωγών.

γ) Η περίπτωση του τριγώνου.

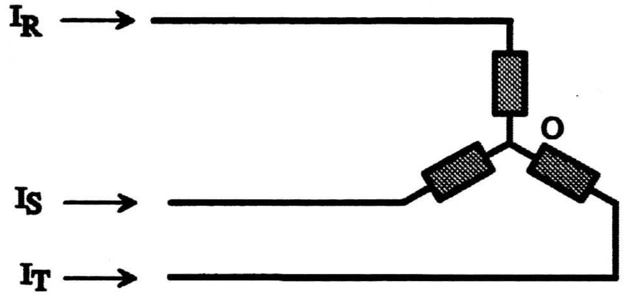
Στην πρώτη περίπτωση ο ουδέτερος διαρρέεται από ρεύμα και η ταση στ' άκρα κάθε σύνθετης αντίστασης φορτίου παραμένει σταθερή με μέτρο ίσο με της τάσεως μεταξύ γραμμής και ουδετέρου. Τα ρεύματα των γραμμών είναι άνισα και η διαφορά φάσεως εξαρτάται από την σύνθετη αντίσταση του κλάδου.



$$\dot{I}_R = \frac{\dot{U}_{RN}}{Z_R}, \quad \dot{I}_S = \frac{\dot{U}_{SN}}{Z_S}, \quad \dot{I} = \frac{\dot{U}_{TN}}{Z_T}$$

$$\dot{I}_N = -(\dot{I}_R + \dot{I}_S + \dot{I}_T)$$

Στην δυέτερη περίπτωση παρατηρούμε, ότι το κοινό σημείο των τριων αντιστάσεων δεν έχει το δυναμικό του ουδετέρου και συνηθίζεται να σημειώνεται με το γράμμα **O** αντί του **N**.
Οι αντιστάσεις στ' άκρα των τριων αντιστάσεων μπορούν να διαφέρουν σημαντικά μεταξύ τους καθώς επίσης και την τάση μεταξύ ουδετέρου και γραμμής. Η τάση μεταξύ του κόμβου **O** και του **N** συνήθως συναντάται ως **<u>τάση μετατοπίσεως του ουδετέρου</u>**.



Σχ.1

Για να βρούμε την $\dot{U}$ εκφράζουμε τα ρεύματα γραμμών με τις τάσεις φορτίου και τις μιγαδικές αγωγιμότητες.

$$\dot{I}_R = \dot{U}_{RO}\dot{Y}_R \quad , \quad \dot{I}s = \dot{U}so\,\dot{Y}s \quad , \quad \dot{I}_T = \dot{U}_{TO}\,\dot{Y}_T \qquad (1)$$

είναι όμως

$$\dot{I}_R + \dot{I}s + \dot{I}_T = 0 \qquad (2)$$

$$\dot{U}_{RO}\dot{Y}_R + \dot{U}so\,\dot{Y}s + \dot{U}_{TO}\,\dot{Y}_T = 0$$

είναι όμως σύνφωνα με το Σχ.1β

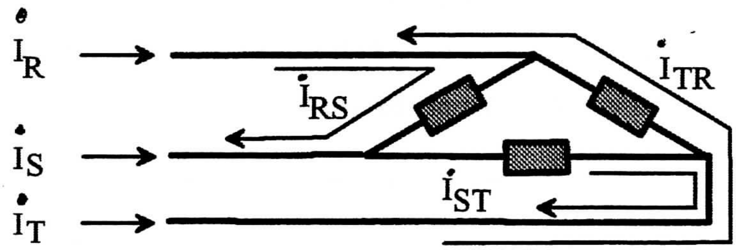
$$\dot{U}_{RO} = \dot{U}_{RN} + \dot{U}_{NO} \qquad \dot{U}_{SO} = \dot{U}_{SN} + \dot{U}_{NO} \qquad \dot{U}_{TO} = \dot{U}_{TN} + \dot{U}_{NO} \quad (4)$$

Αντικαθιστώντας την (4) **στην** (3) έχουμε

$$(\dot{U}_{RN} + \dot{U}_{NO})\dot{Y}_R + (\dot{U}_{SN} + \dot{U}_{NO})\dot{Y}s + (\dot{U}_{TN} + \dot{U}_{NO})\dot{Y}_T = 0 \quad (5)$$

$$\dot{U}_{ON} = (\dot{U}_{RN}\dot{Y}_R + \dot{U}_{SN}\,\dot{Y}s + \dot{U}_{TN}\dot{Y}_T)/(\dot{Y}_R + \dot{Y}s + \dot{Y}_T) \qquad (6)$$

Τέλος η περίπτωση του τριγώνου είναι απλή και γνωστή, αφού πρώτα υπολογίζουμε τα φασικά ρεύματα. Στην συνεχεια με το νόμο του **Kirchhoff** και για κάθε κορυφή του τριγώνου υπολογίζουμε τα τρία ρεύματα γραμμών. Τα ρεύματα αυτά δεν θα είναι ίσα, ούτε θα έχουν διαφορά φάσης **120°** όπως στην περίπτωση του τριφασικού φορτίου.



$$\dot{I}_{RS} = \dot{U}_{RS} / \dot{Z}_{RS} \qquad \dot{I}_{ST} = \dot{U}_{ST} / \dot{Z}_{ST} \qquad \dot{I}_{TR} = \dot{U}_{TR} / \dot{Z}_{TR}$$

$$\dot{I}_R = \dot{I}_{RS} + \dot{I}_{RT}$$
$$\dot{I}_S = \dot{I}_{TS} + \dot{I}_{RS}$$
$$\dot{I}_T = \dot{I}_{TR} + \dot{I}_{TS}$$

Ακολουθεί αριθμιτικό παράδειγμα ασύμμετρου τρίγωνου :

$\dot{U}_{RS} = 240\ V$

$\dot{Z}_{RS} = 10 \angle 0$

$\dot{Z}_{ST} = 10 \angle 30$

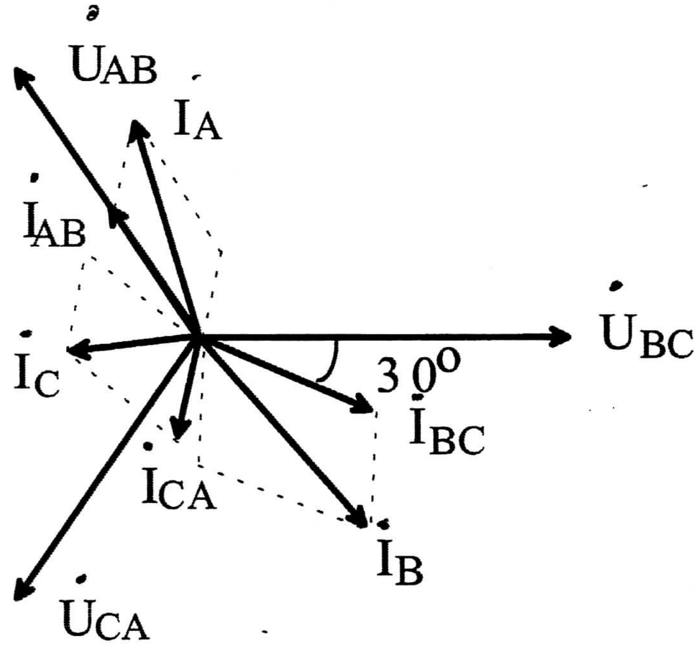
$\dot{Z}_{TR} = 15 \angle -30$

$\dot{I}_{RS} = \dot{U}_{RS} / \dot{Z}_{RS} = 240 \angle 120 / 10 \angle 0 = 24 \angle 120$

$\dot{I}_{ST} = \dot{U}_{ST} / \dot{Z}_{ST} = 240 \angle 0 / 10 \angle 30 = 24 \angle -30$

$\dot{I}_{TR} = \dot{U}_{TR} / \dot{Z}_{TR} = 240 \angle 240 / 15 \angle -30 = 16 \angle 270$

$$\dot{I}_R = \dot{I}_{RS} + \dot{I}_{RT} = 38.1 \angle 108.1$$
$$\dot{I}_S = \dot{I}_{RS} + \dot{I}_{RT} = 46.4 \angle -45$$
$$\dot{I}_T = \dot{I}_{TR} + \dot{I}_{TS} = 21.2 \angle 190.9$$



$\dot{U}_{AB}$
$\dot{I}_A$
$\dot{I}_{AB}$
$\dot{U}_{BC}$
$\dot{I}_C$
30^0
$\dot{I}_{BC}$
$\dot{I}_{CA}$
$\dot{I}_B$
$\dot{U}_{CA}$

ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ - ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

Α.1. Χρησιμοποιήστε το τριφασικό ωμικό φορτίο και σχηματίστε ασύμμετρο αστέρα στο **Σχ.1**

2. Μετρήστε τα ρεύματα γραμμών καθώς επίσης τις πολικές και τις φασικές τάσεις.,

3. Υπολογίστε το ρεύμα **Ι.**

Β.1. Στο παραπάνω κύκλωμα αφαιρέστε τον ουδέτερο.
Μετρήστε τα ρεύματα γραμμών καθώς και τις $\mathbf{U_{AB}}$ **=........... V,** $\mathbf{U_{BC}}$**=.............. V** και την $\mathbf{U_{CA}}$**=.................. V**

2. Κατασκευάστε το διάγραμμα των μιγαδικών με κατάλληλη κλίμακα και υπολογίστε την **V.**

Γ.1. Με τις ίδιες αντίστασεις κατασκεύαστε τρίγωνο όπως στο **σχήμα.**

2.Μετρήστε φασικά ρεύματα και ρεύματα γραμμών.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1. Αν κοπεί η φάση **R** στην περίπτωση **Α** τι θα συμβεί.

2. Αν κοπεί η φάση **Τ** στην περίπτωση **Β**τι θα συμβεί.

3. Αν κοπεί η φάση **S** στην περίπτωση **Γ** τι θα συμβεί.

4. Σε ποιες περίπτωσεις συναντάμε ασύμμετρες φορτίσεις.

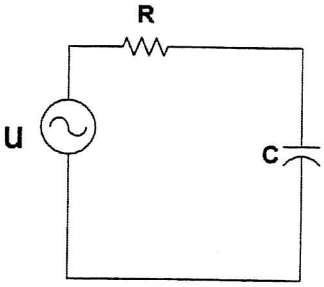
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΗΛΕΚΤΡΟΤΕΧΝΙΑΣ ΙΙ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Άσκηση 1

Μέτρηση διαφοράς φάσεως και συχνότητας.

1.

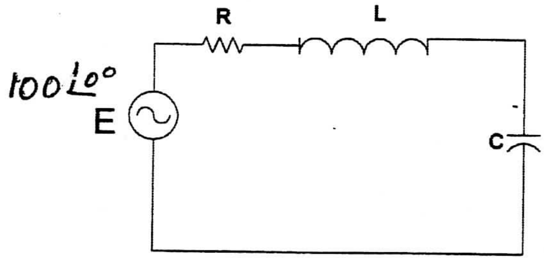


Δίνεται το ακόλουθο κύκλωμα να σχεδιαστούν ακριβώς σε κατάλληλο διάγραμμα U-t με βαθμολογημένους άξονες και σε κοινό άξονα χρόνου η τάση; της πηγής και το ρεύμα στο κύκλωμα.

Δίνονται οι τιμές των στοιχείων C=1 μF, R= 900 Ω

Και η μαθηματική περιγραφή της τάσεως της πηγής $u = 20\sin 628\ t$

2. Δίνεται το ακόλουθο κύκλωμα με τιμές στοιχείων R=100Ω, C=1μF, L= 15 mH και συχνότητα της πηγής 1 KHz.



α) Να προσδιορίσετε την διαφορά φάσεως τάσεως και ρεύματος

β) Να γίνει το διανυσματικό διάγραμμα των τάσεων. Στο διάγραμμα θα απεικονίζο... οι τάσεις U_L, Uc, U_R,. και E.
Το μήκος του διανύσματος θα αντιπροσωπεύει την τιμή της τάσεως και οι γωνίες την διαφορά φάσεως μεταξύ των διαφόρων τάσεων.

γ) Το κύκλωμα έχει χωρητική ή επαγωγική συμπεριφορά και γιατί ;

Άσκηση 2

Συντονισμός

1. Σε κύκλωμα συντονισμού σειράς προσδιορίστε τις τιμές των στοιχείων για συχνότητα συντονισμού $f_o = 2$ KHz και Q=5 . Δίνεται η τάση της πηγής E=10 Volt και το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα την στιγμή του συντονισμού 10 mA.

2. Στο κύκλωμα συντονισμού σειράς η τάση δίνεται από την σχέση u=7.7sin(500t+30) και το ρεύμα ι=2.83sin(500t+30) . Να βρεθούν τα R C με δεδομένο το L=0,5 H.

3. Ένα συντονισμένο κύκλωμα σειράς περιλαμβάνει στοιχεία R=10 Ω, L=0,02H και C=10μF. Να υπολογιστούν :
   α) Η συχνότητα συντονισμού
   β) Η σύνθετη αντίσταση στον συντονισμό και στις συχνότητες μισής ισχύος.
   γ) Η ενεργός ισχύς στον συντονισμό και στα σημεία μισής ισχύος
   δ) Το εύρος ζώνης και ο παράγοντας ποιότητας Q_0 στον συντονισμό
   ε) Το κέρδος τάσεως στον συντονισμό

Άσκηση 3

Φασικός σύρτης και αναστροφέας φάσης

1. Να προσδιορίστε τις τιμές των στοιχείων ενός φασικού σύρτη για μετατόπιση φάσης κατά 60 ° στην συχνότητα του 1 KHz.

2. Πόση θα γίνει η μετατόπιση φάσεως στην περίπτωση που η συχνότητα γίνει 2 KHz με τιμές στοιχείων αυτές που προσδιορίσατε.

3. Να σχεδίασετε ένα κύκλωμα RLC που να επιτυγχάνει αναστροφή φάσης και να προσδιορίσετε τις τιμές των στοιχείων του για συχνότητα πηγής 2 KHz.

4. Να σχεδίασετε ένα κύκλωμα RLC που να επιτυγχάνει αναστροφή φάσης και να προσδιορίσετε τις τιμές των στοιχείων του για συχνότητα πηγής 2 KHz.

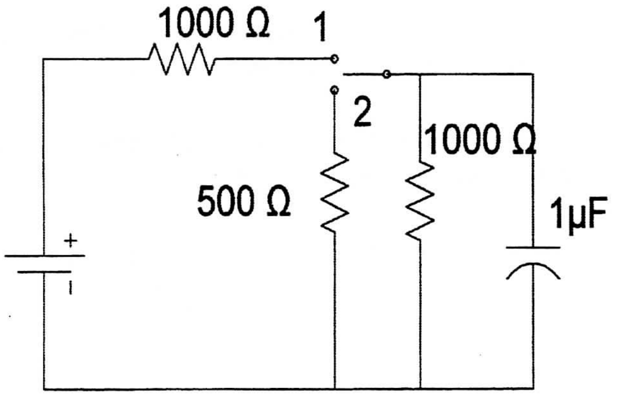
5. Να σχεδίασετε ένα κύκλωμα RC (περιλαμβάνει αντιστάσεις και πυκνωτές) που να επιτυγχάνει αναστροφή φάσης και να προσδιορίσετε τις τιμές των στοιχείων του για συχνότητα πηγής 1 KHz.

Άσκηση 4

Μεταβατικά φαινόμενα σε κύκλωμα RC

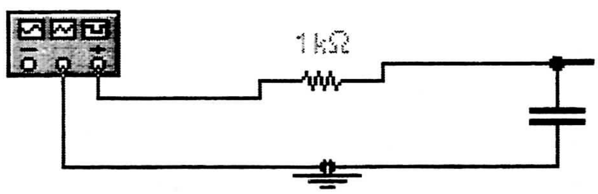
1. Ενας πυκνωτής 2 μF με αρχικό φορτίο $Q_o = 100 \times 10^{-6}$ Cb συνδέεται στους ακροδέκτες μιας αντίστασης 100 Ω. Υπολογίστε το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να πέσει η τάση στην αντίσταση από τα 40 Volt στα 10V.

2.

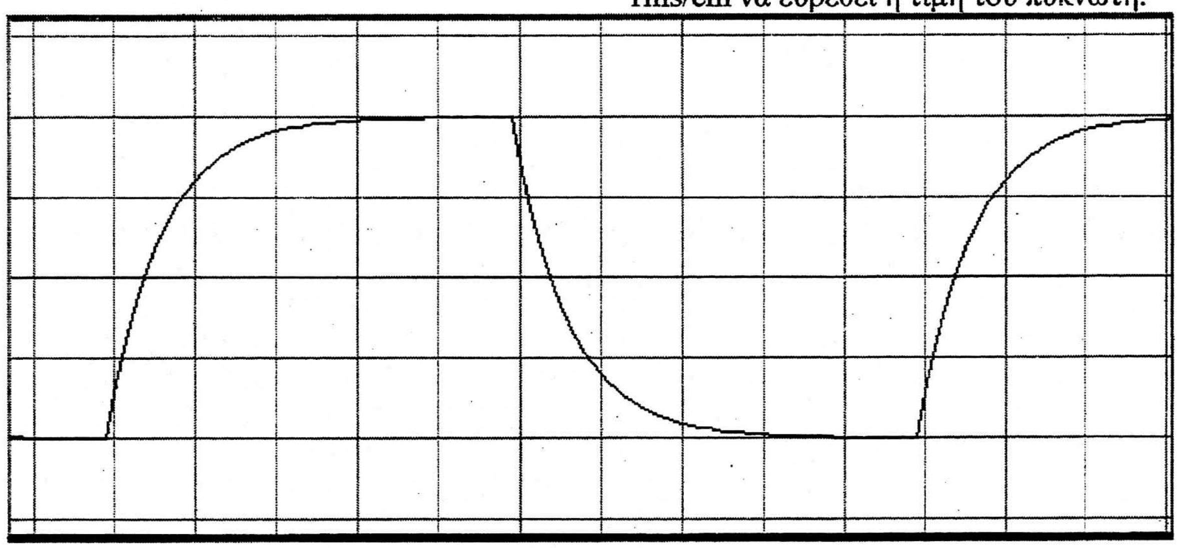


Να προσδιορίστε τον που χρειάζεται ο πυκνωτής για να φορτιστεί και τον χρόνο που χρειάζεται για να εκφορτιστεί για το κύκλωμα του σχήματος. Ο πυκνωτής φορτίζεται με τον διακόπτη στην θέση 1 και εκφορτίζεται με τον διακόπτη στην θέση 2

3.



Σε ένα κύκλωμα RC το οποίο τρο
ται από τετραγωνικούς παλμούς
τας 100 Hz η κυματομορφή στα ά
πυκνωτή παρουσιάζεται στην α
εικόνα. Αν το κουμπί οριζόντιας
γίας του παλμογράφου βρίσκεται στ
1ms/cm να ευρεθεί η τιμή του πυκνωτη.



Άσκηση 6

Παραγώγιση - ολοκλήρωση στο κύκλωμα RC

1. Σχεδιάστε το κύκλωμα παραγώγισης με κατάλληλη διασύνδεση του παλμογράφου για την παρατήρηση της τάσεως της πηγής και της παραγώγου αυτής.

2. Αν η συχνότητα της πηγής είναι f=1000 Hz προσδιορίστε τις τιμές των στοιχείων R και C για να λειτουργεί το κύκλωμα ως κύκλωμα παραγώγισης.

3. Αν η συχνότητα γίνει f=10 KHz θα πραγματοποιεί την λειτουργία το κύκλωμα παραγώγισης ικανοποιητικά. Να δικαιολογείστε την απάντηση σας.

4. Σχεδιάστε το κύκλωμα ολοκλήρωσης με κατάλληλη διασύνδεση του παλμογράφου για την παρατήρηση της τάσεως της πηγής και του ολοκληρώματος αυτής.

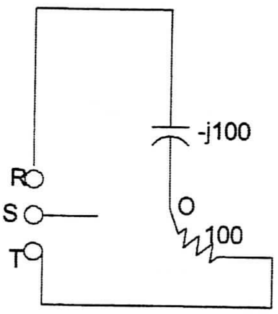
5. Αν η συχνότητα της πηγής είναι f=20 KHz προσδιορίστε τις τιμές των στοιχείων R και C για να λειτουργεί το κύκλωμα ως κύκλωμα ολοκλήρωσης.

6. Θέλουμε από τετραγωνική κυματομορφή συχνότητας 1000 Hz να πάρουμε τριγωνική. Να σχεδιάστε ένα κύκλωμα που θα πραγματοποιεί αυτή την λειτουργία και να προσδιορίστε τις τιμές των στοιχείων του.

Άσκηση 7

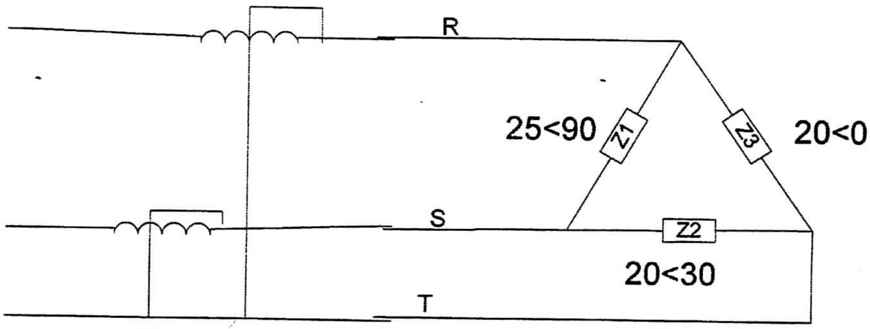
Μη συμμετρικά τριφασικά συστήματα

1.



Στο κύκλωμα δίνεται ότι η πολική τάση της πηγής είναι 208 V και το σύστημα είναι διαδοχής RST. Να υπολογιστή η τάση V_{OS} και να γίνει το διανυσματικό διάγραμμα των τάσεων.

2.



Στο κύκλωμα του σχήματος να ευρεθεί η ένδειξη των βαττομέτρων. Δίνεται η πολική τάση 400 V και το σύστημα δεξιόστροφο RST,