

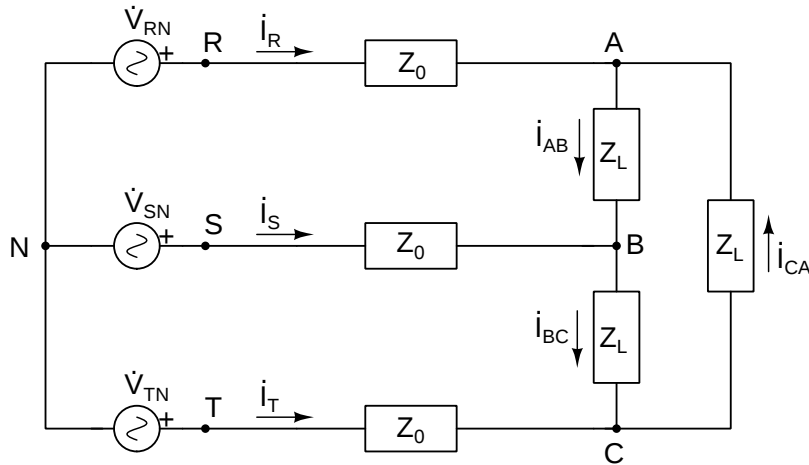
# Ηλεκτροτεχνία ΙΙ - Λύσεις

Διδάσκων: Δροσόπουλος Αναστάσιος

2025-01-29

## 1 Θέμα (4 μον.)

Στο παρακάτω κύκλωμα έχουμε θετική ακολουθία φάσεων με  $\dot{V}_{TN} = 254/31^\circ \text{ V}$ ,  $Z_0 = 6 + j3 \Omega$ ,  $Z_L = 24 + j15 \Omega$ .



Να βρεθούν:

1. Ρεύματα γραμμής, κλαδικά ρεύματα και τάσεις στο φορτίο.
2. Μιγαδική, ενεργός και άεργος ισχύς στο φορτίο.
3. Συντελεστής ισχύος φορτίου.

### Λύση

Εφόσον έχουμε θετική ακολουθία φάσεων

$$\dot{V}_{RN} = \dot{V}_{TN}/-120^\circ = 254/-89^\circ \text{ V} \quad \dot{V}_{SN} = \dot{V}_{TN}/120^\circ = 254/151^\circ \text{ V} \quad \dot{V}_{TN} = 254/31^\circ \text{ V}$$

$$\dot{V}_{RS} = \dot{V}_{RN}\sqrt{3}/30^\circ = 439.9/-59^\circ \text{ V} \quad \dot{V}_{ST} = \dot{V}_{RS}/-120^\circ = 439.9/-179^\circ \text{ V} \quad \dot{V}_{TR} = \dot{V}_{RS}/120^\circ = 439.9/61^\circ \text{ V}$$

Κύκλωμα συμμετρικό. Μετατρέπουμε φορτίο  $\Delta$  σε  $Y$  και έχουμε για κύκλωμα  $Y-Y$  συνολικό φορτίο στη κάθε γραμμή

$$Z = Z_0 + Z_L/3 = 14 + j8 = 16.1/29.7^\circ \Omega$$

Από το πρώτο μονοφασικό κύκλωμα και τη διαδοχή φάσεων

$$\dot{I}_R = \frac{\dot{V}_{RN}}{Z} = 15.7/-118.7^\circ \text{ A} \quad \dot{I}_S = \dot{I}_R/-120^\circ = 15.7/121.2^\circ \text{ A} \quad \dot{I}_T = \dot{I}_R/120^\circ = 15.7/1.25^\circ \text{ A}$$

Εφόσον το κύκλωμα είναι συμμετρικό και η διαδοχή φάσεων θετική, τα κλαδικά ρεύματα στο φορτίο είναι

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{I}_R}{\sqrt{3}}/30^\circ = 9.09/-88.7^\circ \text{ A} \quad \dot{I}_{BC} = \dot{I}_{AB}/-120^\circ = 9.09/151.2^\circ \text{ A} \quad \dot{I}_{CA} = \dot{I}_{AB}/120^\circ = 9.09/31.2^\circ \text{ A}$$

και οι τάσεις στο φορτίο

$$\dot{V}_{AB} = \dot{I}_{AB}Z_L = 257.4/-56.7^\circ \text{ V} \quad \dot{V}_{BC} = \dot{V}_{AB}/-120^\circ = 257.4/-176.7^\circ \text{ V} \quad \dot{V}_{CA} = \dot{V}_{AB}/120^\circ = 257.4/63.3^\circ \text{ V}$$

Εναλλακτικά, από το αρχικό κύκλωμα και τον επάνω αριστερά βρόχο με κανόνα τάσεων Kirchhoff

$$\dot{V}_{AB} = \dot{V}_{RS} - (\dot{I}_R - \dot{I}_S)Z_0 = 257.4/\underline{-56.7^\circ} \text{ V}$$

και από διαδοχή

$$\dot{V}_{BC} = \dot{V}_{AB}/\underline{-120^\circ} = 257.4/\underline{-176.7^\circ} \text{ V} \quad \dot{V}_{CA} = \dot{V}_{AB}/\underline{120^\circ} = 257.4/\underline{63.3^\circ} \text{ V}$$

Τα κλαδικά ρεύματα στο φορτίο είναι

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{V}_{AB}}{Z_L} = 9.09/\underline{-88.7^\circ} \text{ A} \quad \dot{I}_{BC} = \dot{I}_{AB}/\underline{-120^\circ} = 9.09/\underline{151.2^\circ} \text{ A} \quad \dot{I}_{CA} = \dot{I}_{AB}/\underline{120^\circ} = 9.09/\underline{31.2^\circ} \text{ A}$$

όπως και προηγουμένως.

Η μιγαδική ισχύς φορτίου είναι

$$\dot{S} = 3|\dot{I}_{AB}|^2 Z_L = 5955.3 + j3722.1 = 7022.8/\underline{32.0^\circ} \text{ VA}$$

Ενεργός και άεργος φορτίου

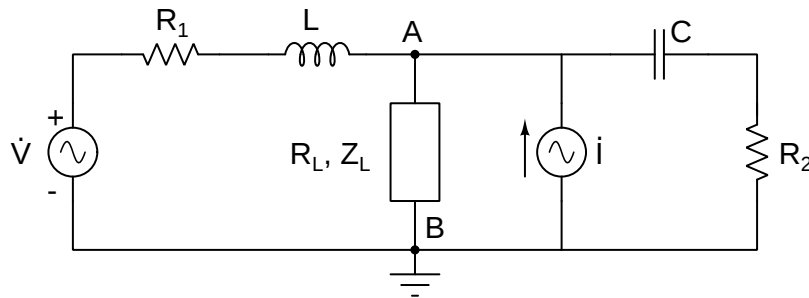
$$P = \Re\{\dot{S}\} = 5955.3 \text{ W} \quad Q = \Im\{\dot{S}\} = 3722.1 \text{ VAR}$$

Συντελεστής ισχύος φορτίου

$$\text{pf} = \cos \phi = \frac{P}{S} = 0.848$$

## 2 Θέμα (3 μον.)

Στο παρακάτω κύκλωμα έχουμε:  $\dot{V} = 284 \angle 22^\circ \text{ V}$ ,  $\dot{I} = 2.1 \angle -46^\circ \text{ A}$ ,  $R_1 = 110 \Omega$ ,  $R_2 = 173 \Omega$ ,  $C = 4.6 \mu\text{F}$ ,  $L = 67 \text{ mH}$ ,  $f = 185 \text{ Hz}$ . Υπολογίστε τα φορτία  $R_L$  ή  $Z_L$  για τα οποία έχουμε μέγιστη μεταφορά πραγματικής ισχύος καθώς και την αντίστοιχη ισχύ. Στην περίπτωση της σύνθετης αντίστασης  $Z_L$  με ποια πραγματικά στοιχεία μπορούμε να την υλοποιήσουμε;



### Λύση

Έχουμε για σύνθετη αντίσταση πηνίου και πυκνωτή

$$z_L = j77.9 \Omega \quad z_C = -j187 \Omega$$

Με κομβική ανάλυση όπου  $\dot{V}_{AB} = \dot{V}_{TH}$

$$\frac{\dot{V}_{TH} - \dot{V}}{R_1 + z_L} + \frac{\dot{V}_{TH}}{R_2 + z_C} - \dot{I} = 0 \Rightarrow \dot{V}_{TH} = 457/\underline{-20.5^\circ} \text{ V}$$

και σβήσιμο πηγών για αντίσταση που φαίνεται στα ανοικτά A, B

$$Z_{TH} = (R_1 + z_L) \parallel (R_2 + z_C) = 111.8 + j18 = 113.2/\underline{9.16^\circ} \Omega$$

Οπότε για πραγματικό φορτίο

$$R_L = |Z_{TH}| = 113.2 \Omega \quad P_{\max} = \frac{|\dot{V}_{TH}|^2}{2\Re\{Z_{TH}\} + 2|Z_{TH}|} = 464.2 \text{ W}$$

και για σύνθετο φορτίο

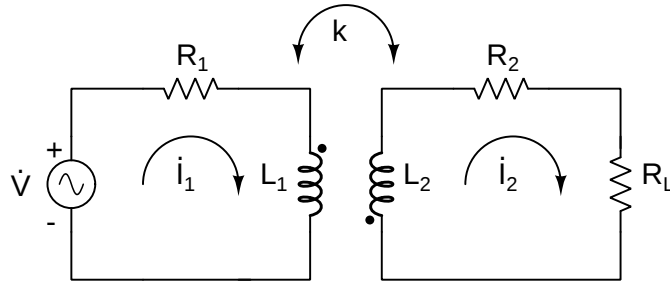
$$Z_L = Z_{TH}^* = 111.8 - j18 = 113.2/\underline{-9.16^\circ} \Omega \quad P_{\max} = \frac{|\dot{V}_{TH}|^2}{4\Re\{Z_{TH}\}} = 467.2 \text{ W}$$

Για υλοποίηση σύνθετου φορτίου  $Z_L$

$$R = 111.8 \Omega \quad \text{και} \quad C = -\frac{1}{\omega \Im\{Z_{TH}\}} = 47.7 \mu\text{F}$$

### 3 Θέμα (3 μον.)

Στο παρακάτω κύκλωμα ο συντελεστής σύζευξης είναι  $k = 0.85$  και η συχνότητα λειτουργίας  $f = 580$  Hz. Δίδονται επίσης:  $\dot{V} = 420/32^\circ$  V,  $R_1 = 90\ \Omega$ ,  $R_2 = 56\ \Omega$ ,  $R_L = 130\ \Omega$ ,  $L_1 = 29$  mH και  $L_2 = 57$  mH. Να προσδιοριστούν τα ρεύματα των βρόγχων  $\dot{I}_1$ ,  $\dot{I}_2$  καθώς και η ισχύς που καταναλώνεται στην αντίσταση  $R_L$ .



#### Λύση

Έχουμε

$$f = 580 \text{ Hz} \quad \omega = 3644.25 \text{ rad/s}$$

$$Z_{L_1} = j\omega L_1 = j105.7\ \Omega \quad Z_{L_2} = j\omega L_2 = j207.7\ \Omega \quad Z_M = k\sqrt{Z_{L_1}Z_{L_2}} = j125.9\ \Omega$$

Με τον κανόνα τελείας:

$$\left. \begin{aligned} (R_1 + Z_{L_1})\dot{I}_1 + Z_M\dot{I}_2 &= \dot{V} \\ Z_M\dot{I}_1 + (R_2 + R_L + Z_{L_2})\dot{I}_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} \dot{I}_1 &= 2.94/5.67^\circ \text{ A} \\ \dot{I}_2 &= 1.33/-132.5^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

Η ισχύς που καταναλώνεται στην αντίσταση  $R_L$ :

$$P = |\dot{I}_2|^2 R_L = 229.6 \text{ W}$$