Ασύρματες Επικοινωνίες

Τμήμα Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών
Πανεπιστημίου Πελοποννήσου
Αν.Καθ. Γ. Αθανασιάδου
gathanas@uop.gr
Εργαστήριο Ασυρμάτων και Κινητών Επικοινωνιών
wmclab.uop.gr

Βασικές αρχές ΗΜ Πεδίων

Α’ μέρος

Ηλεκτρομαγνητικά πεδία

- **Ηλεκτρομαγνητικά πεδία** αποκαλούνται τα ακόλουθα τέσσερα διανυσματικά μεγέθη:

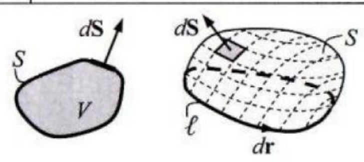
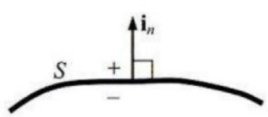
- $\vec{\boldsymbol{E}}$= ένταση ηλεκτρικού πεδίου (*Volts/m*)
- $\vec{D}$= πυκνότητα ηλεκτρικής ροής (*Coulombs/m*^{2})
- $\vec{\boldsymbol{H}}$ = ένταση μαγνητικού πεδίου (*Amperes/m*)
- $\vec{B}$= πυκνότητα μαγνητικής ροής (*Wb/m*^{2} ή *Teslas*)

Ηλεκτρομαγνητικά πεδία

- Τα ΗΜ πεδία είναι διανύσματα, συναρτήσεις του χρόνου και του χώρου, οπουδήποτε και πάντοτε παρόντα.

- Η θεμελιώδης θεωρία των ΗΜ πεδίων βασίζεται στις *εξισώσεις του Maxwell* (ένα σύνολο πειραματικά αποδεδειγμένων νόμων, οι οποίοι έχουν ελεχθεί πειραματικά και έχουν βρεθεί αληθείς οπουδήποτε στο χώρο και στο χρόνο).

Συνοπτικά…

Ονομασία	Ολοκληρωτική σχέση	Σημειακές σχέσεις	
		στο χώρο	σε επιφάνεια S
Διατήρηση φορτίου	$\oint_S dI = -\frac{d}{dt}\int_V dQ$	$\nabla\cdot\mathbf{J} = -\frac{\partial}{\partial t}\rho$	$\mathbf{i}_n\cdot(\mathbf{J}_+ - \mathbf{J}_-) = -\nabla\cdot\mathbf{K} - \frac{\partial}{\partial t}\sigma$
Gauss για πεδίο **D**	$\oint_S \mathbf{D}\cdot d\mathbf{S} = \int_V dQ$	$\nabla\cdot\mathbf{D} = \rho$	$\mathbf{i}_n\cdot(\mathbf{D}_+ - \mathbf{D}_-) = \sigma$
Gauss για πεδίο **B**	$\oint_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{S} = 0$	$\nabla\cdot\mathbf{B} = 0$	$\mathbf{i}_n\cdot(\mathbf{B}_+ - \mathbf{B}_-) = 0$
Faraday	$\oint_\ell \mathbf{E}\cdot d\mathbf{r} = -\frac{d}{dt}\int_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{S}$	$\nabla\times\mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{B}$	$\mathbf{i}_n\times(\mathbf{E}_+ - \mathbf{E}_-) = 0$
Ampere-Maxwell	$\oint_\ell \mathbf{H}\cdot d\mathbf{r} = \int_S dI + \frac{d}{dt}\int_S \mathbf{D}\cdot d\mathbf{S}$	$\nabla\times\mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial}{\partial t}\mathbf{D}$	$\mathbf{i}_n\times(\mathbf{H}_+ - \mathbf{H}_-) = \mathbf{K}$
			

Στο εσωτερικό αγωγών: **E**=0

Στο εσωτερικό μονωτών: **J**=0

Καταστατικές εξισώσεις:

D=ε**E**

B=μ**H**

J=g**E**

Καταστατικές Εξισώσεις (1)

Οι καταστατικές σχέσεις παρέχουν πληροφορίες για το περιβάλλον μέσα στο οποίο διαδίδονται τα ΗΜ πεδία .

Οι καταστατικές εξισώσεις για ένα απλό μέσο είναι:

$$\boxed{\vec{D} = \varepsilon \vec{E}}$$

Ορισμός της ***απόλυτης διηλεκτρικής σταθεράς***
ή ηλεκτρικής διαπερατότητας *ε (Farad/m)*

$$\boxed{\vec{B} = \mu \vec{H}}$$

Ορισμός της ***μαγνητικής διαπερότητας,*** *μ (Henry/m)*

Καταστατικές Εξισώσεις (2)

Για το απόλυτο κενό έχουμε:

$\mu=\mu_0=4\pi \times 10^{-7} H/m$ και $\varepsilon=\varepsilon_0= 8{,}85 \times 10^{-12} F/m$.

$$\boxed{\varepsilon = \varepsilon_r \, \varepsilon_0}$$

Ορισμός της ***σχετικής ηλεκτρικής διαπερατότητας,*** ε_r

$$\boxed{\mu = \mu_r \, \mu_0}$$

Ορισμός της σχετικής ***μαγνητικής διαπερότητας,*** μ_r

Οι ε_r και μ_r είναι καθαροί αριθμοί.

Αρμονικά μεταβαλλόμενα στο χρόνο πεδία (1)

Όλα τα διανυσματικά πεδία, όλα τα ρεύματα και όλες οι πυκνότητες φορτίων είναι πραγματικές συναρτήσεις του χρόνου και του χώρου.

Εξετάζουμε τώρα την περίπτωση όπου τα διανυσματικά πεδία, τα ρεύματα και οι πυκνότητες φορτίων *μεταβάλλονται ημιτονοειδώς στο χρόνο, με την ίδια γωνιακή ταχύτητα ω*.

Μονοχρωματικά πεδία: *αρμονικά μεταβαλλόμενα στο χρόνο πεδία μίας συχνότητας.*

Αρμονικά μεταβαλλόμενα στο χρόνο πεδία (2)

Έτσι για παράδειγμα, μπορούμε να γράψουμε τη συνιστώσα x (ομοίως για y, z) του πραγματικού διανύσματος ***E***, ως ακολούθως:

$$E_x(x,y,z,t) = E_1(x,y,z)\cos(\omega t + \phi_1)$$

$$E_x(x,y,z,t) = \mathrm{Re}\{E_1(x,y,z)\, e^{j\phi_1} e^{j\omega t}\}$$

$$\mathrm{E}_x(x,y,z) = E_1(x,y,z)\, e^{j\phi_1}$$

Αρμονικά μεταβαλλόμενα στο χρόνο πεδία (3)

Αποκαλούμε την $\mathrm{E}_x(x, y, z)$ ***μιγαδική αναπαράσταση*** (phasor) της $E_x(x, y, z, t)$.

$$\mathrm{E}_x(x, y, z) = E_1(x, y, z)\, e^{j\phi_1}$$

Η αρχική συνάρτηση $E_x(x, y, z, t)$ προκύπτει από τη μιγαδική αναπαράσταση ως εξής:

$$E_x(x, y, z, t) = \mathrm{Re}\{\mathrm{E}_x(x, y, z)\, e^{j\omega t}\}$$

Αρμονικά μεταβαλλόμενα στο χρόνο πεδία (4)

Συνοπτικά, μπορούμε να γράψουμε:

$$E_x(x,y,z,t) \leftrightarrow \mathrm{E}_x(x,y,z)$$

Οι χρονικές παράγωγοι μπορούν να αναπαρασταθούν με *jω*.

$$\frac{\partial}{\partial t}\vec{E}(x,y,z,t) \leftrightarrow j\omega\,\vec{\mathrm{E}}(x,y,z)$$

Όλα τα διανυσματικά πεδία μετατρέπονται σε μιγαδικά μεγέθη, ανεξάρτητα του χρόνου.

Διάνυσμα Poynting (1)

$$\vec{W}(t)=\vec{E}(t)\times\vec{H}(t)$$

Ορισμός **διανύσματος Poynting** (πυκνότητα ισχύος - αναπαριστά τη *ροή της ΗΜ ισχύος ανά μονάδα επιφανείας*)

$$\vec{W}=\frac{1}{2}\vec{\mathrm{E}}\times\vec{\mathrm{H}}^{*}$$

Μιγαδικό διάνυσμα Poynting (όπου Ε και Η είναι οι phasors των *E* και *H*)

Η μονάδα μέτρησης του ***W*** είναι *Watt/m²*

$$\left(1\frac{V}{m}\cdot\frac{A}{m}=1\frac{Watt}{m^{2}}\right)$$

Διάνυσμα Poynting (2)

Για τα αρμονικά μεταβαλλόμενα στο χρόνο πεδία, η **μέση χρονική τιμή του διανύσματος Poynting <*S*>** ορίζεται ως το μέσο διάνυσμα Poynting στο πεδίο του χρόνου ***S****(x,y,z,t)*, μέσα στο χρόνο μιας περιόδου Τ.

$$<\vec{W}>=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\vec{E}(x,y,z,t)\times\vec{H}(x,y,z,t)d(\omega t)$$

$$\boxed{<\vec{W}>=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left\{\vec{\mathrm{E}}\times\vec{\mathrm{H}}^{*}\right\}=\mathrm{Re}\left\{\vec{W}\right\}}$$

μέση χρονική τιμή του διανύσματος Poynting

όπου **E** και **H** είναι οι αντίστοιχες μιγαδικές εκφράσεις των πεδίων ***E*** και ***H*** και *S* το μιγαδικό διάνυσμα Poynting.

Ομοιόμορφα επίπεδα κύματα στο απόλυτο κενό (1)

Από τις εξισώσεις Maxwell σε περιοχή χωρίς πηγές και με εφαρμογή μαθηματικών ταυτοτήτων καταλήγουμε:

$$\nabla^2 \vec{E} + \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \vec{E} = 0$$

κυματική εξίσωση για το *E*

Παρόμοια εξίσωση ισχύει και για το ***H***

Ομοιόμορφα επίπεδα κύματα στο απόλυτο κενό (2)

Για τη λύση της δευτεροβάθμιας διαφορικής εξίσωσης κύματος, θεωρούμε την απλή περίπτωση όπου το πεδίο ***E*** είναι παράλληλο προς τον άξονα *x* και αποτελεί συνάρτηση μόνο του *z*.

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} + \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 E_x = 0$$

Μία λύση στην παραπάνω διαφορική εξίσωση είναι:

$$\vec{E} = E_0 e^{-jkz} \hat{x}$$

Ηλεκτρικό πεδίο ομοιόμορφου επίπεδου κύματος

Ομοιόμορφα επίπεδα κύματα στο απόλυτο κενό (3)

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2}+\omega^2\mu_0\varepsilon_0 E_x=0\\&\vec{E}=E_0 e^{-jkz}\hat{x}\end{aligned}\right\}\qquad \left(-k^2+\omega^2\mu_0\varepsilon_0\right)E_0=0$$

$$\boxed{k^2=\omega^2\mu_0\varepsilon_0}$$

εξίσωση διασποράς

k είναι ο **κυματαριθμός**

Ο συντελεστής *exp(-jkz)* αναπαριστά ένα κύμα που διαδίδεται προς τη θετική κατεύθυνση των *z*, ενώ ο *exp(jkz)* αναπαριστά ένα κύμα που διαδίδεται προς την αρνητική κατεύθυνση των *z.*

Ομοιόμορφα επίπεδα κύματα στο απόλυτο κενό (4)

Το ηλεκτρικό πεδίο στον πραγματικό χώρο και χρόνο:

$$\vec{E}(z,t) = \mathrm{Re}\left\{ \vec{E} e^{j\omega t} \right\} = \hat{x} E_0 \cos\left(\omega t - kz\right)$$

Για z=0: $$E_x = E_0 \cos\left(\omega t\right)$$

- Περιοδική συνάρτηση στο χρόνο, με περίοδο $T = 2\pi/\omega$, και συχνότητα $f = 1/T = \omega/2\pi$.
- Η $\omega = 2\pi f$ καλείται γωνιακή συχνότητα του κύματος.

Ομοιόμορφα επίπεδα κύματα στο απόλυτο κενό (5)

$$\vec{E}(z,t) = \mathrm{Re}\left\{\vec{E}e^{j\omega t}\right\} = \hat{x}E_0 \cos(\omega t - kz)$$

Στη θέση $z_0 = \lambda$, όπου $k\lambda = 2\pi$ η συνάρτηση επαναλαμβά-νεται. Το μέγεθος λ καλείται μήκος κύματος.

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{1}{f\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

μήκος κύματος

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

κυματαριθμός = ο αριθμός των μηκών κύματος που περιέχεται μέσα σε ένα διάστημα στο χώρο ίσο με 2π.

$$\vec{k} = k\hat{z}$$

κυματοδιάνυσμα

$$\vec{E} = E_0 e^{-j\vec{k}\cdot\vec{r}}\hat{x}$$

Ομοιόμορφα επίπεδα κύματα στο απόλυτο κενό (6)

$$\vec{E}(z,t) = \mathrm{Re}\left\{\vec{E}e^{j\omega t}\right\} = \hat{x}E_0 \cos(\omega t - kz)$$

Αν προχωράμε κατά μήκος του κύματος, με τι ταχύτητα θα πρέπει να κινηθούμε, έτσι ώστε να συμβαδίζουμε με το κύμα;

Θα πρέπει το cos(*ωt*-*kz*) και επομένως η φάση του κύματος να είναι σταθερή: *ωt*-*kz* = σταθερό

ταχύτητα διάδοσης

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{dz}{dt} = \upsilon = \dfrac{\omega}{k} \\ k^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \end{array}\right\} \boxed{\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}}$$

Η ταχύτητα διάδοσης είναι ανεξάρτητη της συχνότητας του κύματος.

Ομοιόμορφα επίπεδα κύματα στο απόλυτο κενό (7)

$$\vec{H} = \hat{y}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}E_0 e^{-jkz}$$

Πεδίο Η ενός ομοιόμορ-φου επίπεδου κύματος

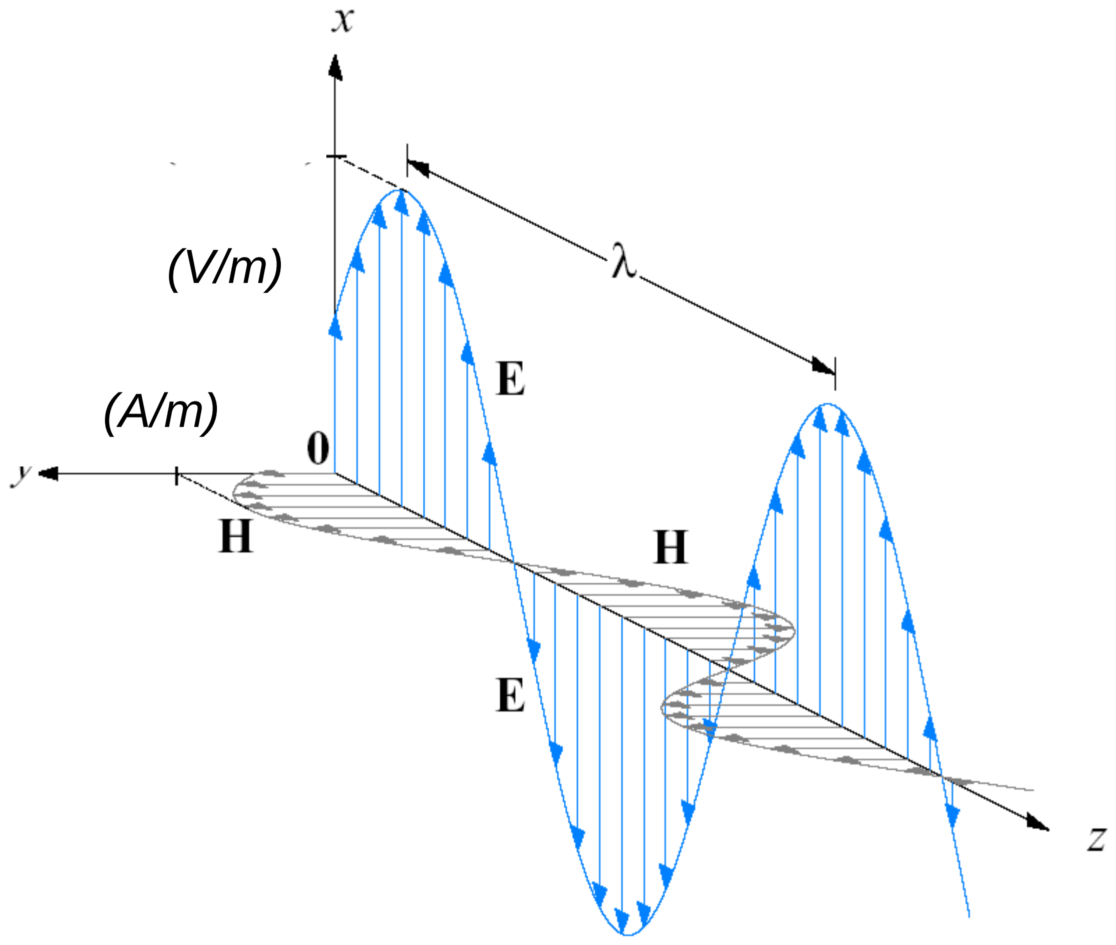
Η μεταβολή του ***H*** στο χωρό-χρονο είναι παρόμοια με τη μεταβολή του ***E***. Τα πλάτη τους σχετίζονται με το συντελεστή $(\mu_0/\varepsilon_0)^{1/2}$.

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$$

χαρακτηριστική ή ενδογενής αντίσταση

n = 120π στο κενό

Ομοιόμορφα επίπεδα κύματα στο απόλυτο κενό (8)



Ομοιόμορφα επίπεδα κύματα στο απόλυτο κενό (9)

- Το κύμα έχει το ***E*** στην κατεύθυνση ***x***, το ***H*** στην κατεύθυνση ***y*** και διαδίδεται προς την κατεύθυνση ***z***.
- Ένα ομοιόμορφο επίπεδο κύμα μεταφέρει ΗΜ ισχύ. Η πυκνότητα ισχύος υπολογίζεται από το *διάνυσμα Poynting*:

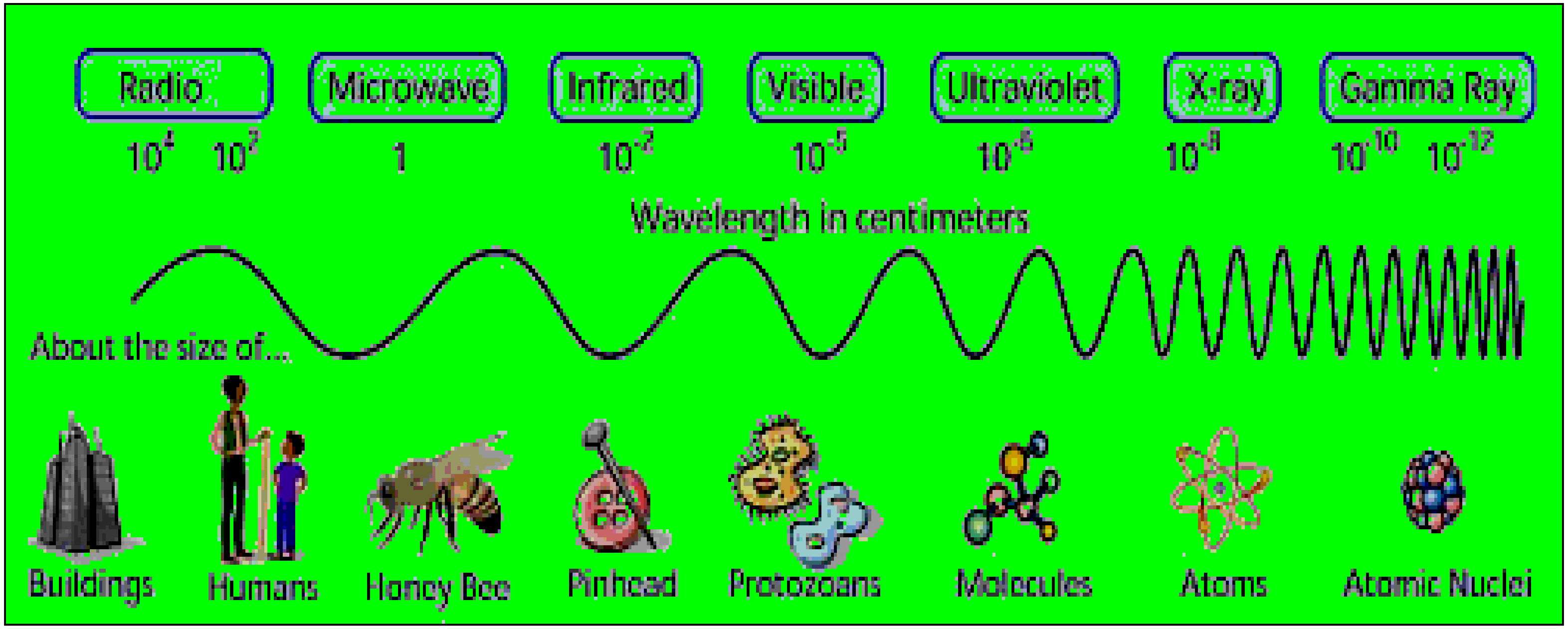
$$\vec{W} = \frac{E_0^2}{\eta}\cos^2(\omega t - kz)\hat{z} \qquad \langle \vec{W} \rangle = \frac{E_0^2}{2\eta}\hat{z}$$

Ομοιόμορφα επίπεδα κύματα στο απόλυτο κενό (10)

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{1}{f\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = \frac{c}{f}$$

Μήκος κύματος και ύλη



Επίπεδα Κύματα σε Υλικά Μέσα που δεν Επιφέρουν Απώλειες

Το ΗΜ κύμα σε ένα μέσο που δεν επιφέρει απώλειες συμπεριφέρεται όπως και το κύμα στον ελεύθερο χώρο.

Στα υλικά αυτά η ειδική αγωγιμότητα είναι μηδενική, ο κυματαριθμός k και η ενδογενής αντίσταση η είναι πραγματικοί αριθμοί. Η ταχύτητα του κύματος ισούται με $1/(\mu\varepsilon)^{1/2}$.

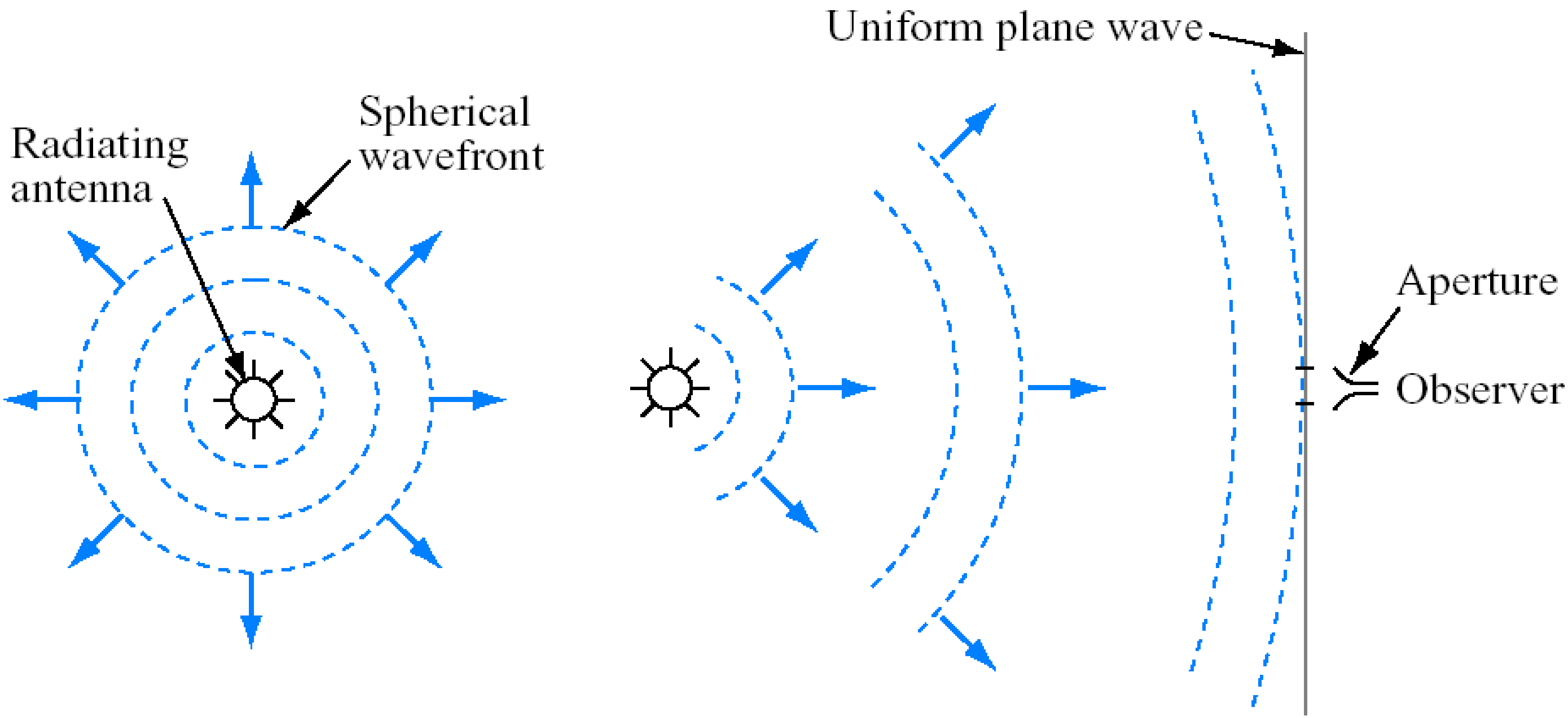
ΗΜ Κύματα

- Το γνωστό φάσμα των ΗΜ κυμάτων καλύπτει μια ευρεία έκταση συχνοτήτων (από μερικά *Hertz* μέχρι $\sim 10^{19}$*Hertz*). Τα ραδιοκύματα, τα σήματα τηλεόρασης, ραντάρ, κινητής τηλεφωνίας, το ορατό φως, οι ακτίνες *Χ* και *γ*, αποτελούν μερικά από τα παραδείγματα ΗΜ κυμάτων.

- Στο απόλυτο κενό, όλα αυτά τα κύματα διαδίδονται με την ίδια ταχύτητα $c = 1/(\mu_0\varepsilon_0)^{1/2} = 3x10^8 m/s$, και ακολουθούν τους ίδιους νόμους, που περιγράφονται από τις εξισώσεις του Maxwell.

Γ. Αθανασιάδου

Σφαιρικές κυματομορφές



Προσέγγιση σφαιρικών κυμάτων ως επίπεδα κύματα