

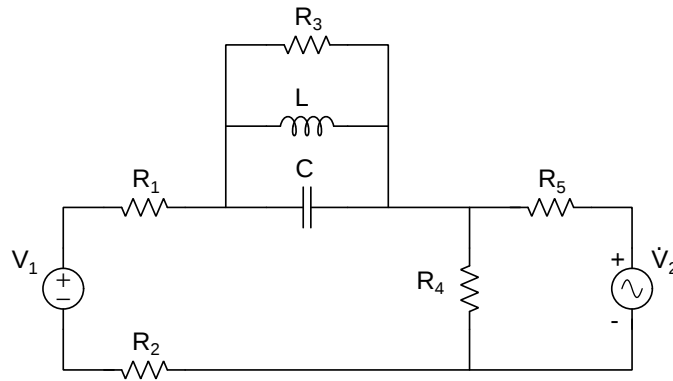
Ηλεκτρικά Κυκλώματα Ι - Λύσεις - Ομάδα Α

Διδάσκων: Δροσόπουλος Αναστάσιος

2025-02-03

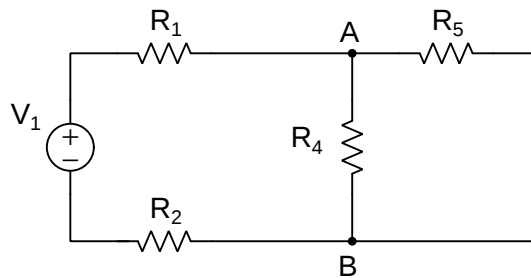
1 Θέμα (5 μον.)

Στο παρακάτω κύκλωμα έχουμε: $f = 225.2 \text{ Hz}$, $V_1 = 264 \text{ V}$, $\dot{V}_2 = 150/32^\circ \text{ V}$, $R_1 = 125 \Omega$, $R_2 = 63 \Omega$, $R_3 = 85 \Omega$, $R_4 = 190 \Omega$, $R_5 = 242 \Omega$, $L = 78 \text{ mH}$, $C = 6.4034 \mu\text{F}$. Προσδιορίστε την ισχύ που καταναλώνεται στην αντίσταση R_4 .



Λύση

Χρησιμοποιούμε υπέρθεση. Με πηγή εναλλασσόμενου off έχουμε κύκλωμα συνεχούς. Στο συνεχές το πηνίο είναι βραχυκύκλωμα και ο πυκνωτής διακόπτης. Που σημαίνει τα παράλληλα στοιχεία R_3 , L , C είναι εκτός και έχουμε το κύκλωμα:



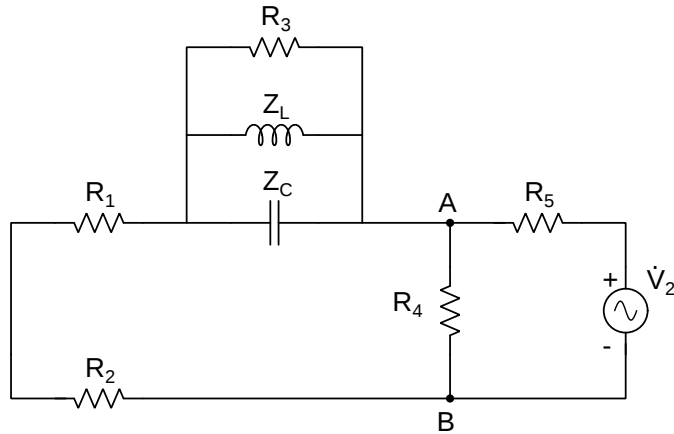
Θέτοντας τον B σαν κόμβο αναφοράς και χρησιμοποιώντας κομβική ανάλυση:

$$\frac{V_A - V_1}{R_1 + R_2} + \frac{V_A}{R_4} + \frac{V_A}{R_5} = 0 \Rightarrow V_A = \frac{\frac{V_1}{R_1 + R_2}}{\frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}} = 95.4 \text{ V}$$

Η ισχύς στην R_4 από αυτή την DC συνιστώσα είναι:

$$P_{dc} = \frac{V_A^2}{R_4} = 47.9 \text{ W}$$

Για το εναλλασσόμενο έχουμε το κύκλωμα:



Οι σύνθετες αντιστάσεις πηνίου και πυκνωτή για την συγκεκριμένη συχνότητα είναι:

$$\begin{aligned} f &= 225.2 \text{ Hz} & \omega &= 1415 \text{ rad/s} \\ L &= 78 \text{ mH} & Z_L &= j110.37 \Omega \\ C &= 6.4034 \mu\text{F} & Z_C &= -j110.37 \Omega \end{aligned}$$

Z_L και Z_C είναι αντίθετες (συντονισμός) και βγαίνουν εκτός. Χρησιμοποιώντας πάλι κομβική ανάλυση:

$$\frac{\dot{V}_A - \dot{V}_2}{R_5} + \frac{\dot{V}_A}{R_4} + \frac{\dot{V}_A}{R_1 + R_2 + R_3} = 0 \Rightarrow \dot{V}_A = \frac{\frac{\dot{V}_2}{R_5}}{\frac{1}{R_1 + R_2 + R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}} = 47.5 \angle 32^\circ \text{ V}$$

Η ισχύς στην R_4 από αυτή την AC συνιστώσα είναι:

$$P_{ac} = \frac{|\dot{V}_A|^2}{R_4} = 11.9 \text{ W}$$

άρα η συνολική ισχύς είναι

$$P = P_{dc} + P_{ac} = 59.8 \text{ W}$$

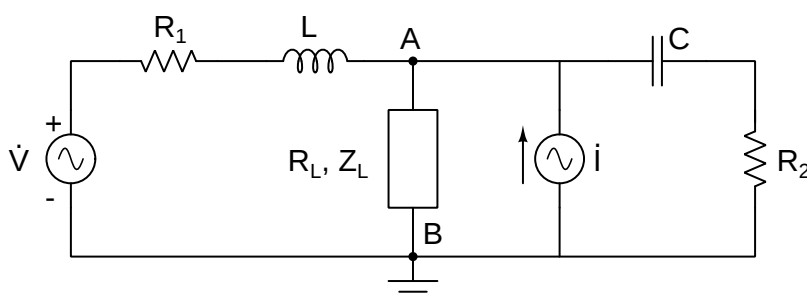
Είναι λάθος να υπολογίσουμε την ισχύ προσθέτοντας dc τάση και φάσορα τάσης ac γιατί έτσι μετατρέπουμε την dc συνιστώσα σε φάσορα που δεν είναι. Άρα το παρακάτω

$$\dot{V}_{AB} = V_A + \dot{V}_A = 138 \angle 10.5^\circ \text{ V} \quad P = \frac{|\dot{V}_{AB}|^2}{R_4} = 100.23 \text{ W}$$

είναι λάθος.

2 Θέμα (5 μον.)

Στο παρακάτω κύκλωμα έχουμε: $\dot{V} = 284 \angle 22^\circ \text{ V}$, $\dot{I} = 2.1 \angle -46^\circ \text{ A}$, $R_1 = 110 \Omega$, $R_2 = 173 \Omega$, $C = 4.6 \mu\text{F}$, $L = 67 \text{ mH}$, $f = 185 \text{ Hz}$. Υπολογίστε τα φορτία R_L ή Z_L για τα οποία έχουμε μέγιστη μεταφορά πραγματικής ισχύος καθώς και την αντίστοιχη ισχύ. Στην περίπτωση της σύνθετης αντίστασης Z_L με ποια πραγματικά στοιχεία μπορούμε να την υλοποιήσουμε;



Λύση

Έχουμε για σύνθετη αντίσταση πηνίου και πυκνωτή

$$z_L = j77.9 \, \Omega \quad z_C = -j187 \, \Omega$$

Με κομβική ανάλυση όπου $\dot{V}_{AB} = \dot{V}_{TH}$

$$\frac{\dot{V}_{TH} - \dot{V}}{R_1 + z_L} + \frac{\dot{V}_{TH}}{R_2 + z_C} - \dot{I} = 0 \Rightarrow \dot{V}_{TH} = 457 \angle -20.5^\circ \text{ V}$$

και σβήσιμο πηγών για αντίσταση που φαίνεται στα ανοικτά A, B

$$Z_{TH} = (R_1 + z_L) \parallel (R_2 + z_C) = 111.8 + j18 = 113.2 \angle 9.16^\circ \, \Omega$$

Οπότε για πραγματικό φορτίο

$$R_L = |Z_{TH}| = 113.2 \, \Omega \quad P_{\max} = \frac{|\dot{V}_{TH}|^2}{2\Re\{Z_{TH}\} + 2|Z_{TH}|} = 464.2 \text{ W}$$

και για σύνθετο φορτίο

$$Z_L = Z_{TH}^* = 111.8 - j18 = 113.2 \angle -9.16^\circ \, \Omega \quad P_{\max} = \frac{|\dot{V}_{TH}|^2}{4\Re\{Z_{TH}\}} = 467.2 \text{ W}$$

Για υλοποίηση σύνθετου φορτίου Z_L

$$R = 111.8 \, \Omega \quad \text{και} \quad C = -\frac{1}{\omega \Im\{Z_{TH}\}} = 47.7 \, \mu\text{F}$$