Ηλεκτρικά Κυκλώματα Ι

Διάλεξη 10

Α. Δροσόπουλος

15-11-2024

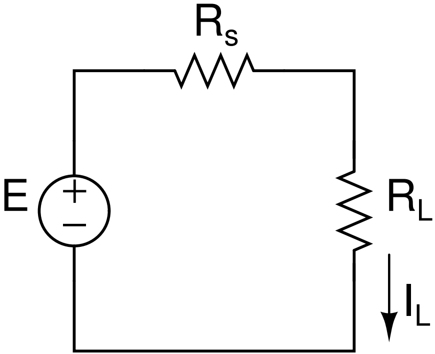
Outline

Topic

1. Μέγιστη μεταφορά ισχύος στο συνεχές
2. Παραδείγματα και ασκήσεις
3. Θεωρήματα Thevenin και Norton

Μέγιστη μεταφορά ισχύος

Η πραγματική πηγή έχει ΗΕΔ E και εσωτερική αντίσταση R_s. Πότε έχουμε μέγιστη μεταφορά ισχύος από την πηγή στο φορτίο R_L;



Μέγιστη μεταφορά ισχύος (συνέχεια 2)

Το ρεύμα που περνάει από το φορτίο είναι

$$I_L = \frac{E}{R_s + R_L}$$

και η ισχύς είναι

$$P_L = I_L^2 R_L = \frac{E^2 R_L}{(R_s + R_L)^2}$$

Ακρότατο $R_{L,0}$ η λύση της

$$\frac{dP_L}{dR_L} = 0$$

$R_{L,0}$ μέγιστο $\left.\frac{d^2 P_L}{dR_L^2}\right|_{R_L = R_{L,0}} < 0$ και ελάχιστο $\left.\frac{d^2 P_L}{dR_L^2}\right|_{R_L = R_{L,0}} > 0$

Μέγιστη μεταφορά ισχύος (συνέχεια 3)

$$\frac{dP_L}{dR_L} = E^2 \, \frac{1 \cdot (R_s + R_L)^2 - R_L \cdot 2 \cdot (R_s + R_L)}{(R_s + R_L)^4} = 0 \;\Rightarrow$$

$$(R_s + R_L) \cdot \Big((R_s + R_L) - 2 \cdot R_L \Big) = 0 \;\Rightarrow\; R_L = R_s$$

$$\frac{d^2 P_L}{dR_L^2} = E^2 \, \frac{-1 \cdot (R_s + R_L)^3 - (R_s - R_L) \cdot 3 \cdot (R_s + R_L)^2}{(R_s + R_L)^6}$$

και για $R_L = R_s$

$$\left. \frac{d^2 P_L}{dR_L^2} \right|_{R_L = R_s} = -\frac{E^2}{(2R_s)^3} < 0$$

άρα $R_{L,0} = R_s$ είναι ακρότατο που οδηγεί σε μέγιστη ισχύ.

Μέγιστη μεταφορά ισχύος (συνέχεια 4)

Στη γενική περίπτωση όπου έχουμε ένα οποιοδήποτε γραμμικό κύκλωμα και θέλουμε την μέγιστη ισχύ σε κάποιο φορτίο R_L, αντικαθιστούμε το κύκλωμα (μείον το φορτίο R_L) με το ισοδύναμό του κατά Thevenin, οπότε έχουμε πάλι τη μορφή του απλού βρόχου που εξετάσαμε προηγουμένως. Μέγιστη ισχύ τώρα έχουμε για $R_L = R_{TH}$ και η μέγιστη ισχύς είναι

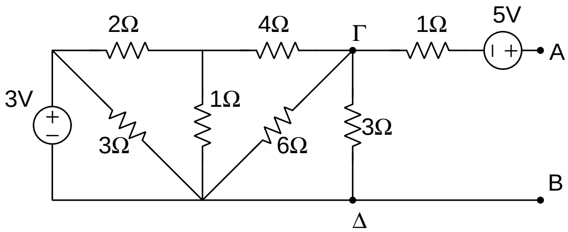
$$P_{L,\text{μεγ}} = \frac{V_{TH}^2}{4R_{TH}}$$

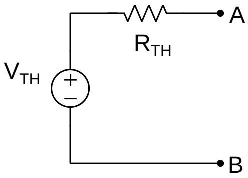
Topic

1. Μέγιστη μεταφορά ισχύος στο συνεχές
2. **Παραδείγματα και ασκήσεις**
3. Θεωρήματα Thevenin και Norton

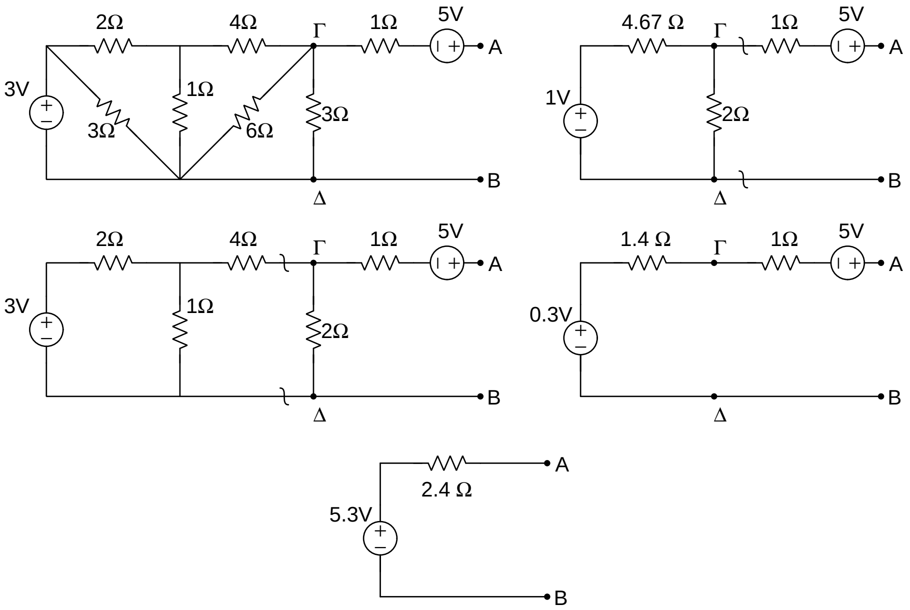
Παράδειγμα 1

Να υπολογισθεί το κατά Thevenin ισοδύναμο ως προς τους ακροδέκτες A, B του παρακάτω κυκλώματος. Να προσδιορισθεί κατόπιν η τιμή του φορτίου R_L στους ακροδέκτες A, B που καταναλώνει μέγιστη ισχύ από το κύκλωμα και να βρεθεί η τιμή της.





Παράδειγμα 1 (συνέχεια 1)



Παράδειγμα 1 (συνέχεια 2)

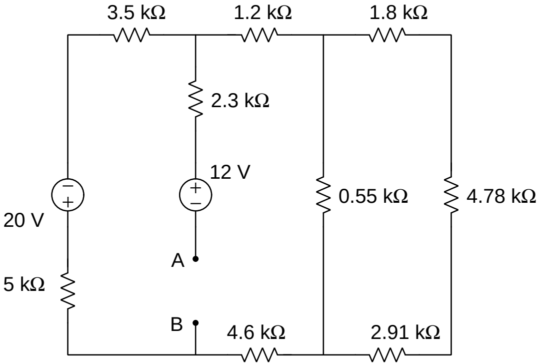
$$R_L = 2.4\ \Omega$$

$$P_{\text{max}} = \frac{V_{TH}^2}{4R_{TH}} = 2.926\ \text{W}$$

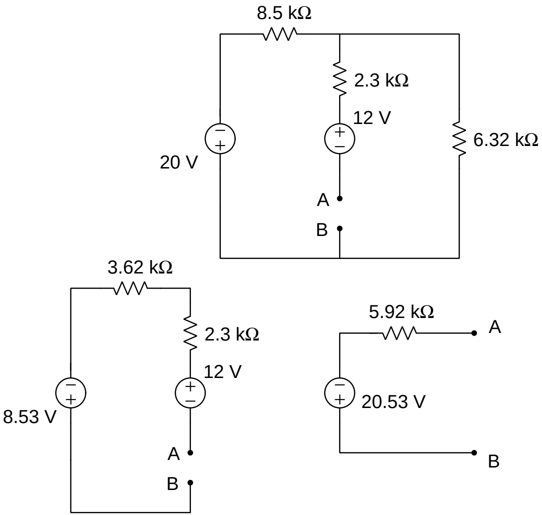
Παράδειγμα 2

Δίδεται το παρακάτω κύκλωμα. Να υπολογιστούν:

- Η τάση V_{AB} με ανοικτούς τους ακροδέκτες Α, Β.
- Η συνολική αντίσταση κατά Thevenin που φαίνεται στους ανοικτούς ακροδέκτες Α, Β.
- Το ρεύμα βραχυκυκλώσεως I_{AB} όταν οι ακροδέκτες Α, Β είναι βραχυκυκλωμένοι.
- Εάν προσθέσουμε ένα φορτίο R_L μεταξύ των ακροδεκτών Α, Β, ποια είναι η τιμή του φορτίου έτσι ώστε να έχουμε μέγιστη κατανάλωση ισχύος από το κύκλωμα και ποια είναι αυτή η ισχύς;



Παράδειγμα 2 (συνέχεια 1)



Παράδειγμα 2 (συνέχεια 2)

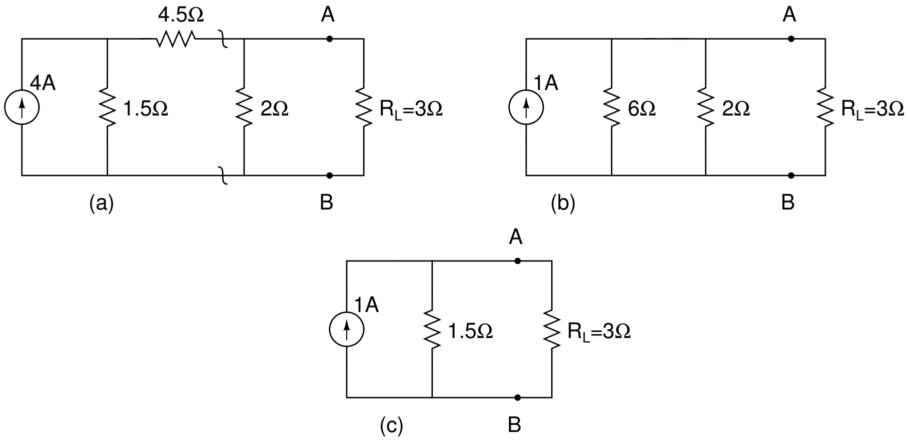
$$R_L = 5.92\ \mathrm{k\Omega}$$

$$P_{\max} = \frac{V_{TH}^2}{4R_{TH}} = 17.8\ \mathrm{mW}$$

Topic

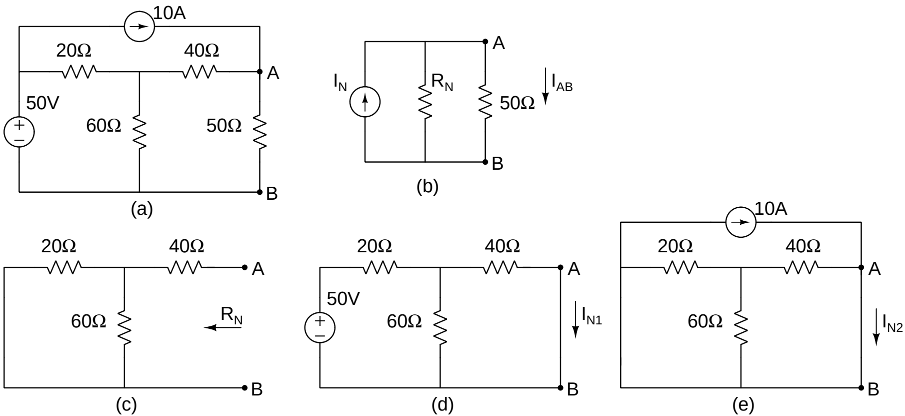
Παράδειγμα 4

Να υπολογιστεί η ισχύς στην αντίσταση $R_L = 3\ \Omega$ στο παρακάτω κύκλωμα (a) με το θεώρημα Norton.



Παράδειγμα 5

Να υπολογιστεί η ισχύς στην αντίσταση $50\ \Omega$ στο παρακάτω κύκλωμα (a) με το θεώρημα Norton και υπέρθεση.

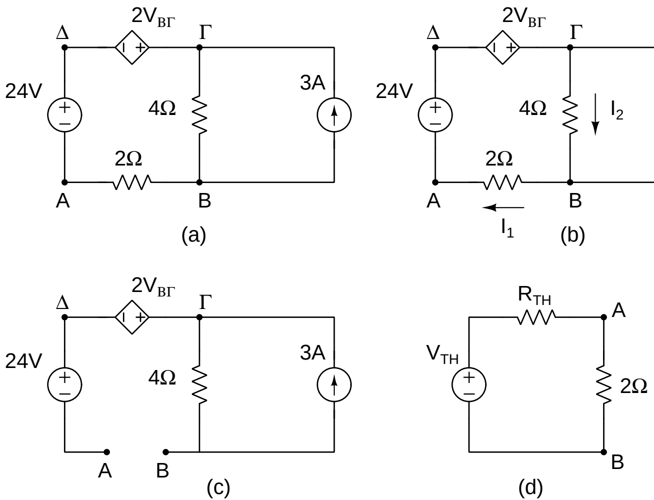


Παράδειγμα 5b

- Θέλουμε να μετατρέψουμε το (a) στο (b)
- Η αντίσταση Norton είναι αυτή που φαίνεται με ανοικτούς ακροδέκτες A,B και σβηστές ανεξάρτητες πηγές (c) $R_N = (20 \parallel 60) + 40 = 55\ \Omega$.
- Με υπέρθεση και ενεργή την πηγή τάσης έχουμε το (d). Με μετασχηματισμό σε πηγή ρεύματος και διαιρέτη ρεύματος $I_{N1} = 0.68$ A.
- Με υπέρθεση και ενεργή την πηγή ρεύματος έχουμε το (e). Στη διακλάδωση στο A έχουμε έναν κλάδο με αντίσταση και άλλο κλάδο βραχυκύκλωμα. Προφανώς $I_{N2} = 10$ A.
- Άρα $I_N = I_{N1} + I_{N2} = 10.68$ A.
- Άρα $I_{AB} = R_N I_N/(R_N + 50) = 5.59$ A και $P_{50} = I_{AB}^2 50 = 1564.8$ W

Παράδειγμα 6

Να υπολογιστεί η τάση V_{AB} στο παρακάτω κύκλωμα (a) με α) κανόνες Kirchhoff και β) θεώρημα Thevenin.



Παράδειγμα 6b - Kirchhoff

Κλαδικά ρεύματα

$$\left.\begin{array}{rrcl}\text{κόμβος Β:} & -I_1 + I_2 - 3 & = & 0 \\ \text{αριστερός βρόγχος:} & -2V_{\text{ΒΓ}} + 4I_2 + 2I_1 & = & 24 \\ & V_{\text{ΒΓ}} & = & -4I_2\end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{rcl} -I_1 + I_2 & = & 3 \\ 2I_1 + 12I_2 & = & 24 \end{array}$$

```
octave:1> A=[-1 1; 2 12]; b=[3; 24]; I=inv(A)*b
I =
  -0.85714
   2.14286

octave:2> Vab = -2*I(1)
Vab =  1.7143
```

Παράδειγμα 6c - Thevenin

$$V_{AB|oc} = -24 - 2V_{\text{ΒΓ}} + V_{\text{ΓΒ}} = -24 - 3V_{\text{ΒΓ}} = -24 - 3(-3 \cdot 4) = 12 \text{ V}$$

$$2V_{\text{ΒΓ}} + 24 = 4I_2 \Rightarrow 2(-4I_2) + 24 = 4I_2 \Rightarrow I_2 = 2 \text{ A}$$

$$I_{AB|sc} = 3 - I_2 = 1 \text{ A}$$

$$R_{TH} = \frac{V_{TH}}{I_N} = 12 \ \Omega$$

$$V_{AB} = \frac{2V_{TH}}{2 + R_{TH}} = 1.714 \text{ V}$$

Σημαντική Παρατήρηση

Οι εξαρτημένες πηγές τάσης ή ρεύματος είναι τα μόνα μη γραμμικά στοιχεία στα μέχρι τώρα κυκλώματά μας. Η διαδικασία εύρεσης ισοδυνάμου Thevenin / Norton διαφέρει. Πρέπει να βρεθούν:

- η τάση με ανοικτούς ακροδέκτες $V_{oc} = V_{TH}$
- το ρεύμα βραχυκυκλώσεως $I_{sc} = I_N$ και
- η αντίσταση Thevenin / Norton είναι τότε ο λόγος $R_{TH} = R_N = V_{oc}/I_{sc} = V_{TH}/I_N$.

Σημαντική Παρατήρηση 2