

Ηλεκτρικά Κυκλώματα Ι

Διάλεξη 02

Α. Δροσόπουλος

07-10-2022

1 Θεμελιώδεις έννοιες

1 Θεμελιώδεις έννοιες

- Ηλεκτρικά κυκλώματα είναι η δομή που χρησιμοποιούμε για να μεταφέρουμε και να καταναλώσουμε ηλεκτρική ενέργεια.
- Ενέργεια - τι είναι;
- Φορτίο - τι είναι;
- Μάζα - τι είναι;

Όλα τα παραπάνω είναι οντότητες που τις αποδεχόμαστε για να εξηγήσουμε αυτά που βλέπουμε γύρω μας.

- Ατομικό μοντέλο ύλης.
- Από πειραματικά δεδομένα, διακρίνουμε δύο είδη φορτίου, θετικό και αρνητικό - ομώνυμα απωθούνται - ετερώνυμα έλκονται
- Ιδιότητες Φορτίου - Κβάντωση, Διατήρηση, Αναλλοίωτο
- Ηλεκτρικές ιδιότητες σωμάτων - Αγωγοί, Μονωτές, Ημιαγωγοί, Υπεραγωγοί

- Όλα τα ηλεκτρικά φαινόμενα αναπτύσσονται από τις δυνάμεις που εξασκούνται μεταξύ φορτίων
- Πεδίο δυνάμεων
- Ηλεκτρικό πεδίο
- Μαγνητικό πεδίο

Μακροσκοπικά καταλαβαίνουμε μάζα και φορτίο. Υπάρχουν και άλλα.

Εξισώσεις Maxwell

$$\nabla \times \vec{E}(\vec{r}, t) + \frac{\partial}{\partial t} \vec{B}(\vec{r}, t) = 0$$

Νόμος Faraday

$$\nabla \times \vec{H}(\vec{r}, t) - \frac{\partial}{\partial t} \vec{D}(\vec{r}, t) = \vec{J}(\vec{r}, t)$$

Νόμος διαρεύματος Ampère

$$\nabla \cdot \vec{D}(\vec{r}, t) = \rho(\vec{r}, t)$$

Νόμος Gauss

$$\nabla \cdot \vec{B}(\vec{r}, t) = 0$$

Ανυπαρξία μεμονωμένου
μαγνητικού φορτίου

$$\nabla \cdot \vec{J}(\vec{r}, t) + \frac{\partial}{\partial t} \rho(\vec{r}, t) = 0$$

Συνέχεια

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad \text{και} \quad \vec{B} = \mu \vec{H}$$

Καταστατικές εξισώσεις

- Μοντέλο - τι είναι για μας τους μηχανικούς;
- Απλοποιημένη ή ιδανική αναπαράσταση της πραγματικότητας που μας επιτρέπει να κατασκευάσουμε χρήσιμα πράγματα.
- Τι μας ενδιαφέρει εμάς;
- Η πληθώρα ηλεκτρικών συσκευών γύρω μας που λειτουργούν με ηλεκτρική ενέργεια μιλάει μόνη της.
- Υπό ορισμένες προϋποθέσεις - διακριτά στοιχεία - μας αρκούν τάση, ρεύμα και ισχύ - αλγεβρικές εξισώσεις αντί Maxwell.

Ηλεκτρική τάση μεταξύ δύο σημείων 1 και 2 ηλεκτροστατικού πεδίου ορίζεται το πηλίκο του έργου που παράγεται ή δαπανάται από το πεδίο κατά την μετακίνηση δοκιμαστικού φορτίου q από το πρώτο σημείο στο δεύτερο, δια του φορτίου.

$$V_{12} = \frac{W_{12}}{q} = \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$

Το φυσικό νόημα που εκφράζει αυτή η σχέση είναι ότι υπάρχει «τάση» μεταξύ φορτίων να «αλληλοεξουδετερώνονται». Πιο σωστά: Να δημιουργούν ουδέτερες ηλεκτρικά δομές.

Μονάδα της ηλεκτρικής τάσης είναι το Volt (V).

- Υπάρχουν ηλεκτρικά φορτία.
- Δημιουργούν γύρω τους ηλεκτρικό πεδίο (και μαγνητικό αν κινούνται).
- Το ηλεκτρικό πεδίο (και το μαγνητικό όταν υπάρχει) εξασκεί δυνάμεις στα φορτία που τα «σπρώχνει» να αλληλοεξουδετερωθούν.
- Αυτές οι δυνάμεις συσχετίζονται με το μέγεθος της ηλεκτρικής τάσης.

Ηλεκτρικό ρεύμα

Ηλεκτρικό ρεύμα = προσανατολισμένη κίνηση ηλεκτρικών φορτίων

Ένταση ηλεκτρικού ρεύματος σε κάποιον αγωγό είναι η ποσότητα του φορτίου που περνά στη μονάδα του χρόνου από μια διατομή του αγωγού κάθετη προς την κατεύθυνσή του. Όταν η τάση ή το πεδίο που προκαλεί την κίνηση των φορτίων μεταβάλλονται στο χρόνο, ορίζουμε την στιγμιαία τιμή της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος ως

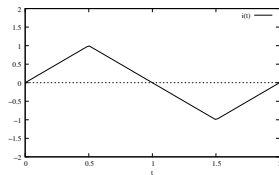
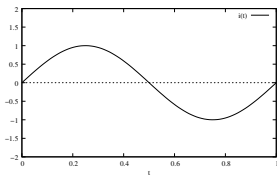
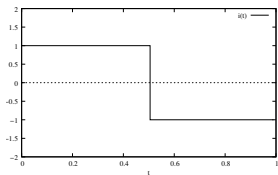
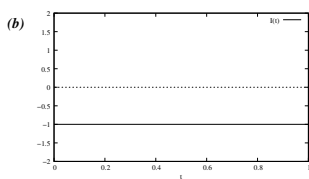
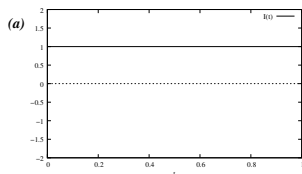
$$i = \frac{dq}{dt}$$

Όταν όμως έχουμε συνθήκες σταθερού ρεύματος τότε $I = \frac{Q}{t}$

Συμβατική φορά ρεύματος. Θετική φορά = κίνηση θετικών φορτίων

Μονάδα του ηλεκτρικού ρεύματος είναι το Ampere (A).

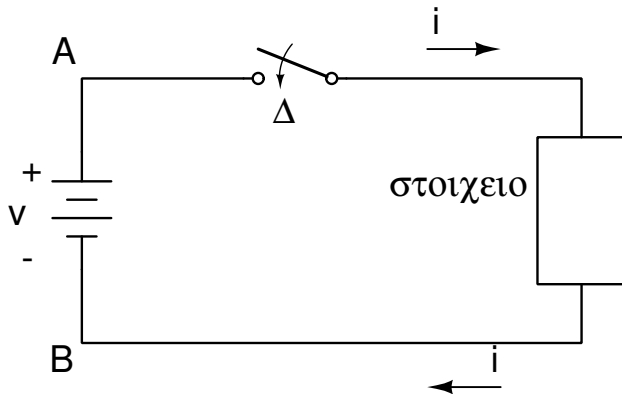
Συνεχές / Εναλλασσόμενο



Σχήμα: Παραδείγματα κυματομορφών ρεύματος στο χρόνο.

- Προϋποθέσεις για την δημιουργία ηλεκτρικού ρεύματος είναι:
 - + Να υπάρχουν φορτία ελεύθερα να κινηθούν.
 - + Να υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο / τάση που να ασκεί δυνάμεις στα ελεύθερα φορτία έτσι ώστε αυτά να κάνουν προσανατολισμένη κίνηση.
- πυκνότητα ρεύματος J

$$J = \frac{I}{S}$$



Σχήμα: Απλό μοντέλο κυκλώματος.

$$W_{AB} = q V_{AB}$$

$$dw = v \cdot dq$$

$$p = \frac{dw}{dt} = \frac{dw}{dq} \cdot \frac{dq}{dt} = v \cdot i \quad P = V \cdot I$$

$$W = \int_0^t p dt = \int_0^t v \cdot i dt \quad W = P \cdot t = V \cdot I \cdot t$$

Μονάδα ισχύος Watt (W)

Μονάδα ενέργειας Joule (J) ή κιλοβατώρα (kWh)

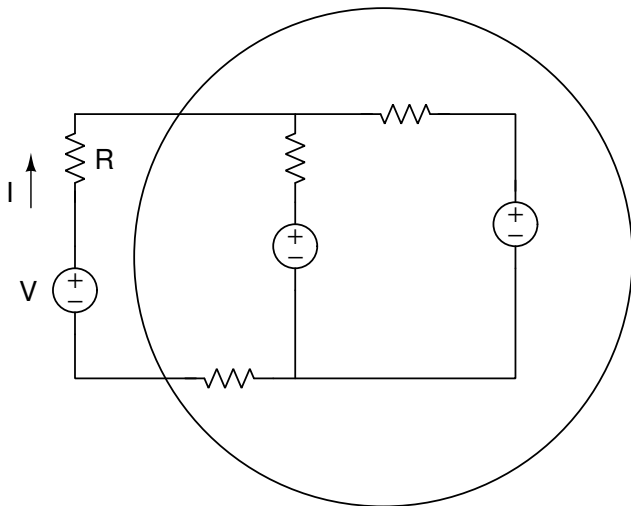
$$1 \text{ kWh} = 1 \text{ kW} \cdot 1 \text{ hour} = 10^3 \text{ W} \cdot 3600 \text{ sec} = 3.6 \times 10^6 \text{ J}$$

- Εάν περνάει ρεύμα μέσα από τους ακροδέκτες ενός στοιχείου, η τάση στα άκρα του είναι ανάλογη με το ρεύμα που το διαρρέει (νόμος Ohm).
- συντελεστής αναλογίας R η ωμική αντίσταση του στοιχείου

$$V = I \cdot R \quad \text{και} \quad R = \frac{V}{I} \quad \text{και} \quad I = \frac{V}{R}$$

- Μονάδα ωμικής αντίστασης το ohm και συμβολίζεται με Ω

$$P = V \cdot I = I^2 \cdot R = \frac{V^2}{R}$$



Σχήμα: Ρεύμα σε κλάδο.

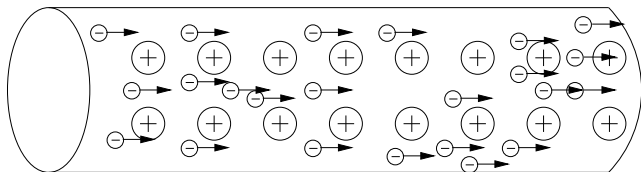
Το αντίστροφο της αντίστασης R ονομάζεται αγωγιμότητα

$$G = \frac{1}{R}$$

και έχει μονάδα το Siemens (S), όπου $1 \text{ S} = 1/\Omega$. Αν η αντίσταση δείχνει την «δυσκολία» στην κίνηση φορτίων, η αγωγιμότητα δείχνει το αντίθετο, την «ευκολία».

Με την αγωγιμότητα, ο νόμος του Ohm γίνεται

$$V = \frac{I}{G} \qquad I = V \cdot G \qquad G = \frac{I}{V}$$



$$R = \rho \frac{\ell}{S}$$

- ρ είναι η ειδική αντίσταση του υλικού και δεν εξαρτάται από τα γεωμετρικά στοιχεία του αγωγού αλλά από το ίδιο το υλικό και τη θερμοκρασία
- Μονάδα μέτρησης $\Omega \cdot m$
- Συχνά χρησιμοποιούνται και τα $\Omega \cdot cm$ ή $\Omega \cdot mm^2/m$

Επίδραση θερμοκρασίας

Φαινόμενο Joule

$$Pt = VIt = I^2 \cdot R \cdot t$$

Σε πρώτη προσέγγιση, η σχετική μεταβολή της αντίστασης είναι ανάλογη με τη μεταβολή της θερμοκρασίας

$$\frac{\Delta R}{R_0} = \alpha \cdot \Delta\theta \quad \Rightarrow \quad \frac{R - R_0}{R_0} = \alpha \cdot \Delta\theta \quad \Rightarrow$$

$$R = R_0(1 + \alpha \cdot \Delta\theta) \quad \Rightarrow \quad R = R_0 \left[1 + \alpha \cdot (\theta - \theta_0) \right]$$

όπου θ_0 , R_0 είναι η αρχική θερμοκρασία και αρχική αντίσταση αντίστοιχα, και θ , R η τελική θερμοκρασία και τελική αντίσταση αντίστοιχα.

Πίνακας: Θεμελιώδεις SI μονάδες

φυσικό μέγεθος	μονάδα	σύμβολο
μήκος	metre	m
μάζα	kilogram	kg
χρόνος	second	s
ένταση ηλ. ρεύματος	ampère	A
θερμοκρασία	Kelvin	K
φωτεινή ένταση	candela	cd
ποσότητα ύλης	mole	mol

[SI brochure](#)

Πίνακας: Βασικά μεγέθη στα Κυκλώματα

μέγεθος	σύμβολο μεγέθους	μονάδα	σύμβολο μονάδας
φορτίο	q, Q	Coulomb	C
ρεύμα	i, I	Ampère	A
τάση	v, V	Volt	V
ισχύς	p, P	Watt	W
ενέργεια	w, W	Joule	J

Πίνακας: Προθέματα μονάδων SI

όνομα	σύμβολο	δύναμη του 10
exa	E	10^{18}
peta	P	10^{15}
tera	T	10^{12}
giga	G	10^9
mega	M	10^6
kilo	k	10^3
centi	c	10^{-2}
milli	m	10^{-3}
micro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}
femto	f	10^{-15}
atto	a	10^{-18}

- Σύστημα μονάδων SI
- Νούμερα πολύ μεγάλα ή πολύ μικρά
- Δυνάμεις του 10
- floating point, scientific, engineering notation
- σημαντικά ψηφία
- Ασκήσεις set1.pdf

Άσκηση 1.6

Κυλινδρικός αγωγός με διάμετρο $d = 2.5 \text{ mm}$ διαρρέεται από συνεχές ρεύμα $I = 5 \text{ A}$. Ζητούνται:

- Η ποσότητα ηλεκτρικού φορτίου που περνάει από μια διατομή του αγωγού σε χρόνο $t = 3 \text{ min}$.
- Ο αριθμός των ελευθέρων ηλεκτρονίων που περνάνε από την ίδια διατομή στον ίδιο χρόνο.
- Η πυκνότητα ρεύματος.

Δίδεται το φορτίο του ηλεκτρονίου $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$.

Άσκηση 1.7

Κυλινδρικό σύρμα από χρωμονικελίνη με διάμετρο $d = 1.8 \text{ mm}$, μήκος $\ell = 2.3 \text{ m}$ και ειδική αντίσταση $\rho = 100 \text{ } \mu\Omega \cdot \text{cm}$, τροφοδοτείται από πηγή σταθερής τάσης $V = 18 \text{ V}$. Ποια είναι η ένταση και η πυκνότητα του ρεύματος που το διαρρέει;

Άσκηση 1.8

Ποιά είναι η διατομή και το μήκος ενός σύρματος, από το οποίο είναι κατασκευασμένη μια αντίσταση, όταν καταναλώνει ισχύ $P = 2.3 \text{ kW}$ σε δίκτυο με τάση 220 V ; Η ειδική αντίσταση του σύρματος είναι $\rho = 1.7 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$ και η επιτρεπόμενη πυκνότητα ρεύματος είναι $J = 3.5 \text{ A/mm}^2$.

Άσκηση 1.9

Λαμπτήρας πυρακτώσεως λειτουργεί σε τάση $V = 220 \text{ V}$. Όταν ο λαμπτήρας βρίσκεται στη μόνιμη κατάσταση λειτουργίας (θερμική ισορροπία), μέσα από το νήμα του περνάει ρεύμα $I = 200 \text{ mA}$. Να βρεθούν:

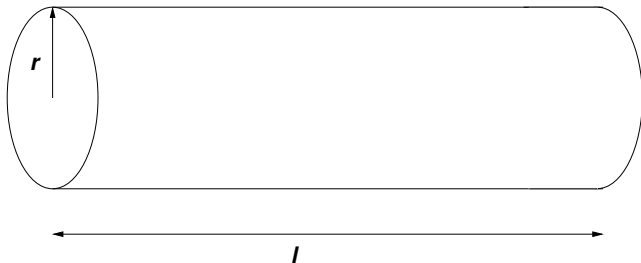
- Η αντίσταση του λαμπτήρα στη μόνιμη κατάσταση λειτουργίας.
- Η αντίσταση του λαμπτήρα σε θερμοκρασία 20°C , αν η θερμοκρασία λειτουργίας είναι 2225°C και ο θερμοκρασιακός συντελεστής $\alpha = 0.005^\circ\text{C}^{-1}$.
- Η ένταση I_0 , όταν ο λαμπτήρας πρωτοσυνδεθεί και βρίσκεται ακόμα σε θερμοκρασία δωματίου 20°C . Τι παρατηρείτε σε σχέση με την μόνιμη κατάσταση λειτουργίας;

Άσκηση 1.16

Δίδεται χάλκινος αγωγός μήκους $\ell = 30 \text{ cm}$, διατομής $S = 82 \text{ mm}^2$ και ειδικής αντίστασης $\rho_{20^\circ\text{C}} = 0.0175 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ σε θερμοκρασία 20°C . Ποια είναι η αντίσταση του αγωγού στις θερμοκρασίες 20°C και 45°C αντίστοιχα όταν ο θερμοκρασιακός συντελεστής είναι $\alpha = 0.004^\circ\text{C}^{-1}$;

Άσκηση 1.17

Το παρακάτω σχήμα παριστά τμήμα ενός ηλεκτρομαγνητικού αγωγού με ειδική αντίσταση $\rho = 1.78 \times 10^{-8} \Omega \text{ m}$ και θερμοκρασιακό συντελεστή $\alpha = 3.89 \times 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. Δίδονται $r = 0.85 \text{ cm}$ και $\ell = 2.5 \text{ m}$. Ποια είναι η ηλεκτρική του αντίσταση; Πώς μεταβάλλεται αυτή (απόλυτος μεταβολή και σχετική %) όταν η θερμοκρασία αυξηθεί κατά $70 \text{ }^\circ\text{C}$;



Για κάποια κατασκευή που πρέπει να κάνετε έχετε τις παρακάτω προδιαγραφές για σύρμα χαλκού με ειδική αντίσταση $\rho = 1.678 \mu\Omega \cdot \text{cm}$. Υπολογίστε τις αντίστοιχες ηλεκτρικές αντιστάσεις.

Πίνακας: Προδιαγραφές

AWG gauge	διάμετρος mm	μήκος m
3	5.827	500
7	3.665	700
14	1.628	2200