

Ασύρματες Επικοινωνίες

Τμήμα Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών

Πανεπιστημίου Πελοποννήσου

Αν.Καθ. Γ. Αθανασιάδου

gathanas@uop.gr

Εργαστήριο Ασυρμάτων και Κινητών Επικοινωνιών

wmclab.uop.gr

Βασικές αρχές θεωρίας κεραιών

Σχετική στάθμη ισχύος ως προς στάθμη αναφοράς

Λόγος ισχύων εκφρασμένος σε dB

$$P_{dB} = 10 \log_{10} \frac{P_1}{P_2}$$

$$P_{dB} = 10 \log_{10} \frac{\frac{1}{2} \frac{V_1^2}{R_1}}{\frac{1}{2} \frac{V_2^2}{R_2}} = 10 \log_{10} \frac{V_1^2}{V_2^2} + 10 \log_{10} \frac{R_2}{R_1}$$

Για $R_1 = R_2$

$$P_{dB} = 10 \log_{10} \frac{P_1}{P_2} = 20 \log_{10} \frac{V_1}{V_2}$$

Σχετική στάθμη ισχύος ως προς στάθμη αναφοράς

Σχετική τιμή ως προς στάθμη αναφοράς

$$P_{rel} = 10 \log_{10} \frac{P_1}{P_{ref}} = 10 \log_{10} P_1 - 10 \log_{10} P_{ref}$$

$$P_{dBm} = 10 \log_{10} \frac{P_1}{1mW} \qquad P_{dBW} = 10 \log_{10} \frac{P_1}{1W}$$

$$P_{dBm} = P_{dBW} + 30$$

Σχετική στάθμη ισχύος ως προς στάθμη αναφοράς

$$10\log_{10} \frac{P_1}{P_2} = 10\log_{10} \frac{P_1 / P_{ref}}{P_2 / P_{ref}} = 10\log_{10} \frac{P_1}{P_{ref}} - 10\log_{10} \frac{P_2}{P_{ref}}$$

Αν $P_{ref} = 1\text{mW}$

$$10\log_{10} \frac{P_1}{P_2} = P_{1dBm} - P_{2dBm} \quad P_{1dBm} = P_{2dBm} + 10\log_{10} \frac{P_1}{P_2}$$

$$P_{1dBm} = P_{2dBm} + P_{dB}$$

Σχετική στάθμη ισχύος ως προς στάθμη αναφοράς

Παράδειγμα

$$P_t = 80W$$

$$P_t(\text{dBm}) = ;$$

$$P_t(\text{dBW}) = ;$$

$$P_t(\text{dBm}) = 10 \log \frac{P_t(\text{mW})}{1\text{mW}} = 10 \log(80 \times 10^3) =$$

$$= 10 \log(80) + 10 \log(10^3) = 10 \log(8 \times 10) + 30 \log(10) =$$

$$= 10 \log(2^3) + 10 \log(10) + 30 = 3 \times 10 \log(2) + 10 + 30 =$$

$$= 3 \times 3 + 40 = 49\text{dBm}$$

$$P_t(\text{dBW}) = 10 \log \frac{P_t(\text{W})}{1\text{W}} = 10 \log(80) = 19\text{dBW}$$

Σχετική στάθμη ισχύος ως προς στάθμη αναφοράς

- Μονάδες μέτρησης: dBm, dBW, dBi, dBd ($dBi = dBd + 2.15$)
- Λογαριθμική κλίμακα Γραμμική κλίμακα

0dB	1
3dB	2
10dB	10
20dB	100
30dB	1000
- Παραδείγματα: 13dB, 7dB, -9dB, -24dB?
- Επίσης προσοχή: όταν το πλάτος του πεδίου E γίνεται μισό, η ισχύς P μειώνεται κατά 6dB.

- **Κεφάλαια 1 & 2 από το βιβλίο**

- Κεραίες, C.Balanis, μετάφραση Κ.Λιολιούσης, ΙΩΝ

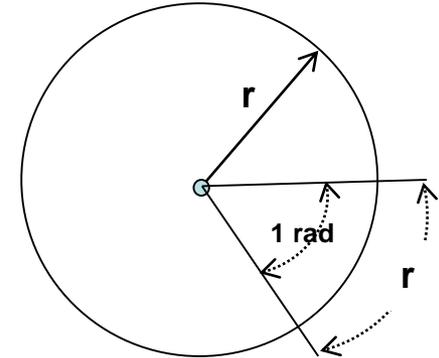
Εκτός παρ. 2.6, 2.12, 2.14, 2.18

RAD & STERAD

(1)

- RAD

- Ένα radian (rad) ορίζεται ως η επίπεδη γωνία κύκλου με ακτίνα r που αντιστοιχεί σε μήκος τόξου r .
- Το μήκος τόξου $\theta \cdot r$ αντίκειται σε γωνία θ . Αφού η περιφέρεια ενός κύκλου είναι $2\pi r$, όλη η γωνία ενός κύκλου είναι 2π rad.



- STERAD

- Ένα steradian (sterad) ορίζεται ως η στερεά γωνία σφαίρας ακτίνας r που αντίκειται στην επιφάνεια με εμβαδό r^2 , δηλ. ίσο με αυτό τετραγώνου πλευράς r .

Άρα

$$d\Omega = \frac{dA}{r^2} \quad \text{αλλά} \quad dA = (r \sin(\theta) d\phi)(r d\theta) = r^2 \sin(\theta) d\theta d\phi$$

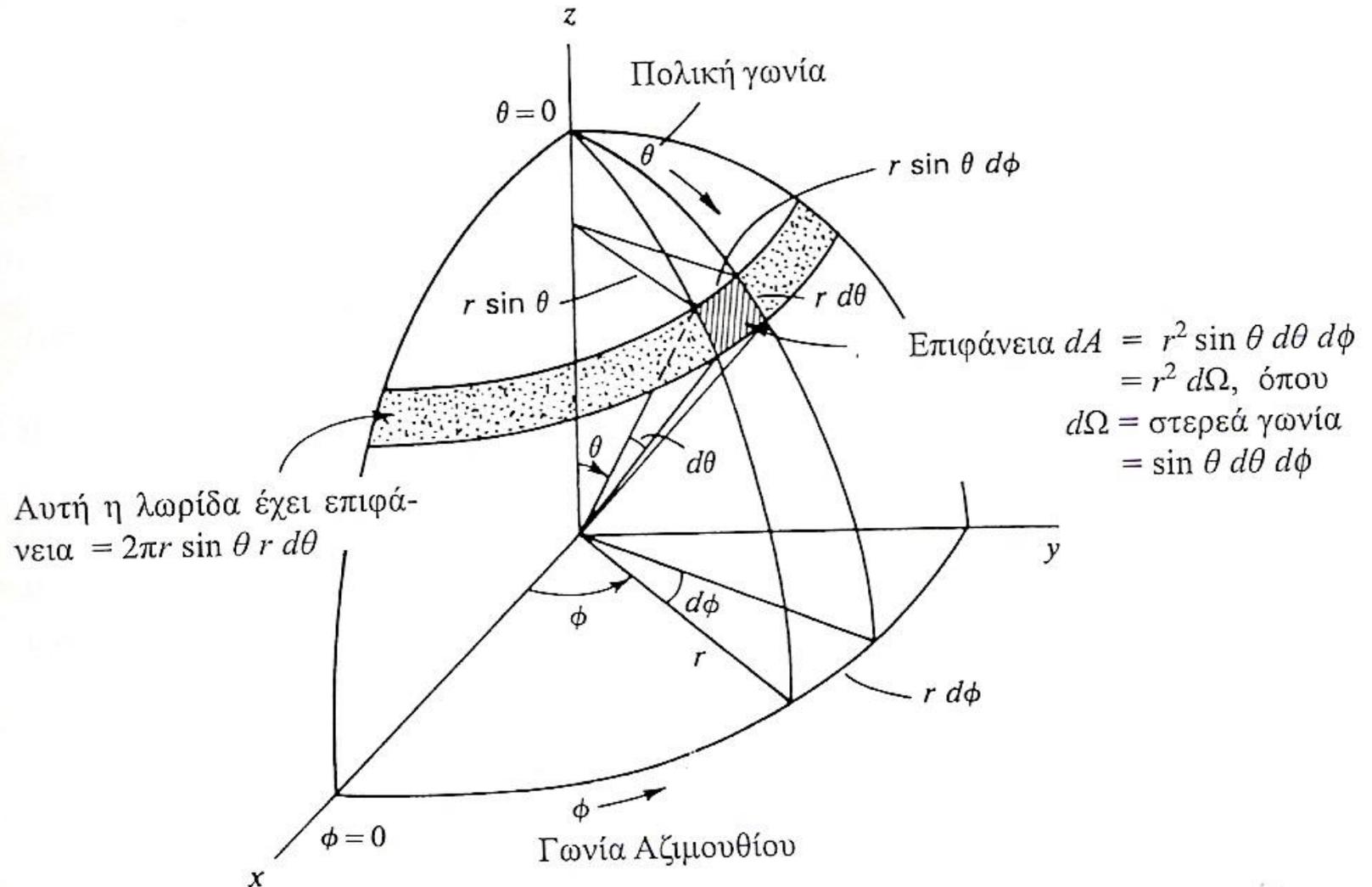
$$d\Omega = \sin(\theta) d\theta d\phi$$

- Επομένως:
- Ολοκληρώνοντας για θ από 0 ως π την επιφάνεια της λωρίδας πλάτους $r d\theta$ δηλ. την $(2\pi r \sin\theta)(r d\theta)$, παίρνουμε την επιφάνεια της σφαίρας δηλ.

$$E = 2\pi r^2 \int_0^\pi \sin \theta d\theta = 2\pi r^2 [-\cos \theta]_0^\pi = 4\pi r^2$$

RAD & STERAD

(2)



RAD & STERAD

(3)

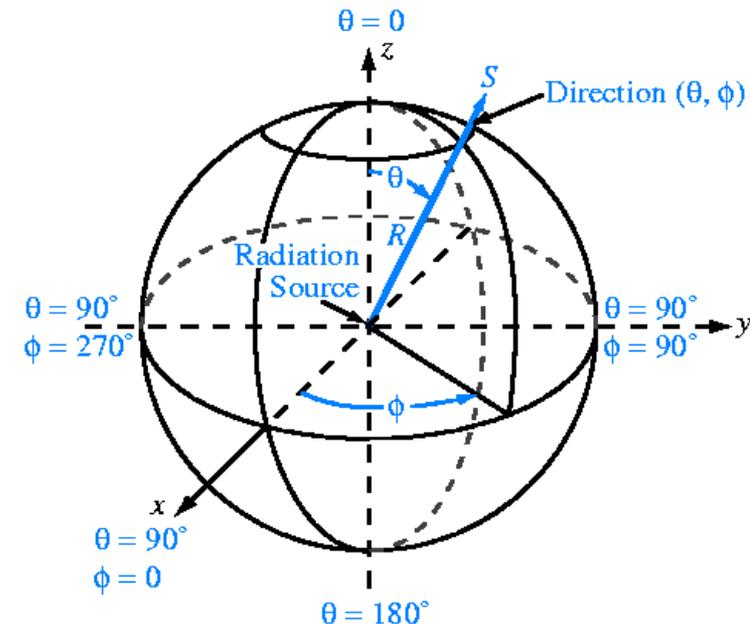
- Αφού η επιφάνεια σφαίρας ακτίνας r είναι $4\pi r^2$, έχουμε

$$d\Omega = \frac{dA}{r^2} = \frac{4\pi r^2}{r^2} = 4\pi$$

Δηλαδή η στερεά γωνία που αντίκειται μιας σφαίρας είναι 4π sr

ΚΕΡΑΙΕΣ: ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑΣ (1)

- Διάγραμμα ακτινοβολίας είναι η μαθηματική περιγραφή ή η γραφική παράσταση των χαρακτηριστικών μιας κεραίας ως συνάρτηση χωρικών συντεταγμένων
- Στις περισσότερες περιπτώσεις πρακτικού ενδιαφέροντος στη μακρινή περιοχή (far field)
- Χαρακτηριστικά που μας ενδιαφέρουν:
 - Ένταση ακτινοβολίας (διάγραμμα ισχύος)
 - Ένταση ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου (διάγραμμα πεδίου)



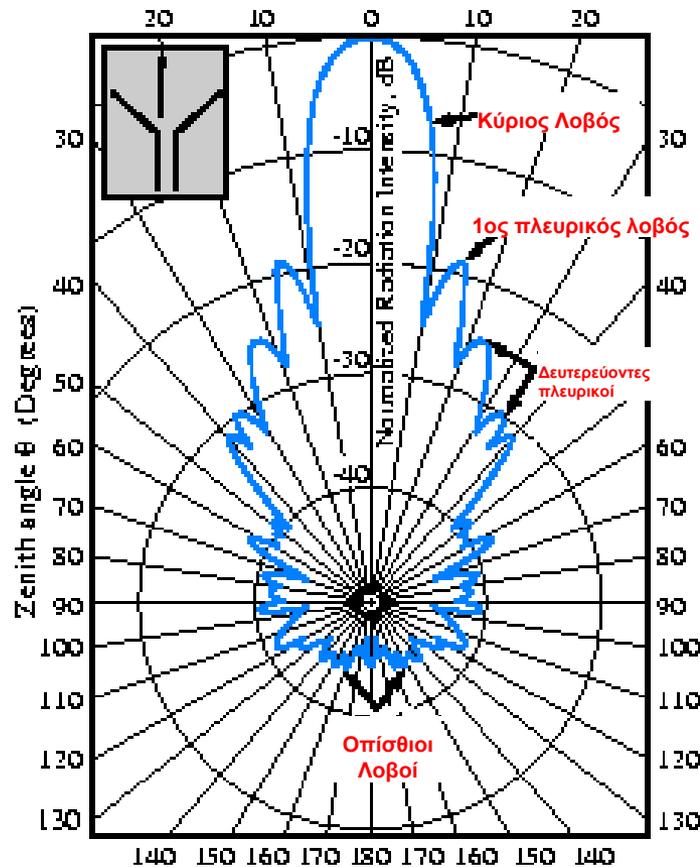
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑΣ (2)

- ΛΟΒΟΣ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑΣ: Οριοθετείται από περιοχές πολύ ασθενούς (μηδενικής) ακτινοβολίας
- ΚΥΡΙΟΣ ΛΟΒΟΣ: Ο λοβός ακτινοβολίας που περιέχει την διεύθυνση μέγιστης ακτινοβολίας
- ΔΕΥΤΕΡΕΥΩΝ ΛΟΒΟΣ: Κάθε λοβός που δεν είναι κύριος
- ΠΛΕΥΡΙΚΟΙ ΛΟΒΟΙ: Οι λοβοί που δεν περιέχουν τη διεύθυνση ενδιαφέροντος
- ΟΠΙΣΘΙΟΣ ΛΟΒΟΣ: Ο λοβός στην αντίθετη διεύθυνση από αυτή του κύριου λοβού
- Οι δευτερεύοντες λοβοί αντιπροσωπεύουν συνήθως ακτινοβολία σε ανεπιθύμητες κατευθύνσεις και συνεπώς πρέπει να ελαχιστοποιούνται
- Οι πλευρικοί λοβοί είναι συνήθως οι μεγαλύτεροι από τους δευτερεύοντες λοβούς

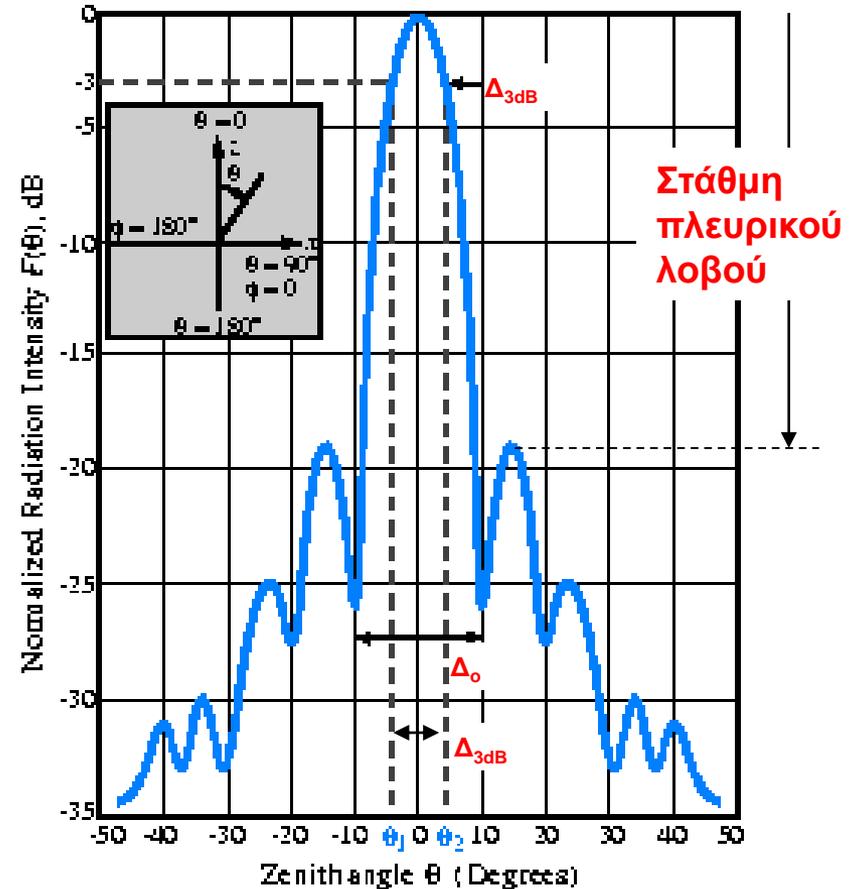
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑΣ (3)

- Στάθμη πλευρικού λοβού
 - Ο λόγος της ισχύος ενός δευτερεύοντος λοβού στη διεύθυνση μεγίστου του προς την ισχύ του κύριου λοβού
- Γωνιακό εύρος Δ_0 του κύριου λοβού
 - Η γωνία που σχηματίζουν οι διευθύνσεις μηδενισμού ή ελαχίστων μεταξύ των οποίων περιλαμβάνεται η διεύθυνση μέγιστης ακτινοβολίας
- Γωνιακό εύρος 3dB ή άνοιγμα μισής ισχύος
 - Η γωνία που σχηματίζουν οι διευθύνσεις εκατέρωθεν της διεύθυνσης μεγίστου, για τις οποίες η ισχύς είναι η μισή της μέγιστης τιμής
- Το εύρος του κύριου λοβού αντισταθμίζεται από τη στάθμη των πλευρικών λοβών
 - Μείωση του εύρους του κύριου λοβού αντισταθμίζεται από αύξηση της στάθμης των πλευρικών λοβών – και αντίστροφα (push-release)

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑΣ (4)



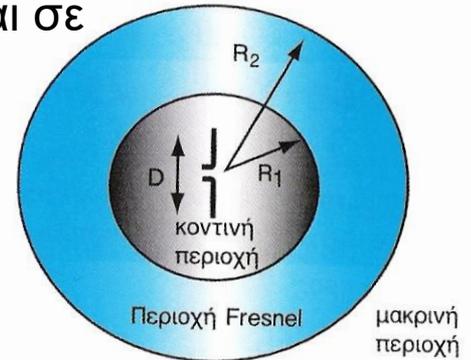
Πολικό ΣΣ



Ορθογwónio ΣΣ

ΠΕΡΙΟΧΕΣ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑΣ (1)

- Ο χώρος που περιβάλλει έναν ακτινοβολητή διακρίνεται σε τρεις περιοχές
 - Κοντινή περιοχή
 - Περιοχή Fresnel
 - Μακρινή περιοχή
- Κοντινή περιοχή
 - Η περιοχή που το ΗΜ πεδίο εμφανίζει άεργη συμπεριφορά, δηλ. δεν ακτινοβολείται ΗΜ ενέργεια. (D η max διάσταση του ακτινοβολητή)



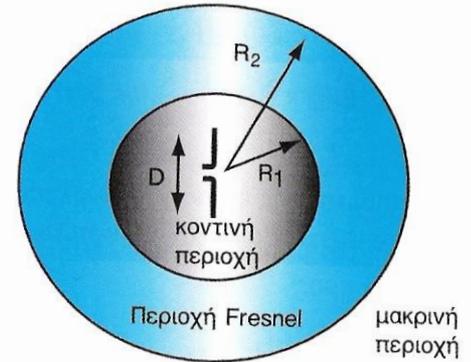
$$R_1 = 0.62 \sqrt{\frac{D^3}{\lambda}}$$

ΠΕΡΙΟΧΕΣ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑΣ (2)

- Περιοχή Fresnel
 - Η ενδιάμεση (μεταξύ κοντινής και μακρινής) περιοχή όπου το ΗΜ πεδίο εμφανίζει συμπεριφορά ακτινοβολίας, αλλά οι εγκάρσιες συνιστώσες του διατηρούν ακτινική εξάρτηση. Σε περίπτωση ακτινοβολητών με μικρές διαστάσεις σε σχέση με το μήκος κύματος, η περιοχή Fresnel δεν υπάρχει

$$R_2 = 2 \frac{D^2}{\lambda}$$

- Μακρινή περιοχή (Fraunhofer)
 - Η περιοχή αυτή ($>R_2$) έχει ως χαρακτηριστικό την ανεξαρτησία των εγκάρσιων συνιστωσών του ΗΜ πεδίου από την ακτινική συνιστώσα



Διάνυσμα Poynting (1)

- Η ισχύς που μεταφέρεται κατά την μετάδοση ενός ΗΜ κύματος συνδέεται με το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο μέσω του διανύσματος Poynting:

$$\vec{W}(r, t) = \vec{E}(r, t) \times \vec{H}(r, t)$$

- Το διάνυσμα Poynting εκφράζει σε W/m^2 τη στιγμιαία ροή ΗΜ ισχύος ανά μονάδα επιφάνειας. Άρα η συνολική στιγμιαία ισχύς που ακτινοβολείται από μια κεραία προκύπτει ολοκληρώνοντας την κάθετη συνιστώσα του διανύσματος Poynting σε μια κλειστή επιφάνεια που περιβάλλει την κεραία:

$$P(t) = \oiint_S \vec{W}(r, t) \cdot d\vec{S}$$

Διάνυσμα Poynting (2)

- Στην πράξη μας ενδιαφέρει η μέση ισχύς που ακτινοβολείται από μια κεραία. Για ημιτονικά μεταβαλλόμενες πηγές και πεδία, η μέση ισχύς προκύπτει εισάγοντας τους φασιθέτες των μεγεθών, δηλ.:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \text{Re} \left[\vec{E}(\vec{r}) e^{j\omega t} \right] \quad \& \quad \vec{H}(\vec{r}, t) = \text{Re} \left[\vec{H}(\vec{r}) e^{j\omega t} \right]$$

Και επομένως

$$W(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \text{Re} \left[\vec{E}(\vec{r}) \times \vec{H}(\vec{r})^* \right] + \frac{1}{2} \text{Re} \left[\vec{E}(\vec{r}) \times \vec{H}(\vec{r}) e^{2j\omega t} \right]$$

- Από αυτή τη σχέση προκύπτει ότι η μέση τιμή της πυκνότητας ισχύος είναι:

$$W_{av}(\vec{r}) = \frac{1}{2} \text{Re} \left[\vec{E}(\vec{r}) \times \vec{H}(\vec{r})^* \right]$$

Διάνυσμα Poynting (3)

- Η μέση ισχύς που ακτινοβολείται από μια κεραία είναι:

$$P_{rad} = P_{av} = \oiint_S \vec{W}_{rad}(\vec{r}) d\vec{S} = \oiint_S \vec{W}_{av}(\vec{r}) \hat{n} dA = \frac{1}{2} \oiint_S \text{Re} \left[\vec{E}(\vec{r}) \times \vec{H}(\vec{r})^* \right] d\vec{S}$$

ΙΣΟΤΡΟΠΙΚΟΣ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΗΤΗΣ

- Ο ισοτροπικός ακτινοβολητής είναι μια ιδανική πηγή που εκπέμπει εξίσου προς όλες τις διευθύνσεις του χώρου. Τέτοια ακτινοβολία μπορεί να επιτύχει μόνο μια σημειακή πηγή.
- Δεν υπάρχει στην πράξη, αλλά χρησιμοποιείται ως σημείο αναφοράς για να συγκρίνουμε τις κατευθυντικές ιδιότητες άλλων κεραιών
- Εξ αιτίας της συμμετρίας μιας σημειακής πηγής, το διάνυσμα Poynting εξαρτάται μόνο από την απόσταση του σημείου παρατήρησης από την πηγή (δηλ. μόνο ακτινική συνιστώσα) και επομένως η συνολική εκπεμπόμενη ισχύς:

$$P_{rad} = \oiint_S \mathbf{W}_0 d\mathbf{S} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \left[\hat{a}_r W_0(\vec{r}) \right] \cdot \left[\hat{a}_r r^2 \sin \theta d\theta d\phi \right] = 4\pi r^2 W_0$$

- Η πυκνότητα ισχύος του ισοτροπικού ακτινοβολητή είναι ομοιόμορφα κατανομημένη στην επιφάνεια σφαίρας ακτίνας r :

$$W_0 = \frac{P_{rad}}{4\pi r^2}$$

Παράδειγμα 2.1

- Η ακτινική συνιστώσα της εκπεμπόμενης πυκνότητας ισχύος είναι:

$$\vec{W}_{rad} = \hat{a}_r W_r = \hat{a}_r \frac{A_0 \sin \theta}{r^2}$$

Υπολογίστε τη συνολική εκπεμπόμενη ισχύ.

ΛΥΣΗ

$$P_{rad} = \oiint_S \vec{W}_{rad} \cdot \hat{n} dA = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \left[\hat{a}_r \frac{A_0 \sin \theta}{r^2} \right] \cdot \left[\hat{a}_r r^2 \sin \theta d\theta d\phi \right] = A_0 \left(2\pi \left(2 \frac{\pi}{4} \right) \right) = \pi^2 A_0$$

$$\int_0^{\pi/2} \sin^{2m} x dx = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 2m-1}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 2m} \cdot \frac{\pi}{2} \quad \int_0^{\pi/2} \sin^{2m+1} x dx = \frac{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 2m}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 2m+1} \quad m=1, 2, \dots$$

ΕΝΤΑΣΗ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑΣ

- Η ένταση ακτινοβολίας είναι μέγεθος που χαρακτηρίζει την μακρινή περιοχή μιας κεραίας, εκφράζει την ισχύ που ακτινοβολείται ανά μονάδα στερεάς γωνίας, και ορίζεται από τη σχέση:

$$U(\theta, \phi) = r^2 W_{rad}$$

- Η συνολική εκπεμπόμενη ισχύς μπορεί να υπολογιστεί και μέσω της έντασης ακτινοβολίας, με ολοκλήρωση στην στερεά γωνία που περιβάλλει την κεραία, δηλ.:

$$P_{rad} = \oiint_{\Omega} U d\Omega = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} U(\theta, \phi) \sin \theta d\theta$$

- Για ισοτροπικό ακτινοβολητή η ένταση ακτινοβολίας θα είναι ανεξάρτητη των (θ, ϕ) και έτσι:

$$P_{rad} = \oiint_{\Omega} U_0 d\Omega = U_0 \oiint_{\Omega} d\Omega = 4\pi U_0, \text{ ή } U_0 = \frac{P_{rad}}{4\pi}$$

1/ Πώς αλλιώς μπορούμε να φτάσουμε στην τελευταία σχέση?

2/ Το διάνυσμα Ρογνίτινγκ και η ένταση ακτινοβολίας εξαρτώνται από την απόσταση από την κεραία?

ΚΑΤΕΥΘΥΝΤΙΚΟΤΗΤΑ (1)

- Η κατευθυντικότητα (D) ορίζεται ως ο λόγος της έντασης ακτινοβολίας μιας κεραίας προς μια κατεύθυνση, προς την μέση ένταση ακτινοβολίας ή *πιο απλά* ως ο λόγος της έντασης ακτινοβολίας μιας κεραίας προς μια κατεύθυνση, προς την ένταση ακτινοβολίας ενός ιστροπικού ακτινοβολητή, δηλ.:

$$D(\theta, \phi) = \frac{U(\theta, \phi)}{U_0} = \frac{4\pi U(\theta, \phi)}{P_{rad}}$$

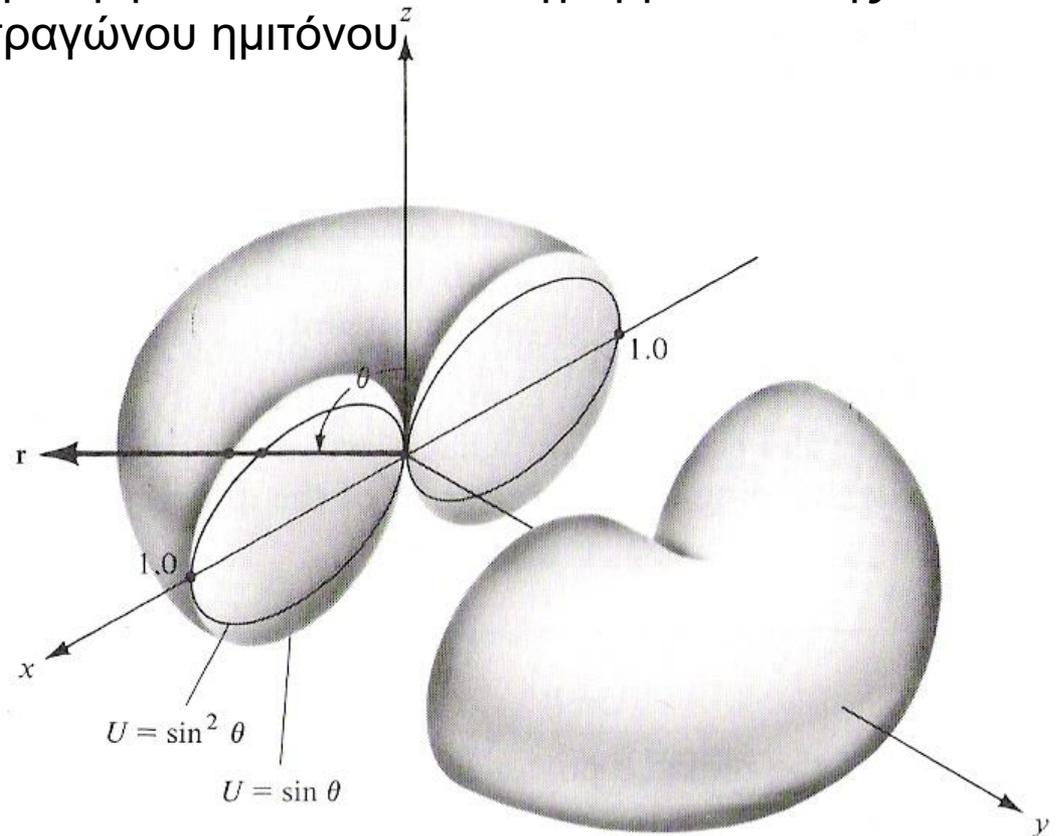
- Αν η κατεύθυνση δεν δίνεται, τότε υπονοούμε την κατεύθυνση της μέγιστης έντασης ακτινοβολίας και επομένως την μέγιστη κατευθυντικότητα, δηλ.:

$$D_{max} = D_0 = \frac{U_{max}}{U_0} = \frac{4\pi U_{max}}{P_{rad}}$$

- Τα D , D_0 και D_{max} είναι αριθμοί
- *Με τι ισούται η κατευθυντικότητα ενός ιστροπικού ακτινοβολητή?*

ΚΑΤΕΥΘΥΝΤΙΚΟΤΗΤΑ (2)

- Παράδειγμα 2.3: Πηγή με αμφι-κατευθυντικό ημιτονοειδές διάγραμμα έντασης ακτινοβολίας
- Παράδειγμα 2.4: Πηγή με αμφι-κατευθυντικό διάγραμμα έντασης ακτινοβολίας τύπου τετραγώνου ημιτόνου



ΚΑΤΕΥΘΥΝΤΙΚΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑΣ (1)

- Είναι βολικό και πρακτικό να μπορούμε να υπολογίζουμε την κατευθυντικότητα με απλούς προσεγγιστικούς τύπους
- **ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ – Μέθοδος Kraus:** Κεραία με έναν κύριο λοβό και αμελητέους δευτερεύοντες (περιορισμοί για την ακρίβεια της προσέγγισης)

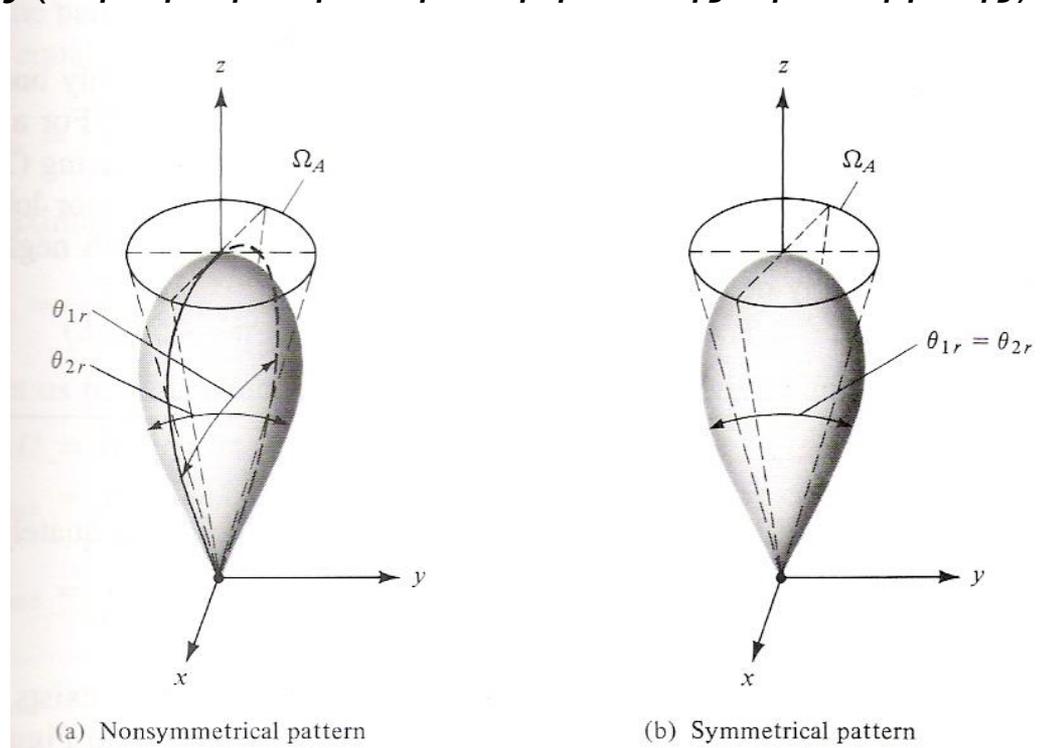
$$D_0 = \frac{4\pi}{\Omega_A} \approx \frac{4\pi}{\theta_{1r}\theta_{2r}}$$

όπου θ_{1r} (rad) είναι το εύρος δέσμης 3dB σε ένα επίπεδο και θ_{2r} (rad) είναι το αντίστοιχο στο κάθετο επίπεδο (π.χ. μπορεί να είναι θ_{3dB} και φ_{3dB})

- Αντίστοιχα

$$D_0 \approx \frac{41,253}{\theta_{1d}\theta_{2d}}$$

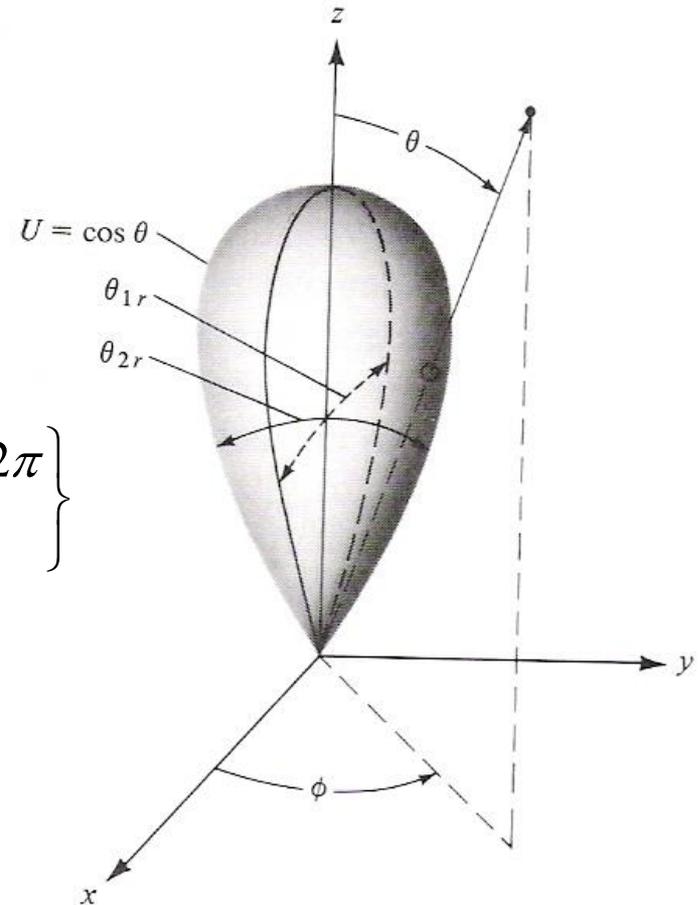
όπου θ_{1d} και θ_{2d} σε μοίρες



ΚΑΤΕΥΘΥΝΤΙΚΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑΣ (2)

- ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2.5
- Για κατευθυντικά διαγράμματα ακτινοβολίας με έναν μόνο κύριο λοβό η ένταση ακτινοβολίας προσεγγίζεται συνήθως ως:

$$U(\theta, \phi) = \begin{cases} B_0 \cos^n(\theta) & 0 \leq \theta \leq \pi/2, 0 \leq \phi \leq 2\pi \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases}$$



ΚΑΤΕΥΘΥΝΤΙΚΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑΣ (3)

- Προσεγγιστική μέθοδος Tai-Pereira

$$D_0 = \frac{22.181}{\theta_{1r}^2 + \theta_{2r}^2} \quad \text{ή} \quad D_0 = \frac{72,815}{\theta_{1d}^2 + \theta_{2d}^2}$$

- Αυτή η μέθοδος δίνει καλύτερες προσεγγίσεις για γωνίες μισής ισχύος μικρότερες από $\sim 40^\circ$
- Η μέθοδος του Kraus δίνει καλύτερες προσεγγίσεις για γωνίες μισής ισχύος μεγαλύτερες από $\sim 40^\circ$

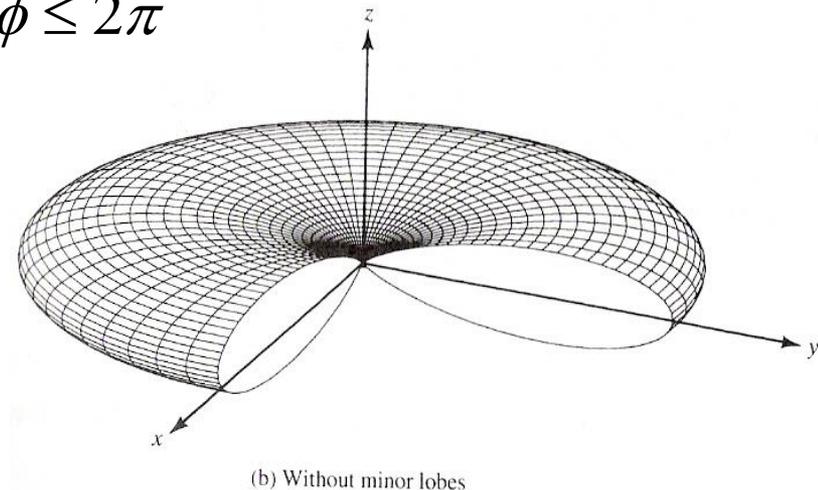
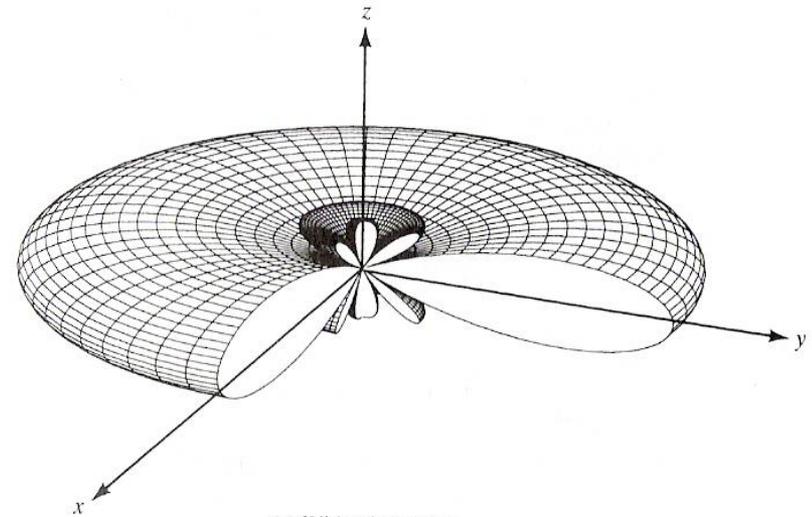
- Κατευθυντικότητα σε dB

$$D(dB) = 10 \log_{10}(D)$$

ΟΜΟΙΟ-ΚΑΤΕΥΘΥΝΤΙΚΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑΣ (1)

- Κάποιες κεραίες όπως τα δίπολα και οι βρόγχοι, παρουσιάζουν ομοιο-κατευθυντικά διαγράμματα ακτινοβολίας
- Αντίστοιχα με τα κατευθυντικά διαγράμματα ακτινοβολίας, έχουμε:

$$U(\theta, \phi) = |\sin^n(\theta)|, \text{ για } 0 \leq \theta \leq \pi, \quad 0 \leq \phi \leq 2\pi$$



ΟΜΟΙΟ-ΚΑΤΕΥΘΥΝΤΙΚΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑΣ (2)

- Προσεγγιστική μέθοδος McDonald:

$$D_0 = \frac{101}{\text{HPBW}(\text{degrees}) - 0.0027[\text{HPBW}(\text{degrees})]^2}$$

- Προσεγγιστική μέθοδος Pozar:

$$D_0 = -172.4 + 191 \sqrt{0.818 + \frac{1}{\text{HPBW}(\text{degrees})}}$$

- Όπως και οι αντίστοιχες προσεγγιστικές μέθοδοι για τα κατευθυντικά διαγράμματα ακτινοβολίας, βοηθούν να σχεδιάσουμε ομοιοκατευθυντικά διαγράμματα ακτινοβολίας με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά

ΟΜΟΙΟ-ΚΑΤΕΥΘΥΝΤΙΚΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑΣ (3)

- ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2.6: Σχεδιάστε μια ομοιο-κατευθυντική κεραία με 3dB εύρος δέσμης 90°. Εκφράστε την ένταση ακτινοβολίας στη μορφή

$$U(\theta, \phi) = |\sin^n(\theta)|$$

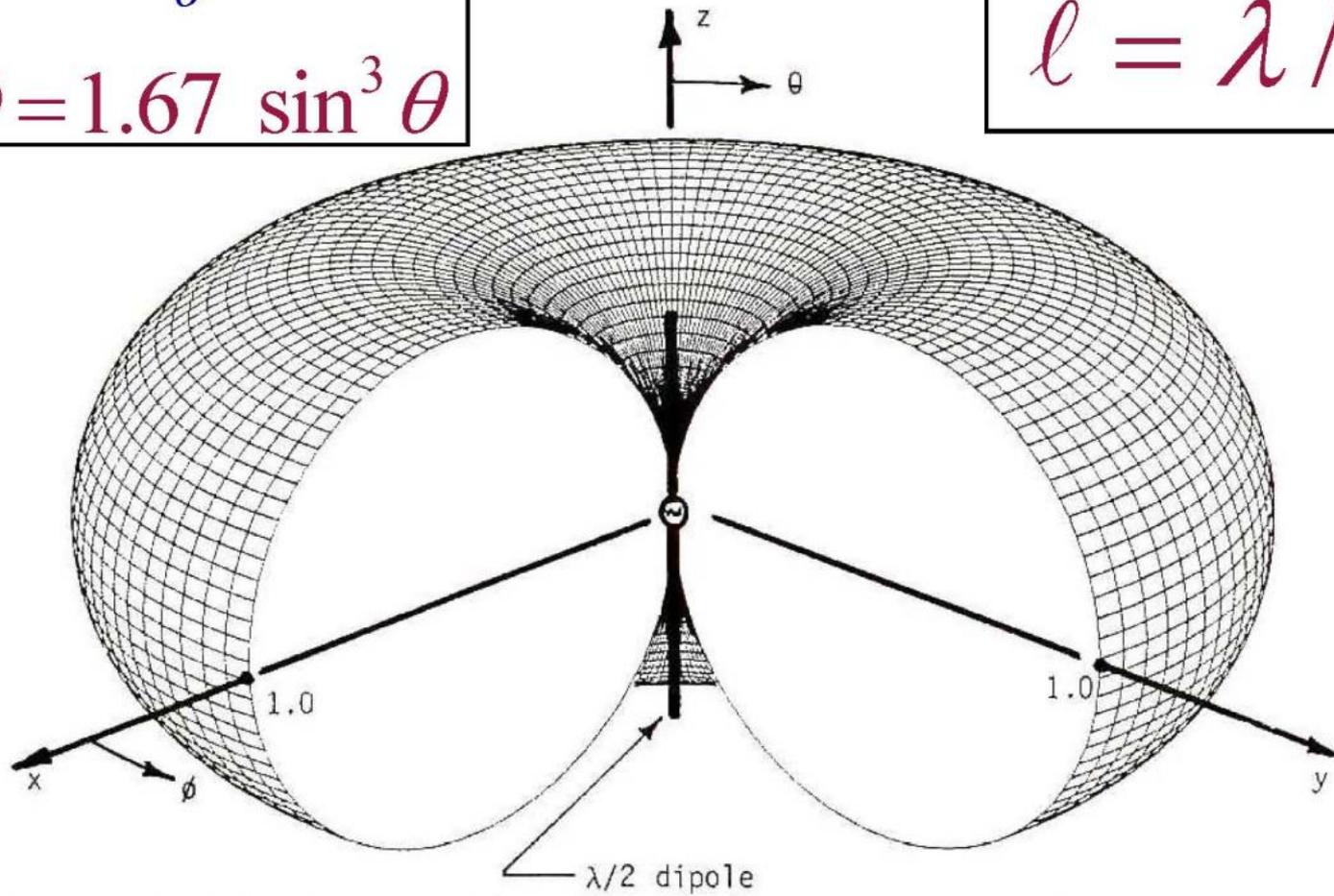
- Υπολογίστε την τιμή του n
- Προτείνετε κεραίες που έχουν τέτοιο διάγραμμα
- Υπολογίστε την κατευθυντικότητα με όλους τους δυνατούς τρόπους

$\lambda/2$ Dipole

$$U \approx A_0 \sin^3 \theta$$

$$D = 1.67 \sin^3 \theta$$

$$l = \lambda / 2$$

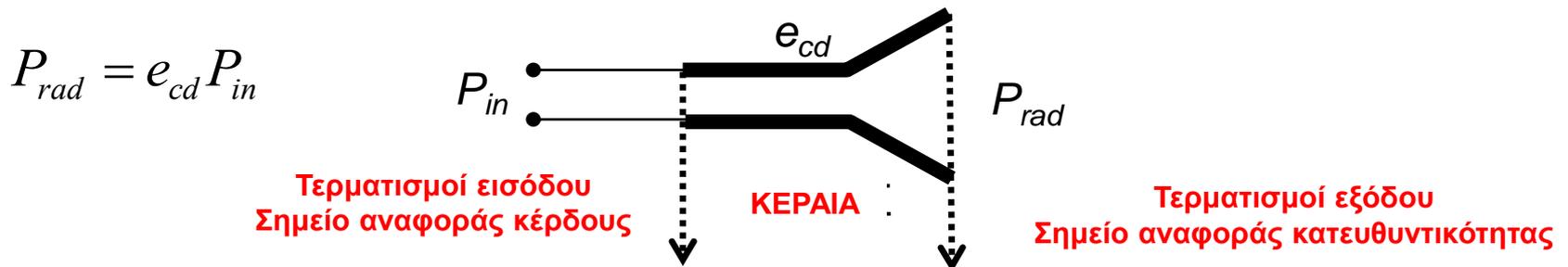


Κέρδος Κεραίας (1)

- Ως κέρδος κεραίας ορίζεται ο *λόγος της έντασης ακτινοβολίας σε μια κατεύθυνση προς την ένταση ακτινοβολίας που θα είχαμε αν η ισχύς τροφοδοσίας της κεραίας ακτινοβολείται ισοτροπικά*. Το τελευταίο ισούται με την ισχύ τροφοδοσίας προς 4π , δηλ.:

$$G = \frac{4\pi U(\theta, \phi)}{P_{in}}$$

- Όταν δεν καθορίζεται η κατεύθυνση, μιλάμε για το κέρδος ισχύος στην κατεύθυνση της μέγιστης ακτινοβολίας
- Ισχύει ότι $P_{rad} = e_{cd} P_{in}$ όπου e_{cd} είναι ο *συντελεστής απόδοσης* της κεραίας (αριθμός), ο οποίος περιγράφει τις διάφορες απώλειες της κεραίας, χωρίς όμως να περιλαμβάνει τις απώλειες ανάκλασης ή πόλωσης λόγω κακής προσαρμογής (τελευταίο IEEE Standard)



Κέρδος Κεραίας (2)

- Επομένως: $G(\theta, \phi) = e_{cd} \frac{4\pi U(\theta, \phi)}{P_{rad}} = e_{cd} D(\theta, \phi)$
- Παρόμοια με την μέγιστη κατευθυντικότητα, έχουμε και το μέγιστο κέρδος:

$$G_0 = G(\theta, \phi)|_{\max} = e_{cd} D(\theta, \phi)|_{\max} = e_{cd} D_0$$

- Συνήθως το κέρδος δίνεται σε dB
- Προσεγγιστικός τύπος υπολογισμού του κέρδους, παρόμοια με τους προσεγγιστικούς τύπους για τον υπολογισμό της κατευθυντικότητας είναι:

$$G_0 \approx \frac{30,000}{\theta_{1d} \theta_{2d}}$$

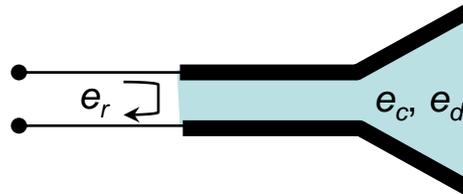
Συντελεστής Απόδοσης Κεραίας

- Ο συνολικός συντελεστής απόδοσης συμπεριλαμβάνει απώλειες στην είσοδο και στην κεραία λόγω
 - κακής προσαρμογής μεταξύ της γραμμής τροφοδοσίας και της κεραίας (ανακλάσεις): συντελεστής απόδοσης

$$e_r = (1 - |\Gamma|^2), \text{ όπου } \Gamma = \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0}$$

με Z_0 και Z_{in} τις χαρακτηριστικές αντιστάσεις της γραμμής μεταφοράς που τροφοδοτεί την κεραία και της εισόδου της κεραίας, αντίστοιχα

- Διηλεκτρικού υλικού: συντελεστής απόδοσης e_d
- Αγωγιμότητας: συντελεστής απόδοσης e_c
- Οι συντελεστές απόδοσης e_c και e_d δεν μπορούν να διαχωριστούν εύκολα γ' αυτό αναφέρονται μαζί ως συντελεστής $e_{cd} = e_c e_d$ και χρησιμοποιείται για να συσχετιστεί το κέρδος με την κατευθυντικότητα



ΕΥΡΟΣ ΖΩΝΗΣ ΚΕΡΑΙΩΝ

- Το εύρος συχνοτήτων για τις οποίες η απόδοση μιας κεραίας ως προς κάποια χαρακτηριστικά (π.χ. σύνθετη αντίσταση εισόδου, διάγραμμα, εύρος δέσμης, κατεύθυνση κύριας δέσμης, ύψος πλευρικών λοβών, πόλωση, κέρδος, κλπ) είναι μέσα σε κάποια καθορισμένα όρια.
- Για ευρυζωνικές κεραίες δίνεται συνήθως ως λόγος της μέγιστης και ελάχιστης συχνότητας λειτουργίας, π.χ. 10:1 (η μέγιστη συχνότητα είναι 10πλάσια της ελάχιστης)
- Για κεραίες στενού εύρους ζώνης δίνεται ως ποσοστό της διαφοράς ή εύρους συχνοτήτων (max-min) προς την κεντρική συχνότητα, π.χ. 5% (το εύρος συχνοτήτων αποδεκτής λειτουργίας είναι 5% της κεντρικής συχνότητας)

Η ΚΕΡΑΙΑ ΩΣ ΣΤΟΙΧΕΙΟ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ (1)

- **Σύνθετη αντίσταση εισόδου:** Η μιγαδική αντίσταση που εμφανίζει η κεραία στους ακροδέκτες της στο σημείο τροφοδότησής της.

$$Z_A = R_A + jX_A$$

όπου R_A είναι η πραγματική αντίσταση και X_A είναι η φανταστική

- Το πραγματικό μέρος αποτελείται από δύο όρους:
 - Την αντίσταση ακτινοβολίας R_r μέσω της οποίας υπολογίζεται η ισχύς που ακτινοβολεί η κεραία
 - Την αντίσταση απωλειών R_L

$$R_A = R_r + R_L$$

- Οι πιο πάνω αντιστάσεις δεν αποτελούν συγκεντρωμένες φυσικές οντότητες αλλά ισοδύναμα μεγέθη μέσω των οποίων μελετάμε την συμπεριφορά μιας κεραίας

Η ΚΕΡΑΙΑ ΩΣ ΣΤΟΙΧΕΙΟ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ (2)

Η ΚΕΡΑΙΑ ΩΣ ΠΟΜΠΟΣ

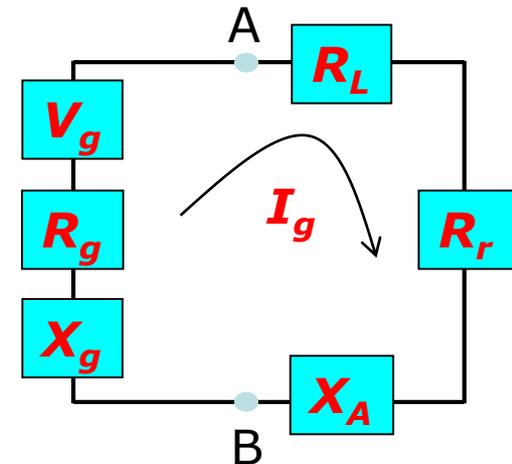
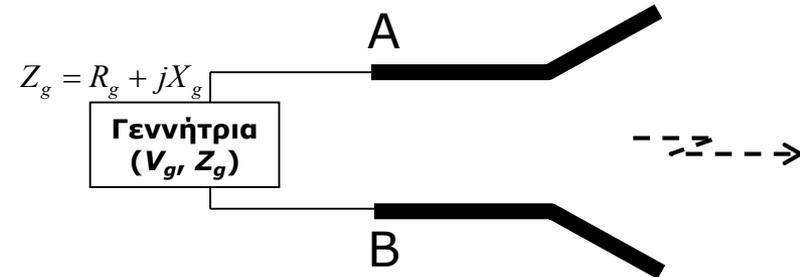
$$I_g = \frac{V_g}{Z_g + Z_A} = \frac{V_g}{(R_r + R_L + R_g) + j(X_A + X_g)}$$

$$|I_g| = \frac{|V_g|}{\sqrt{(R_r + R_L + R_g)^2 + (X_A + X_g)^2}}$$

$$P_r = \frac{1}{2} |I_g|^2 R_r \quad P_r: \text{ισχύς ακτινοβολίας}$$

$$P_L = \frac{1}{2} |I_g|^2 R_L \quad P_L: \text{ισχύς απωλειών}$$

$$P_g = \frac{1}{2} |I_g|^2 R_g \quad P_g: \text{ισχύς που καταναλώνεται με τη μορφή θερμικών απωλειών στο εσωτερικό της πηγής}$$



* V_g είναι η μέγιστη τιμή της ημιτονοειδούς τάσης της πηγής

Η ΚΕΡΑΙΑ ΩΣ ΣΤΟΙΧΕΙΟ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ (3)

Η ΚΕΡΑΙΑ ΩΣ ΠΟΜΠΟΣ

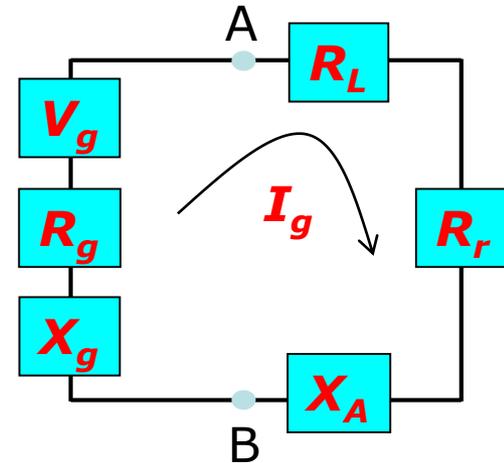
- ο Η μεγιστοποίηση της ισχύος που λαμβάνει η κεραία από το κύκλωμα τροφοδοσίας επιτυγχάνεται όταν οι μιγαδικές αντιστάσεις Z_g και Z_A είναι συζυγείς (προσαρμογή), δηλ.:

$$R_r + R_L = R_g \text{ και } X_A = -X_g \text{ οπότε:}$$

$$P_r = \frac{|V_g|^2}{2} \left[\frac{R_r}{4(R_r + R_L)^2} \right] = \frac{|V_g|^2}{8} \left[\frac{R_r}{(R_r + R_L)^2} \right]$$

$$P_L = \frac{|V_g|^2}{8} \left[\frac{R_L}{(R_r + R_L)^2} \right]$$

$$P_g = \frac{|V_g|^2}{8} \left[\frac{R_g}{(R_r + R_L)^2} \right] = \frac{|V_g|^2}{8} \left[\frac{1}{(R_r + R_L)} \right] = \frac{|V_g|^2}{8R_g}$$



$$P_r + P_L = P_g$$

Η ΚΕΡΑΙΑ ΩΣ ΣΤΟΙΧΕΙΟ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ (4)

Η ΚΕΡΑΙΑ ΩΣ ΠΟΜΠΟΣ

- Στην περίπτωση συζυγούς προσαρμογής ισχύει: $P_r + P_L = P_g$
- Επίσης $P_s = P_r + P_L + P_g$ η ισχύς από τη γεννήτρια
- Άρα χρησιμοποιώντας την πρώτη σχέση, έχουμε $P_s = 2P_g$
- *Η μισή από την ισχύ που παρέχει η πηγή καταναλώνεται υπό τη μορφή θερμικών απωλειών στην εσωτερική της αντίσταση, και μόνο η υπόλοιπη μισή παραλαμβάνεται από την κεραία*
- Ένα τμήμα από την ισχύ που παραλαμβάνει η κεραία ακτινοβολείται, ενώ ένα άλλο χάνεται υπό τη μορφή θερμικών απωλειών (R_L)
- Η αντίσταση R_L χρησιμοποιείται για να περιλάβει τις απώλειες αγωγιμότητας και διηλεκτρικού και επομένως σχετίζεται με το συντελεστή απόδοσης e_{cd} :

$$e_{cd} = \frac{R_r}{R_r + R_L}$$

Η ΚΕΡΑΙΑ ΩΣ ΣΤΟΙΧΕΙΟ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ (5)

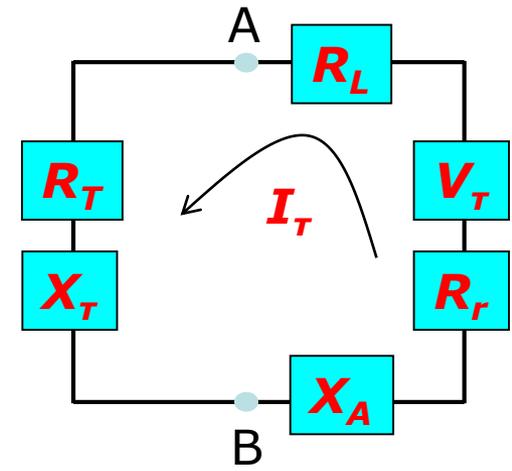
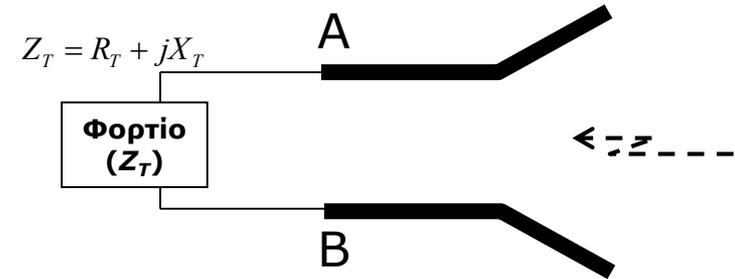
Η ΚΕΡΑΙΑ ΩΣ ΠΟΜΠΟΣ

- Αν η κεραία δεν έχει απώλειες ($e_{cd}=1$), τότε η μισή από την ισχύ που παρέχει η πηγή καταναλώνεται υπό τη μορφή θερμικών απωλειών στην εσωτερική της αντίσταση, και η υπόλοιπη μισή ακτινοβολείται από την κεραία
- Εάν μεταξύ της πηγής τροφοδοσίας και της κεραίας υπάρχει και γραμμή μεταφοράς (όπως συνήθως γίνεται), τότε πρέπει να προστεθεί στην σύνθετη αντίσταση της πηγής και η χαρακτηριστική αντίσταση της γραμμής μεταφοράς.
- Αν η γραμμή μεταφοράς έχει απώλειες, τότε η ισχύς ακτινοβολίας της κεραίας θα μειωθεί

Η ΚΕΡΑΙΑ ΩΣ ΣΤΟΙΧΕΙΟ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ (6)

Η ΚΕΡΑΙΑ ΩΣ ΔΕΚΤΗΣ

- Το ΗΜ κύμα προσπίπτει στην κεραία και προκαλεί στους ακροδέκτες της τάση V_T που αποτελεί και την πηγή τάσης στο ισοδύναμο κύκλωμα Thevenin
- Η κεραία τροφοδοτεί κάποια διάταξη που αντιπροσωπεύεται από την σύνθετη αντίσταση Z_T
- Ακολουθούμε παρόμοια ανάλυση με αυτή που κάναμε για την κεραία ως πομπό

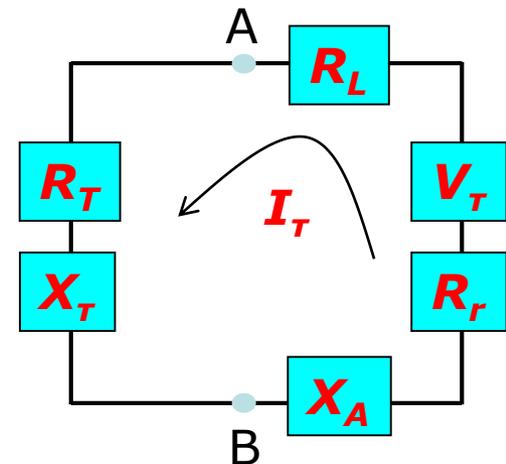


Η ΚΕΡΑΙΑ ΩΣ ΣΤΟΙΧΕΙΟ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ (7)

Η ΚΕΡΑΙΑ ΩΣ ΔΕΚΤΗΣ

$$I_T = \frac{V_T}{Z_T + Z_A} = \frac{V_T}{(R_r + R_L + R_T) + j(X_A + X_T)}$$

$$|I_T| = \frac{|V_T|}{\sqrt{(R_r + R_L + R_T)^2 + (X_A + X_T)^2}}$$



$R_T \rightarrow P_T$: ισχύς που παραλαμβάνεται από τη συσκευή του δέκτη

$R_r \rightarrow P_r$: ισχύς που επανακτινοβολείται = ισχύς σκέδασης

$R_L \rightarrow P_L$: ισχύς απωλειών της κεραίας λήψης

Η ΚΕΡΑΙΑ ΩΣ ΣΤΟΙΧΕΙΟ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ (8)

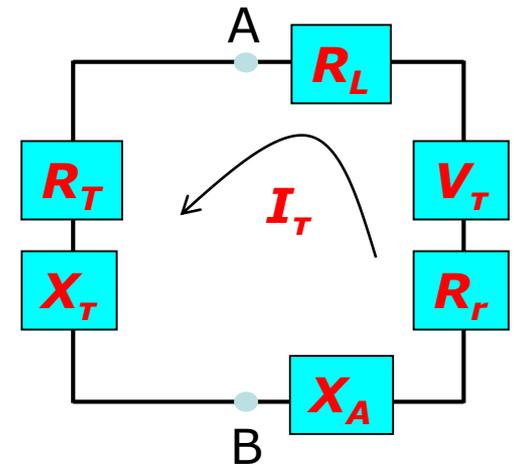
Η ΚΕΡΑΙΑ ΩΣ ΔΕΚΤΗΣ

- ο Η μεγιστοποίηση της ισχύος P_T που λαμβάνεται από τη συσκευή του δέκτη επιτυγχάνεται με **συζυγή προσαρμογή**, δηλ.: $R_r + R_L = R_T$ και $X_A = -X_T$ οπότε:

$$P_T = \frac{|V_T|^2}{8} \left[\frac{R_T}{(R_r + R_L)^2} \right] = \frac{|V_T|^2}{8} \left[\frac{1}{(R_r + R_L)} \right] = \frac{|V_T|^2}{8R_T}$$

$$P_r = \frac{|V_T|^2}{8} \left[\frac{R_r}{(R_r + R_L)^2} \right]$$

$$P_L = \frac{|V_T|^2}{8} \left[\frac{R_L}{(R_r + R_L)^2} \right]$$



$$P_r + P_L = P_T$$

Η ΚΕΡΑΙΑ ΩΣ ΣΤΟΙΧΕΙΟ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ (9)

Η ΚΕΡΑΙΑ ΩΣ ΔΕΚΤΗΣ

- Στην περίπτωση συζυγούς προσαρμογής ισχύει: $P_r + P_L = P_T$
- Η συνολική ισχύς που συλλέγεται από την κεραία:
$$P_c = P_r + P_L + P_T$$
- Έτσι *η μισή από την ισχύ που συλλέγει η κεραία φτάνει στο φορτίο της ενώ η άλλη μισή επανακτινοβολείται και καταναλώνεται υπό τη μορφή απωλειών*
- Εάν οι απώλειες είναι μηδενικές τότε *η μισή από την ισχύ που συλλέγει η κεραία φτάνει στο φορτίο της ενώ η άλλη μισή επανακτινοβολείται*

Η Κεραία ως Άνοιγμα (1)

- Όταν μια κεραία λειτουργεί για λήψη, η ικανότητά της να συλλέξει ΗΜ ισχύ περιγράφεται από το μέγεθος **ενεργός επιφάνεια (effective area - aperture) A_e (m²)**: Ο λόγος της διαθέσιμης ισχύος στα άκρα της κεραίας, P_T , προς την πυκνότητα ισχύος του προσπίπτοντος ΗΜ κύματος, δηλ.:

$$A_e = \frac{P_T}{W_i} = \frac{|I_T|^2 R_T / 2}{W_i}$$

W_i Πυκνότητα ισχύος του προσπίπτοντος ΗΜ κύματος (W/m²)

P_T Ισχύς στο φορτίο (W)

- Ή αλλιώς η υποθετική επιφάνεια που θα συνέλεγε από το ΗΜ περιβάλλον της κεραίας ισχύ ίση προς αυτή που συλλέγει η κεραία στην πραγματικότητα (P_T)

Η Κεραία ως Άνοιγμα (2)

- Ο λόγος της μέγιστης ενεργού επιφάνειας προς την φυσική επιφάνεια μιας κεραίας καλείται **απόδοση επιφάνειας**
- Για κεραίες ανοίγματος (χοάνες-κυματοδηγοί-ανακλαστήρα) η μέγιστη ενεργός επιφάνεια δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερη από τη φυσική επιφάνεια (δηλ. απόδοση επιφάνειας $\leq 100\%$)
- Για κεραίες συρμάτινου αγωγού όπως π.χ. τα δίπολα, η μέγιστη ενεργός επιφάνεια είναι μεγαλύτερη από την φυσική επιφάνεια της κεραίας, δηλ. αυτές οι κεραίες μπορούν να συλλέξουν πολύ μεγαλύτερη ισχύ απ'ότι υποδεικνύει η φυσική τους επιφάνεια

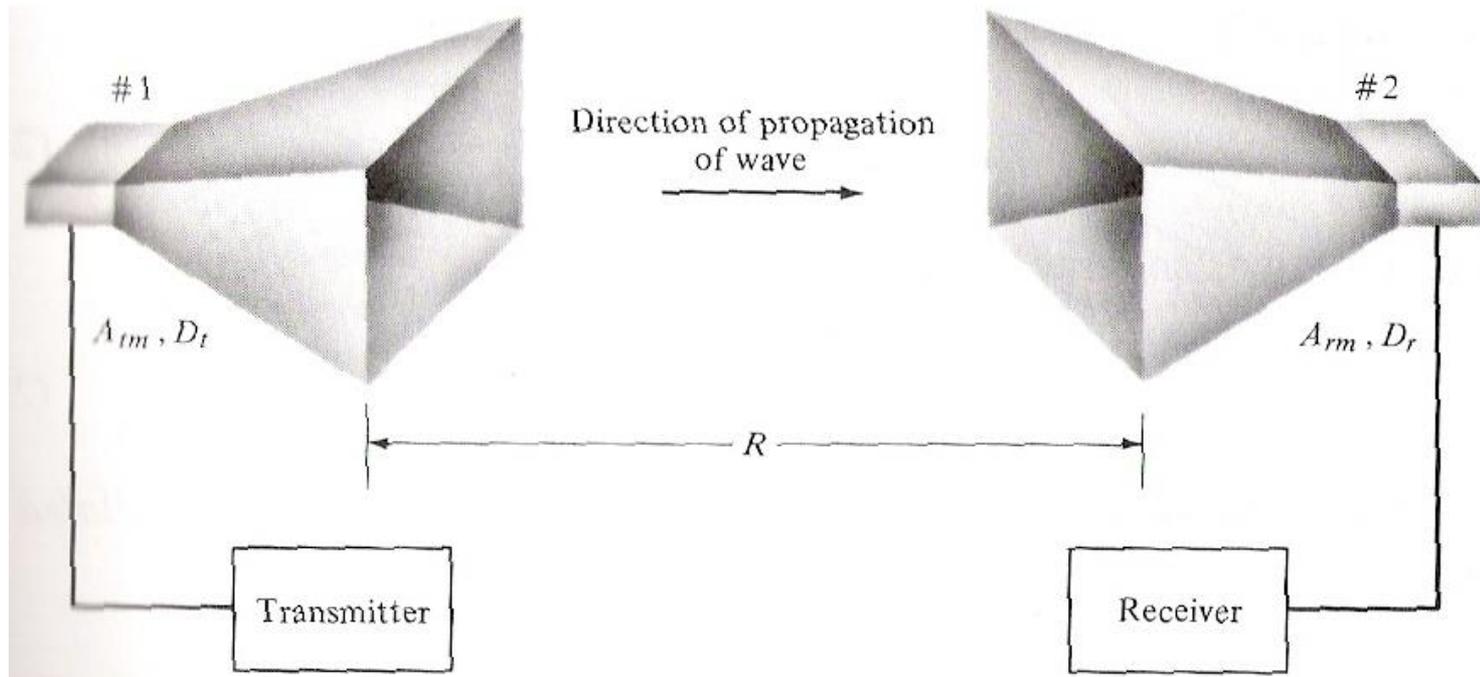
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Η μέγιστη ενεργός επιφάνεια ενός πολύ μικρού διπόλου χωρίς απώλειες είναι $\sim 0.119\lambda^2$ (ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2.13). Αν υποθέσουμε μικρό δίπολο μήκους $\lambda/50$, τότε υπολογίζουμε ότι το πλάτος του διπόλου είναι 5.95λ. Τυπικές διατομές σε δίπολα είναι $\sim \lambda/300$, δηλ. το ενεργό (ηλεκτρικό) πλάτος του μικρού διπόλου είναι περίπου 1785 φορές μεγαλύτερο από το φυσικό του.

Η Κεραία ως Άνοιγμα (3)

ΚΑΤΕΥΘΥΝΤΙΚΟΤΗΤΑ ΚΑΙ ΕΝΕΡΓΟΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ

- Η κεραία 1 εκπέμπει (κατευθυντικότητα D_t και ενεργός επιφάνεια A_t) και η 2 λαμβάνει (κατευθυντικότητα D_r και ενεργός επιφάνεια A_r).



Η Κεραία ως Άνοιγμα (4)

ΚΑΤΕΥΘΥΝΤΙΚΟΤΗΤΑ ΚΑΙ ΕΝΕΡΓΟΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ

- Αν η κεραία 1 ήταν ιστροπική με συνολική ισχύ εκπομπής P_t , θα είχαμε για την εκπεμπόμενη πυκνότητα ισχύος:

$$W_0 = \frac{P_t}{4\pi R^2}$$

- Επειδή η κεραία εκπομπής είναι κατευθυντική (D_t), η πυκνότητα ισχύος είναι

$$W_t = W_0 D_t = \frac{P_t D_t}{4\pi R^2} \quad (\text{υπενθύμιση: } D = \frac{U}{U_0} = \frac{r^2 W}{r^2 W_0} = \frac{W}{W_0} \Leftrightarrow W = DW_0)$$

- Η ισχύς που λαμβάνεται από την κεραία 2 με ενεργό επιφάνεια A_r είναι:

$$P_r = W_t A_r = \frac{P_t D_t}{4\pi R^2} A_r \quad \text{ή αλλιώς} \quad D_t A_r = \frac{P_r}{P_t} 4\pi R^2 \quad (1)$$

(*) από τον ορισμό της ενεργούς επιφάνειας

Η Κεραία ως Άνοιγμα (5)

ΚΑΤΕΥΘΥΝΤΙΚΟΤΗΤΑ ΚΑΙ ΕΝΕΡΓΟΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ

- Εάν η κεραία 2 εκπέμπει και η 1 λαμβάνει (αντίστροφα δηλαδή):

$$P_r = W_t A_t = \frac{P_t D_r}{4\pi R^2} A_t \quad \text{ή} \quad \text{αλλιώς} \quad D_r A_t = \frac{P_r}{P_t} 4\pi R^2 \quad (2)$$

- Από τις (1) και (2): $\frac{D_t}{A_t} = \frac{D_r}{A_r}$ ή για max $\frac{D_{0t}}{A_{tm}} = \frac{D_{0r}}{A_{rm}}$

- Αν η κεραία 1 είναι ιστροπική ($D_{0t}=1$): $A_{tm} = \frac{A_{rm}}{D_{0r}} \left(= \frac{\lambda^2}{4\pi} \right)$

δηλαδή η max ενεργός επιφάνεια του ιστροπικού ακτινοβολητή ($\lambda^2/4\pi$) ισούται με το λόγο της max ενεργού επιφάνειας προς την max κατευθυντικότητα οποιασδήποτε άλλης πηγής.

Η Κεραία ως Άνοιγμα (6)

ΚΑΤΕΥΘΥΝΤΙΚΟΤΗΤΑ ΚΑΙ ΕΝΕΡΓΟΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ

- Στη γενική περίπτωση ισχύει για κάθε κεραία:

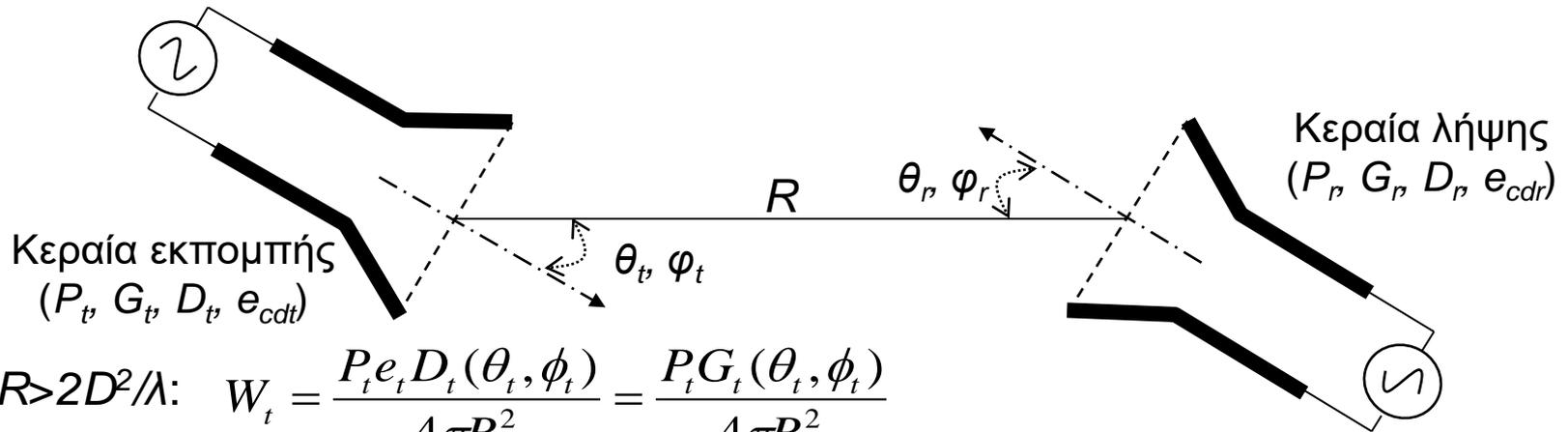
$$A_{em} = \frac{\lambda^2}{4\pi} D_0$$

- Όταν αυτή η σχέση πολλαπλασιαστεί με την πυκνότητα ισχύος του προσπίπτοντος ΗΜ κύματος, τότε παίρνουμε την μέγιστη ισχύ που φτάνει στο φορτίο (προσαρμοσμένη και χωρίς απώλειες)
- Αν υπάρχουν απώλειες στην κεραία (συντελεστής απόδοσης e_{cd}) τότε:

$$A_{em} = e_{cd} \frac{\lambda^2}{4\pi} D_0 = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_0$$

Ο τύπος του Friis για εκπομπή

(1)



- Για $R \gg 2D^2/\lambda$:
$$W_t = \frac{P_t e_t D_t(\theta_t, \phi_t)}{4\pi R^2} = \frac{P_t G_t(\theta_t, \phi_t)}{4\pi R^2}$$

- Ισχύει:
$$A_r = e_r D_r(\theta_r, \phi_r) \frac{\lambda^2}{4\pi}$$

- Επομένως η ισχύς που θα λάβει η κεραία λήψης είναι:

$$P_r = A_r W_t = \left(e_r D_r(\theta_r, \phi_r) \frac{\lambda^2}{4\pi} \right) \left(\frac{P_t e_t D_t(\theta_t, \phi_t)}{4\pi R^2} \right) \Rightarrow \frac{P_r}{P_t} = e_t e_r D_t(\theta_t, \phi_t) D_r(\theta_r, \phi_r) \left(\frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2$$

Ο τύπος του Friis για εκπομπή

(2)

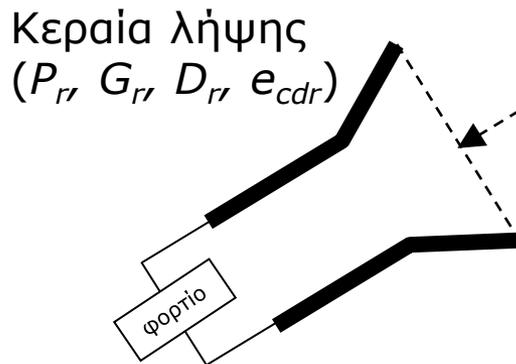
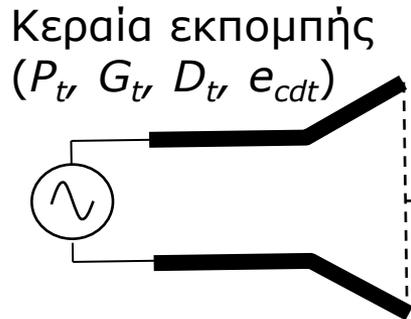
- Στην περίπτωση μέγιστης κατευθυντικής εκπομπής/λήψης:

$$\frac{P_r}{P_t} = G_{0t} G_{0r} \left(\frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2$$

- Ο όρος $\left(\frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2$ ονομάζεται εξασθένηση ελεύθερου χώρου
(free space loss)

ΕΦΑΡΜΟΓΗ: Ραντάρ

(1)



- R_2
- Η διατομή ραντάρ σ (m^2) – radar cross section - ορίζεται ως η ενεργός επιφάνεια στόχου η οποία όταν σκεδάσει ισοτροπικά την ισχύ που δέχεται, τότε δημιουργεί στο δέκτη πυκνότητα ισχύος ίση με αυτή που σκεδάστηκε από το στόχο

ΕΦΑΡΜΟΓΗ: Ραντάρ

(2)

- Η πυκνότητα ισχύος που προσπίπτει στο στόχο του ραντάρ είναι:

$$W_t = \frac{P_t G_t(\theta_t, \phi_t)}{4\pi R_1^2}$$

- Η ισχύς που προσπίπτει στο στόχο:

- αρχικά συλλέγεται $P_c = \sigma W_t = \sigma \frac{P_t G_t(\theta_t, \phi_t)}{4\pi R_1^2}$

- και κατόπιν ακτινοβολείται ιστροπικά $W_s = \frac{P_c}{4\pi R_2^2} = \sigma \frac{P_t G_t(\theta_t, \phi_t)}{(4\pi R_1 R_2)^2}$

- Η ισχύς που λαμβάνεται στο φορτίο του δέκτη είναι:

$$P_r = A_r W_s = \sigma \frac{P_t G_t(\theta_t, \phi_t) G_r(\theta_r, \phi_r)}{4\pi} \left(\frac{\lambda}{4\pi R_1 R_2} \right)^2$$

με A_r την ενεργό επιφάνεια της κεραίας του δέκτη

ΕΦΑΡΜΟΓΗ: Ραντάρ

(3)

- Εξίσωση του ραντάρ:

$$\frac{P_r}{P_t} = \sigma \frac{G_t(\theta_t, \phi_t) G_r(\theta_r, \phi_r)}{4\pi} \left(\frac{\lambda}{4\pi R_1 R_2} \right)^2$$

- Για την περίπτωση max εκπομπής/λήψης:

$$\frac{P_r}{P_t} = \sigma \frac{G_{0t} G_{0r}}{4\pi} \left(\frac{\lambda}{4\pi R_1 R_2} \right)^2$$

- Για την περίπτωση μονοστατικού ραντάρ, δηλ. όταν η κεραία εκπομπής και λήψης είναι μαζί ($R_1=R_2=R$):

$$\frac{P_r}{P_t} = \sigma \frac{G_{0t} G_{0r}}{4\pi} \left(\frac{\lambda}{4\pi R^2} \right)^2$$

Διατομή Ραντάρ

(4)

ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ	RCS (m ²)
Φορτηγό	200
Αυτοκίνητο	100
Jumbo jet	100
Κρουαζιερόπλοιο	10
Πολεμικό αεροσκάφος	2-6
Άνθρωπος	1
Πύραυλος	0.5
Πουλί	0.01
Εντομο	0.00001
Αεροσκάφος stealth	0.000001

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ

- ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΒΙΒΛΙΟΥ
- ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΒΙΒΛΙΟΥ
 - 2.4
 - 2.7
 - 2.10
 - 2.15
 - 2.39
 - 2.52