Ηλεκτρικά Κυκλώματα Ι

Διάλεξη 07

Α. Δροσόπουλος

02-11-2022

Outline

Topic

Υπενθύμιση

- σειρά, παράλληλες
- βολτόμετρο, αμπερόμετρο
- εργαστήριο: κοιτάτε το rep πριν έρθετε στην άσκηση και πριν αναρτήσετε την αναφορά σας
- εργαστήριο: από τι αποτελείται η αναφορά σας;
- εργαστήριο: από άσκηση 2 και μετά, έχετε πάντα σχηματικά των κυκλωμάτων σας

Πολύμετρο 1


DIGITAL MULTIMETER
POWER
20A
V-Ω-Hz
E6
20A
2A
MAX
1000V
MAX
500V
MAX
A
COM
Escort
EDM-2347
DC
AC
dB/OFF
dB/ON
DATA
HOLD
V
A
Ω
Hz

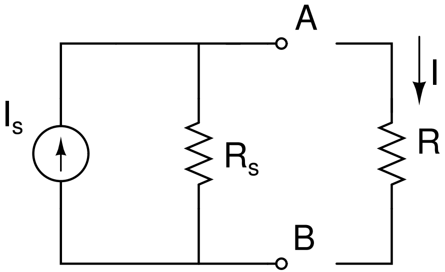
Πολύμετρο 2

MULTIMETER
V-Ω-Hz
DC
AC
dB/OFF
dB/ON
DATA HOLD
20A
2A MAX
1000V
MAX
500V MAX
A
COM
200m 2 20 200 1000
200μ 2m 20m 200m 2000m 20A
200 2K 20K 200K 2000K 20M
20K 200K
V
A
Ω
Hz

Topic

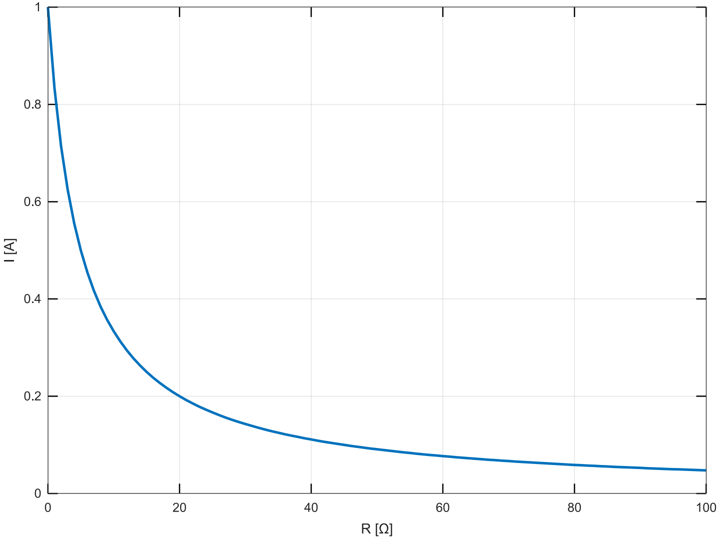
Πραγματική πηγή ρεύματος

$$I = \frac{R_s}{R_s + R} I_s$$

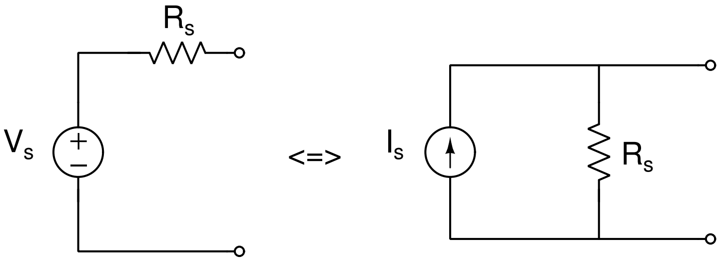


Αν θέσουμε $R_s = 5\ \Omega$, $I_s = 1$ A και μεταβάλουμε το φορτίο R μεταξύ $0 - 100\ \Omega$ έχουμε το παρακάτω διάγραμμα.

Πραγματική πηγή ρεύματος 2



Μετασχηματισμός πηγών



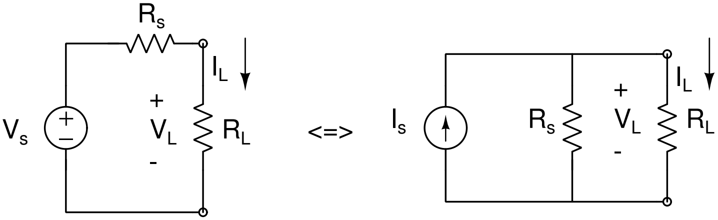
Από πηγή τάσης σε πηγή ρεύματος, η εν σειρά αντίσταση είναι ίδια με την παράλληλη και

$$I_s = \frac{V_s}{R_s}$$

Από πηγή ρεύματος σε πηγή τάσης, η παράλληλη αντίσταση είναι ίδια με την εν σειρά και

$$V_s = I_s R_s$$

Μετασχηματισμός πηγών - Απόδειξη

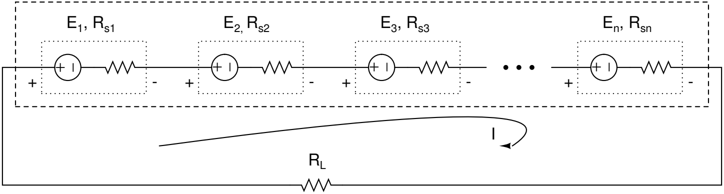


Θέλουμε το υπόλοιπο κύκλωμα να βλέπει ίδια τάση και ίδιο ρεύμα.

$$V_L = \frac{R_L V_s}{R_s + R_L} = I_L R_L = \frac{R_s I_s}{R_s + R_L} R_L \Rightarrow V_s = I_s R_s$$

$$I_L = \frac{V_s}{R_s + R_L} = \frac{R_s I_s}{R_s + R_L} \Rightarrow I_s = \frac{V_s}{R_s}$$

Πηγές τάσης εν σειρά



$$I \cdot (R_{s1} + R_{s2} + ... + R_{sN}) + I \cdot R_L + (E_1 + E_2 + ... + E_N) = 0 \qquad \Rightarrow$$

$$I \ R_L + I \ R_{s,\text{ολική}} + E_{\text{ολική}} = 0$$

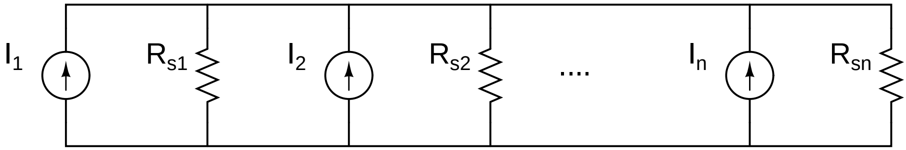
όπου

$$E_{\text{ολική}} = \sum_{i=1}^{N} E_i$$

και

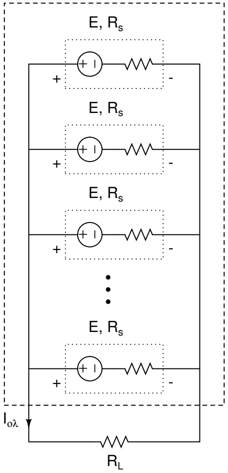
$$R_{s,\text{ολική}} = \sum_{i=1}^{N} R_{si}$$

Πηγές ρεύματος παράλληλα



$$I_{\text{ολικό}} = \sum_{i=1}^{N} I_i \qquad \frac{1}{R_{s,\text{ολική}}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{R_{s,i}}$$

Πηγές τάσης παράλληλα



$$I_{\text{ολικό}} = \sum_{i=1}^{N} I_i = N \cdot I \qquad \text{και} \qquad R_{s,\text{ολική}} = \frac{R_s}{N}$$

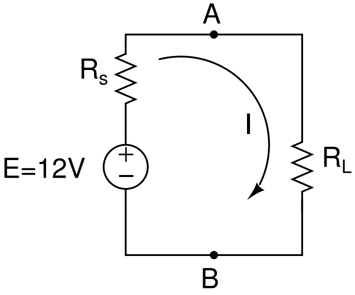
Αδύνατες συνδεσμολογίες

- Ιδανικές πηγές ρεύματος (διαφορετικής τιμής καθεμιά) εν σειρά.
- Ιδανικές πηγές τάσης (διαφορετικής τιμής καθεμιά) παράλληλα.

Topic

Άσκηση Α2.17

Μια μπαταρία δίνει τάση 12 V χωρίς φορτίο. Όταν το φορτίο είναι τόσο ώστε το ρεύμα της μπαταρίας να είναι 20 A, η τάση στους πόλους είναι 11.5 V. Να υπολογιστεί η ισχύς που καταναλώνεται στην εσωτερική αντίσταση, όταν το φορτίο έχει αντίσταση ίση με $0.1\ \Omega$.



Άσκηση Α2.17 - Λύση

Η πραγματική πηγή έχει ακροδέκτες Α, Β. Η τάση V_{AB} όταν έχουμε φορτίο R_L και ρεύμα $I = 20$ A, είναι $V_{AB} = V = 11.5$ V. Έχουμε δηλαδή πτώση τάσης στην εσωτερική αντίσταση R_s ίση με $V_s = 0.5$ V. Άρα $R_s = V_s/I = 0.5/20 = 0.025\ \Omega$.

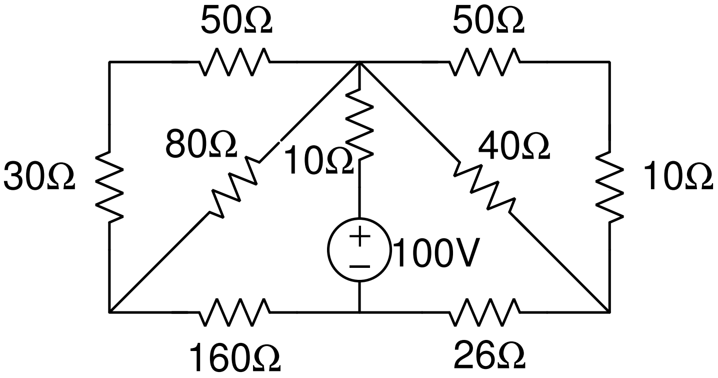
Όταν τώρα το φορτίο γίνεται $R_L = 0.1\ \Omega$, το ρεύμα που κυκλοφορεί είναι

$$I = \frac{E}{R_L + R_s} = \frac{12}{0.1 + 0.025} = 96 \text{ A}$$

και η τάση στα άκρα της R_s είναι $V_s = IR_s = 96 \cdot 0.025 = 2.4$ V. Επομένως, η ισχύς που καταναλώνεται τότε στην R_s είναι $P_s = IV_s = 96 \cdot 2.4 = 230.4$ W.

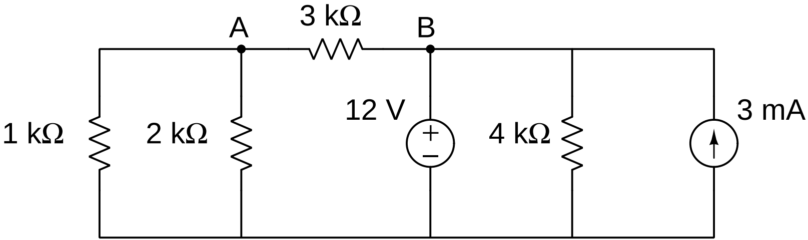
Άσκηση Α2.21

Να βρεθεί η ισχύς που καταναλώνεται στην κεντρική αντίσταση των $10\ \Omega$ στο κύκλωμα.



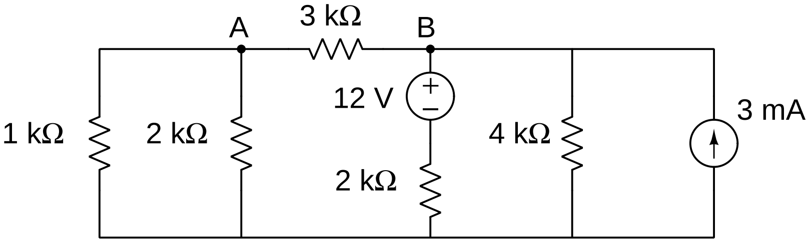
Άσκηση A3.1

Να βρεθεί η τάση V_{AB}.



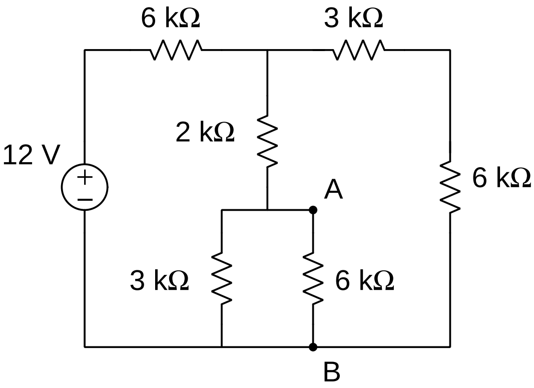
Άσκηση Α3.2

Να βρεθεί η τάση V_{AB}.



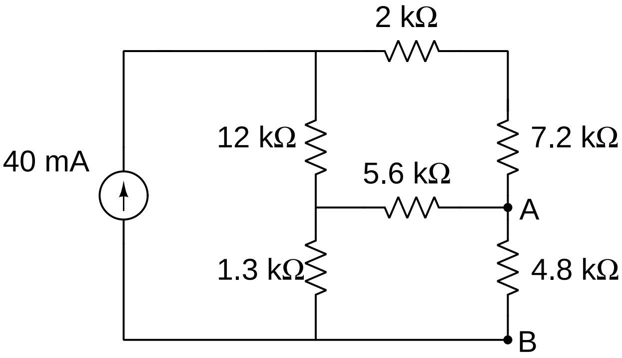
Άσκηση Α3.6

Να βρεθεί η τάση στα άκρα, το ρεύμα που την διαρρέει και η ισχύς που καταναλώνει η αντίσταση 6 kΩ μεταξύ A και B.

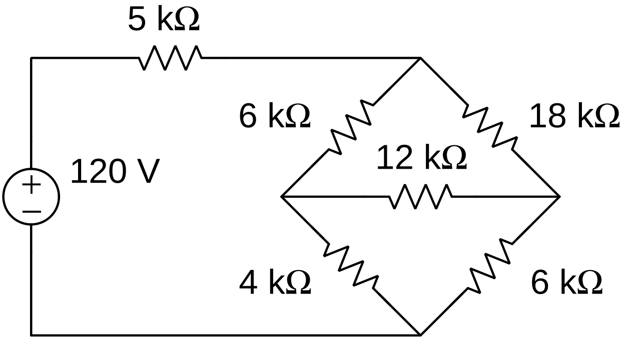


Άσκηση A3.7

Να βρεθεί η τάση στα άκρα, το ρεύμα που την διαρρέει και η ισχύς που καταναλώνει η αντίσταση 4.8 kΩ μεταξύ A και B.

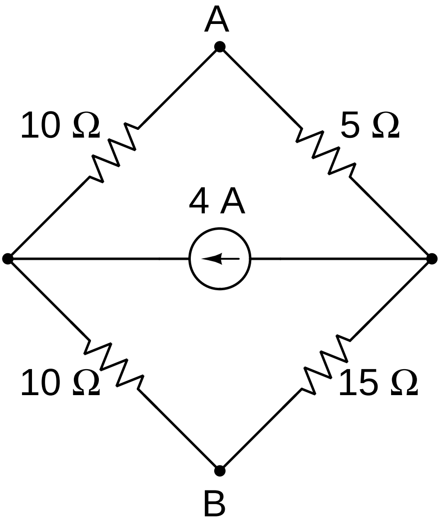


Να βρεθεί η ισχύς που καταναλώνεται στην $12\ \mathrm{k\Omega}$.



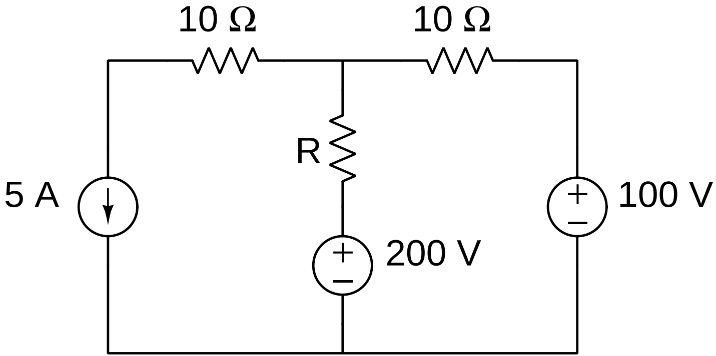
Άσκηση Α3.13

Να βρεθεί η τάση V_{AB}.



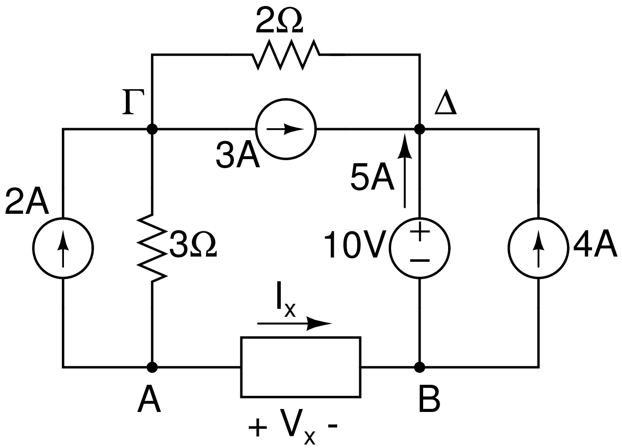
Άσκηση Α3.15

Αν η πηγή των 100 V απορροφά ισχύ 50 W ποια είναι η R;



Άσκηση A2.24

Για το κατωτέρω κύκλωμα να βρεθούν το ρεύμα, η τάση και η καταναλισκόμενη ισχύ για το άγνωστο στοιχείο.



Άσκηση A2.24 - Λύση

Στον κόμβο Β έχουμε $I_x = 5 + 4 = 9$ A.

Στον κόμβο Δ έχουμε $I_{\Delta\Gamma} = 3 + 5 + 4 = 12$ A.

Επομένως, $V_{\Delta\Gamma} = I_{\Delta\Gamma} \cdot 2 = 24$ V.

Στον κόμβο Γ έχουμε $I_{\Gamma\mathrm{A}} = 12 + 2 - 3 = 11$ A. Επομένως, $V_{\Gamma\mathrm{A}} = I_{\Gamma\mathrm{A}} \cdot 3 = 33$ V.

Οπότε,

$$V_x = V_{\mathrm{AB}} = V_{\mathrm{A}\Gamma} + V_{\Gamma\Delta} + V_{\Delta\mathrm{B}} = -V_{\Gamma\mathrm{A}} - V_{\Delta\Gamma} + 10 = -33 - 24 + 10 = -47 \text{ V}$$

Η ισχύς είναι $P = V_x \cdot I_x = -47 \cdot 9 = -423$ W. Όπως βλέπουμε το στοιχείο παράγει ισχύ.

Επανάληψη - Κλαδικά ρεύματα Kirchhoff

- Εντοπίζετε κόμβους και κλάδους.
- Κάνετε δυνατές απλοποιήσεις.
- Σχεδιάζετε ρεύματα κλάδων.
- Εφαρμόζετε κανόνα ρευμάτων Kirchhoff σε όλους τους κόμβους.
- Εφαρμόζετε κανόνα τάσεων Kirchhoff στους ελάχιστους βρόχους (οφθαλμούς).
- Λύνετε το γραμμικό σύστημα ανεξαρτήτων εξισώσεων.
- Από τα ρεύματα κλάδων μπορείτε να υπολογίσετε τα υπόλοιπα.

Topic

Ανάλυση Kirchhoff με τάσεις κόμβων

- Εντοπίζετε κόμβους και κλάδους.
- Κάνετε όποιες απλοποιήσεις μπορείτε χωρίς να *σκεπάσετε* τα στοιχεία ή τους κόμβους που χρειάζεστε για τη λύση.
- Επιλέξτε ένα κόμβο σαν κόμβο αναφοράς (γείωση).
- Για όλους τους άλλους κόμβους εφαρμόσετε κανόνα ρευμάτων Kirchhoff θεωρώντας ότι τα ρεύματα που εξέρχονται έχουν θετικό πρόσημο και τα ρεύματα που εισέρχονται αρνητικό.
- Δεν σχεδιάζετε ρεύματα. Τα εκφράζετε συναρτήσει της τάσης του κάθε κόμβου.
- Καταλήγετε σε σύστημα μικρότερης τάξης από τη μέθοδο κλαδικών ρευμάτων το οποίο λύνετε με όποιον τρόπο θέλετε για τις κομβικές τάσεις.
- Από τις τάσεις μπορείτε να υπολογίσετε όλα τα κλαδικά ρεύματα καθώς και την ισχύ που καταναλώνει ή παράγει το κάθε στοιχείο.

Θεμελιώδες θεώρημα τοπολογίας δικτύων

$$b = l + n - 1$$

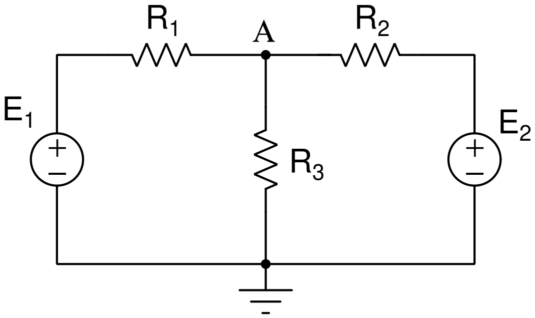
όπου:

b: (branch) κλάδος

l: (loop) ανεξάρτητος βρόχος

n: (node) κόμβος

Παράδειγμα



$$\frac{V_A - E_1}{R_1} + \frac{V_A - E_2}{R_2} + \frac{V_A}{R_3} = 0 \;\Rightarrow\; V_A = \frac{\dfrac{E_1}{R_1} + \dfrac{E_2}{R_2}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3}}$$

Παράδειγμα συν

Νούμερα: $E_1 = 12$V, $E_2 = 9$V, $R_1 = 2\text{k}\Omega$, $R_2 = 4\text{k}\Omega$, $R_3 = 3\text{k}\Omega$

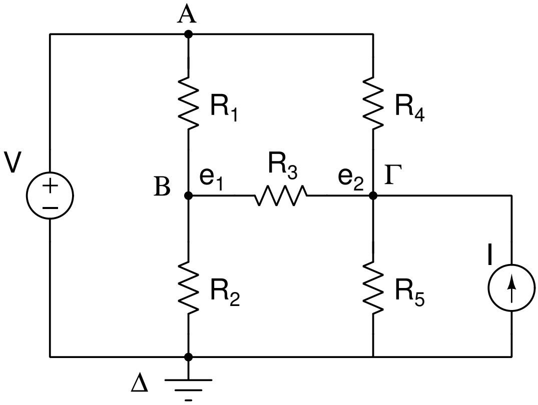
$$V_A = 7.6154 \text{ V}$$

$$I_1 = 2.19231 \text{ mA}$$

$$I_2 = 0.34615 \text{ mA}$$

$$I_3 = 2.53846 \text{ mA}$$

Παράδειγμα 2



Παράδειγμα 2 συν 1

$$\left.\begin{aligned} \frac{e_1 - V}{R_1} + \frac{e_1 - e_2}{R_3} + \frac{e_1}{R_2} &= 0 \\ \frac{e_2 - e_1}{R_3} + \frac{e_2 - V}{R_4} + \frac{e_2}{R_5} - I &= 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\left.\begin{aligned} e_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) - e_2 \frac{1}{R_3} &= \frac{V}{R_1} \\ -e_1 \frac{1}{R_3} + e_2 \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) &= I + \frac{V}{R_4} \end{aligned}\right\}$$

Παράδειγμα 2 συν 3

Με αριθμούς

$$V = 20\ \text{V}, I_1 = 3\ \text{mA}, R_1 = 2\ \text{k}\Omega, R_2 = 1.5\ \text{k}\Omega$$
$$R_3 = 0.5\ \text{k}\Omega, R_4 = 1\ \text{k}\Omega, R_5 = 3\ \text{k}\Omega$$

$$\left.\begin{array}{rcl} e_1\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{1.5}+\dfrac{1}{0.5}\right)-e_2\,\dfrac{1}{0.5} & = & \dfrac{20}{2} \\ -e_1\,\dfrac{1}{0.5}+e_2\left(\dfrac{1}{0.5}+\dfrac{1}{1}+\dfrac{1}{3}\right) & = & 3+\dfrac{20}{1} \end{array}\right\}\Rightarrow$$

$$e_1 = 12.10\ \text{V} \qquad e_2 = 14.16\ \text{V}$$