

Ηλεκτρικά Κυκλώματα Ι

Διάλεξη 10

Α. Δροσόπουλος

10-11-2022

1 Κυκλώματα

2 Ασκήσεις

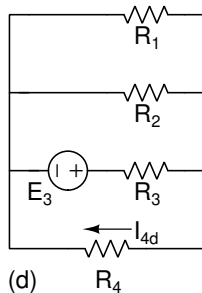
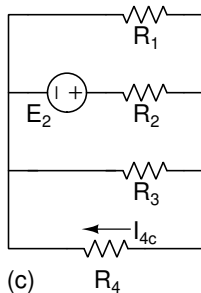
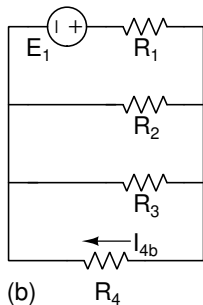
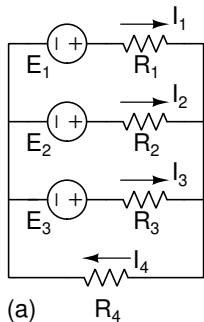
1 Κυκλώματα

2 Ασκήσεις

- Ένα άλλο σημαντικό και χρήσιμο θεώρημα είναι το θεώρημα επαλληλίας ή αλλιώς η αρχή της υπερθέσεως. Σε ένα γραμμικό κύκλωμα που έχει περισσότερες από μία πηγές μπορούμε να υπολογίσουμε την απόκρισή του (τάση και ρεύμα σε κάθε στοιχείο) για κάθε πηγή ξεχωριστά, «σβήνοντας» τις υπόλοιπες. Η συνολική απόκριση είναι το άθροισμα των επί μέρους αποκρίσεων. Με το θεώρημα αυτό μπορούμε πολλές φορές να απλοποιήσουμε σύνθετα κυκλώματα σε πιο απλά.
- Πηγή τάσης την «σβήνουμε» βραχυκυκλώνοντάς την.
- Πηγή ρεύματος την «σβήνουμε» ανοίγοντάς την.

Παράδειγμα

Να βρεθεί το ρεύμα I_4 στο κύκλωμα (a) με τη μέθοδο υπέρθεσης όταν $E_1 = 18\text{ V}$, $E_2 = 9\text{ V}$, $E_3 = 20\text{ V}$, $R_1 = 1.2\text{ k}\Omega$, $R_2 = 800\ \Omega$, $R_3 = 1.4\text{ k}\Omega$, $R_4 = 600\ \Omega$.



Παράδειγμα 2

Με τη μέθοδο επαλληλίας έχουμε τα κυκλώματα (b),(c),(d). Ένας απλός τρόπος είναι να κάνουμε την κάθε πηγή τάσης πηγή ρεύματος, παράλληλες τις R_1 , R_2 , R_3 και έναν διαιρέτη ρεύματος για το κάθε ρεύμα I_{4b} , I_{4c} , I_{4d} .

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow R = 357.45 \Omega$$

$$I_{4b} = \frac{R}{R + R_4} \frac{E_1}{R_1} = 5.6 \text{ mA}$$

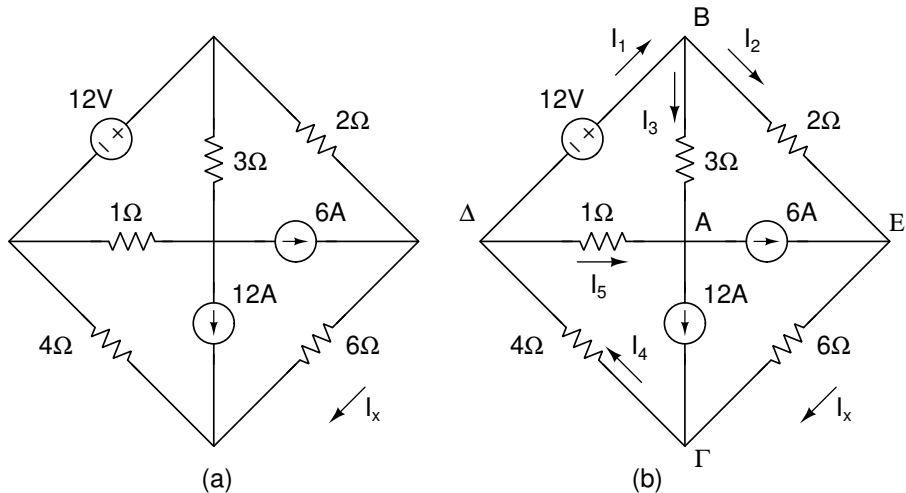
$$I_{4c} = \frac{R}{R + R_4} \frac{E_2}{R_2} = 4.2 \text{ mA} \quad I_{4d} = \frac{R}{R + R_4} \frac{E_3}{R_3} = 5.33 \text{ mA}$$

$$I_4 = I_{4b} + I_{4c} + I_{4d} = 15.1 \text{ mA}$$

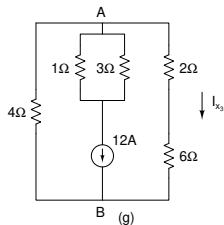
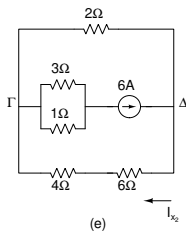
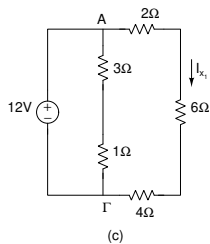
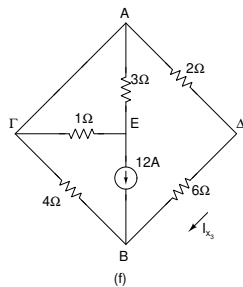
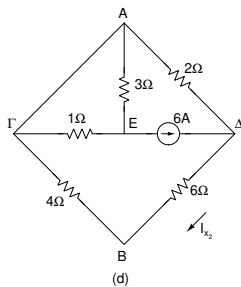
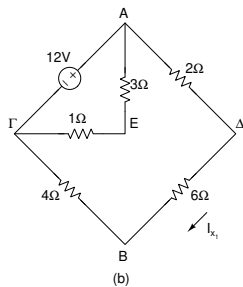
Στο βιβλίο βλέπετε και εναλλακτικούς τρόπους και μπορείτε και εσείς να σκεφτείτε και άλλους.

Παράδειγμα

Να υπολογισθεί το ρεύμα και η καταναλισκόμενη ισχύς στην αντίσταση $6\ \Omega$ στο κύκλωμα (a).



Παράδειγμα 2



Παράδειγμα 3

Όταν μόνο η πηγή τάσης είναι ενεργός, έχουμε το κύκλωμα (b) και το ισοδύναμό του (c). Η τάση V_{AG} στα άκρα του κλάδου που περιέχει την αντίσταση 6Ω είναι 12 V . Οπότε,

$$I_{x_1} = \frac{12}{2 + 6 + 4} = 1 \text{ A}$$

Όταν μόνο η πηγή ρεύματος 6 A είναι ενεργός, έχουμε το κύκλωμα (d) και το ισοδύναμό του (e). Με διαιρέτη ρεύματος

$$I_{x_2} = \frac{2}{2 + 10} 6 = 1 \text{ A}$$

Όταν μόνο η πηγή ρεύματος 12 A είναι ενεργός, έχουμε το κύκλωμα (f) και το ισοδύναμό του (g). Και πάλι με διαιρέτη ρεύματος

$$I_{x_3} = -\frac{4}{4 + 8} 12 = -4 \text{ A}$$

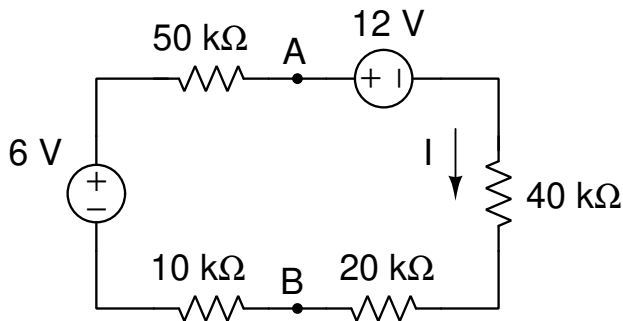
Τελικά, $I_x = I_{x_1} + I_{x_2} + I_{x_3} = 1 + 1 - 4 = -2 \text{ A}$ και $P = I_x^2 \cdot 6 = 24 \text{ W}$.

1 Κυκλώματα

2 **Ασκήσεις**

Άσκηση 1

Να βρεθεί η V_{AB} και το I στο κύκλωμα.



Κανόνας Τάσεων Kirchhoff

$$50I + 12 + 40I + 20I + 10I - 6 = 0 \Rightarrow I = -0.05 \text{ mA}$$

$$V_{AB} = 12 + 60I = 9 \text{ V}$$

$$V_{AB} = -50I + 6 - 10I = 9 \text{ V}$$

```
octave:1> I = (-12+6)/(50+40+20+10)
```

```
I = -0.050000
```

```
octave:2> Vab = 12+60*I
```

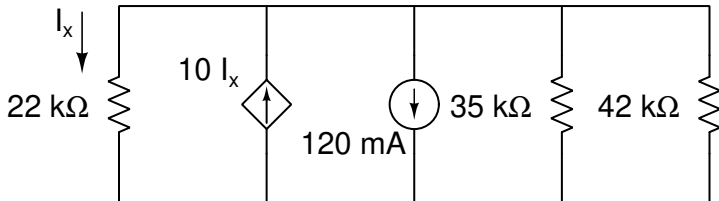
```
Vab = 9
```

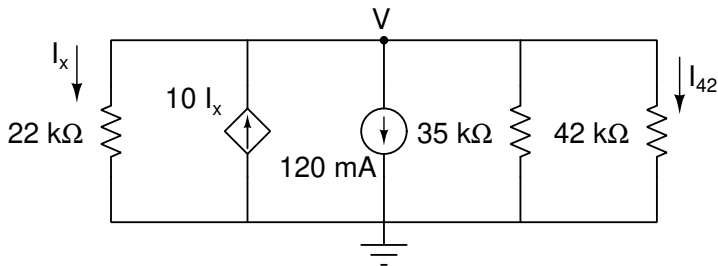
```
octave:3> Vab = -60*I+6
```

```
Vab = 9
```

Άσκηση 2

Να βρεθεί η τάση στα άκρα και το ρεύμα που διαρρέει την $42\text{ k}\Omega$.





Κομβική ανάλυση

$$\frac{V}{22} - 10I_x + 120 + \frac{V}{35} + \frac{V}{42} = 0$$

$$\frac{V}{22} = I_x$$

$$\frac{V}{22} - 10\frac{V}{22} + 120 + \frac{V}{35} + \frac{V}{42} = 0 \Rightarrow V \left(\frac{1}{22} - \frac{10}{22} + \frac{1}{35} + \frac{1}{42} \right) = -120 \Rightarrow$$

$$V = 336.41 \text{ V} \quad \text{και} \quad I_{42} = \frac{V}{42} = 8 \text{ mA}$$

octave:4> V = -120/(1/22-10/22+1/35+1/42)

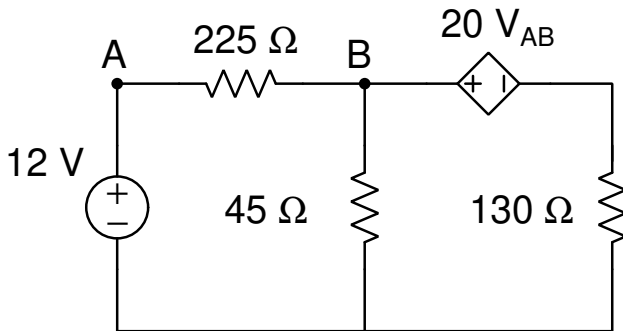
V = 336.41

octave:5> I42 = V/42

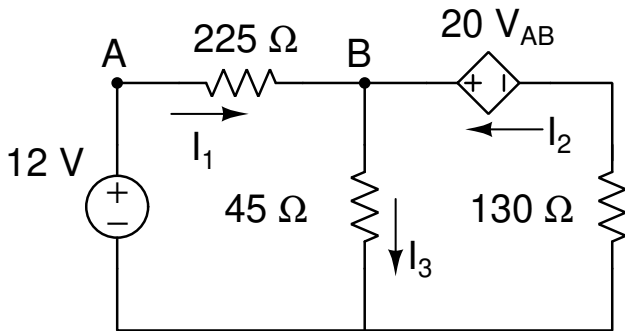
I42 = 8.0097

Άσκηση 3

Να βρεθεί η V_{AB} και το ρεύμα που κυκλοφορεί στην 130Ω .



Κλαδικά ρεύματα



Κανόνες Kirchhoff - κλαδικά ρεύματα

$$\left. \begin{aligned} I_1 + I_2 - I_3 &= 0 \\ 225I_1 + 45I_3 &= 12 \\ 20V_{AB} - 130I_2 - 45I_3 &= 0 \\ V_{AB} &= 225I_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} I_1 + I_2 - I_3 &= 0 \\ 225I_1 + 45I_3 &= 12 \\ 4500I_1 - 130I_2 - 45I_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

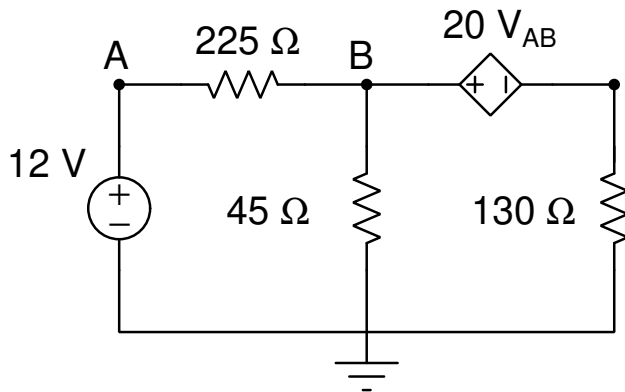
$$I_1 = 0.0085\text{A} \quad I_2 = 0.2158\text{A} \quad I_3 = 0.2243\text{A}$$

Το ρεύμα που κυκλοφορεί στην $130\ \Omega$ είναι $I_2 = 0.2158\text{A}$.

Τάση $V_{AB} = 225I_1 = 1.91\text{V}$.

```
octave:6> 225*20
ans = 4500
octave:11> A=[1 1 -1; 225 0 45; 4500 -130 -45]
A =
    1    1   -1
   225    0   45
 4500  -130  -45
octave:12> b=[0; 12; 0]
b =
    0
   12
    0
octave:13> I=inv(A)*b
I =
 0.0084771
 0.2158038
 0.2242810
octave:14> 225*I(1)
ans = 1.9074
```

Κομβική ανάλυση



Κανόνες Kirchhoff - κομβική ανάλυση

$$\frac{V_B - 12}{225} + \frac{V_B}{45} + \frac{(-20V_{AB} + V_B)}{130} = 0$$

$$V_{AB} = -V_{BA} = -(V_B - 12)$$

$$\frac{V_B - 12}{225} + \frac{V_B}{45} + \frac{20(V_B - 12) + V_B}{130} = 0 \Rightarrow$$

$$V_B \left(\frac{1}{225} + \frac{1}{45} + \frac{21}{130} \right) = \frac{12}{225} + \frac{240}{130} \Rightarrow$$

$$V_B = 10.093 \text{ V} \quad V_{AB} = 1.91 \text{ V} \quad I_{130} = \frac{-20V_{AB} + V_B}{130} = -0.2158 \text{ A}$$

octave:17> Vb=(12/225+240/130)/(1/225+1/45+21/130)

Vb = 10.093

octave:19> Vab=12-Vb

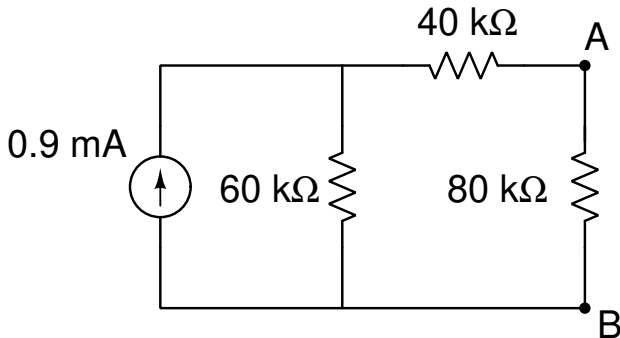
Vab = 1.9074

octave:20> I=(-20*Vab+Vb)/130

I = -0.21580

Άσκηση 4

Να βρεθεί η V_{AB} .



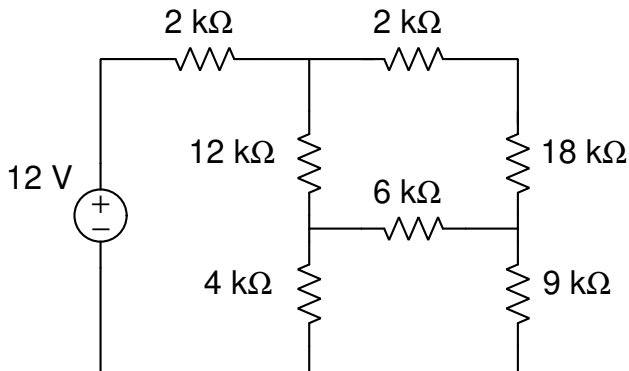
Με διαιρέτη ρεύματος

$$I_{AB} = \frac{60}{80 + 40 + 60} 0.9 = 0.3 \text{ mA}$$

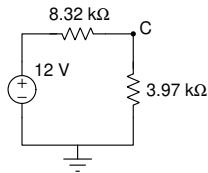
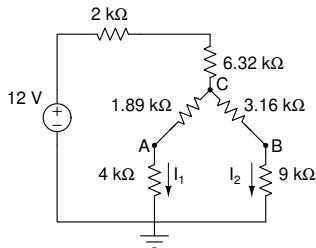
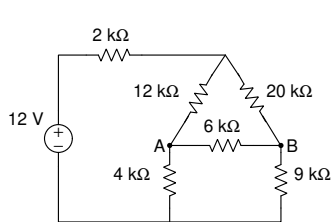
$$V_{AB} = 80I_{AB} = 24 \text{ V}$$

Άσκηση 5

Να βρεθεί η ισχύς που καταναλώνεται στην $6\text{ k}\Omega$.



5b



$$r_1 = \frac{12 \cdot 20}{12 + 20 + 6} = 6.32 \text{ k}\Omega \quad r_2 = \frac{12 \cdot 6}{12 + 20 + 6} = 1.89 \text{ k}\Omega \quad r_3 = \frac{6 \cdot 20}{12 + 20 + 6} = 3.16 \text{ k}\Omega$$

$$r_4 = (1.89 + 4) \parallel (3.16 + 9) = 3.97 \text{ k}\Omega$$

$$V_C = \frac{3.97}{3.97 + 8.32} 12 = 3.89 \text{ V} \quad I_1 = \frac{V_C}{1.89 + 4} = 0.658 \text{ mA} \quad I_2 = \frac{V_C}{3.16 + 9} = 0.319 \text{ mA}$$

$$V_A = 2.6312 \text{ V} \quad V_B = 2.8704 \text{ V} \quad V_{AB} = -0.2392 \text{ V}$$

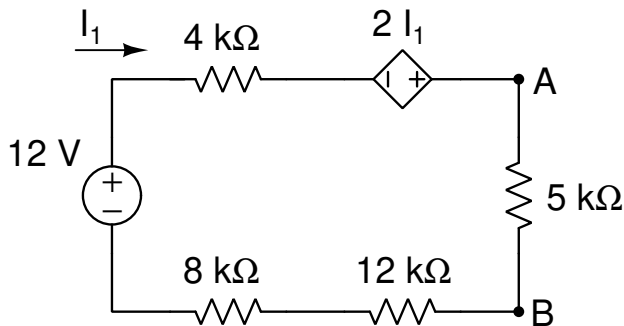
$$P = V_{AB}^2 / 6 = 0.009536 \text{ mW} = 9.536 \text{ }\mu\text{W}$$

```
octave:23> r1=12*20/(12+20+6)
r1 = 6.3158
octave:24> r2=12*6/(12+20+6)
r2 = 1.8947
octave:25> r3=6*20/(12+20+6)
r3 = 3.1579
octave:26> 2+r1
ans = 8.3158
octave:27> r4=r2+4
r4 = 5.8947
octave:28> r5=r3+9
r5 = 12.158
octave:29> r6=r4*r5/(r4+r5)
r6 = 3.9699
```

```
octave:30> Vc=r6*12/(r6+2+r1)
Vc = 3.8776
octave:31> I1=Vc/(r2+4)
I1 = 0.65781
octave:32> I2=Vc/(r3+9)
I2 = 0.31894
octave:34> Va=4*I1
Va = 2.6312
octave:35> Vb=9*I2
Vb = 2.8704
octave:36> Vab=Va-Vb
Vab = -0.23920
octave:37> P=Vab^2/6
P = 0.0095363
```

Άσκηση 6

Να βρεθεί η V_{AB} όπου η παράμετρος 2 έχει μονάδες $k\Omega$.



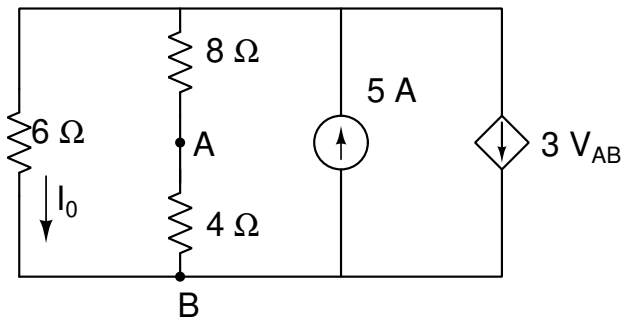
Κανόνας τάσης Kirchhoff

$$I_1(4 + 5 + 12 + 8) - 2I_1 = 12 \Rightarrow I_1 = 0.444 \text{ mA}$$

$$V_{AB} = 5I_1 = 2.22 \text{ V}$$

Άσκηση 7

Να βρεθεί η V_{AB} και το I_0 στο κύκλωμα.



Κομβική ανάλυση με V την τάση του επάνω κόμβου ως προς Β, τον κόμβο αναφοράς.

$$\frac{V}{6} + \frac{V}{12} - 5 + 3V_{AB} = 0$$

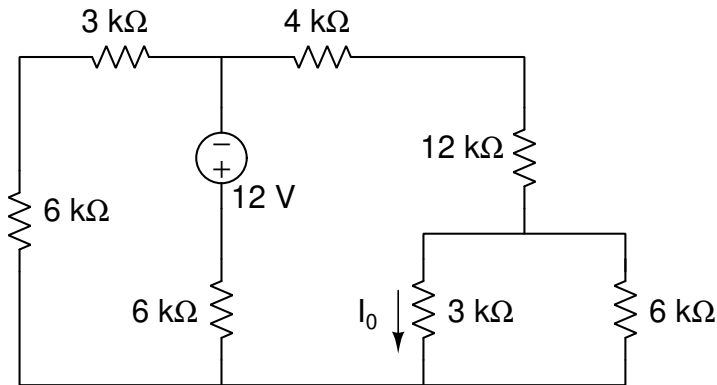
$$V_{AB} = \frac{4}{12} V$$

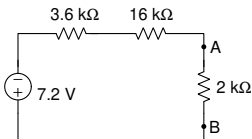
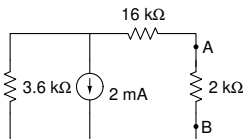
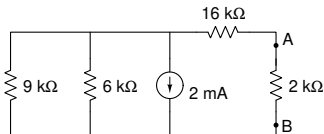
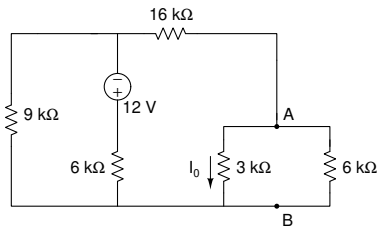
$$V \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + 3 \frac{4}{12} \right) = 5$$

$$V = 4 \text{ V} \quad \text{και} \quad V_{AB} = 16/12 = 1.33 \text{ V} \quad \text{και} \quad I_0 = \frac{V}{6} = 0.667 \text{ A}$$

Άσκηση 8

Να βρεθεί το I_0 .





$$V_{BA} = \frac{2}{2 + 16 + 3.6} 7.2 = 0.667 \text{ V}$$

$$I_0 = \frac{V_{AB}}{3} = -0.222 \text{ mA}$$

Από παλιά εξεταστική το 270110, το πρώτο θέμα.