Ηλεκτρικά Κυκλώματα Ι

Διάλεξη 02

Α. Δροσόπουλος

18-10-2021

Outline

Topic

1. **Θεμελιώδεις έννοιες**

2. Ηλεκτρικά Κυκλώματα

Βάση Ηλεκτρικών Κυκλωμάτων

- Ηλεκτρικά κυκλώματα είναι η δομή που χρησιμοποιούμε για να μεταφέρουμε και να καταναλώσουμε ηλεκτρική ενέργεια.
- Ενέργεια - τι είναι;
- Φορτίο - τι είναι;
- Μάζα - τι είναι;

Όλα τα παραπάνω είναι οντότητες που τις αποδεχόμαστε για να εξηγήσουμε αυτά που βλέπουμε γύρω μας.

Φορτίο

- Ατομικό μοντέλο ύλης.
- Από πειραματικά δεδομένα, διακρίνουμε δύο είδη φορτίου, θετικό και αρνητικό - ομώνυμα απωθούνται - ετερώνυμα έλκονται
- Ιδιότητες Φορτίου - Κβάντωση, Διατήρηση, Αναλλοίωτο
- Ηλεκτρικές ιδιότητες σωμάτων - Αγωγοί, Μονωτές, Ημιαγωγοί, Υπεραγωγοί

Δυνάμεις

- Όλα τα ηλεκτρικά φαινόμενα αναπτύσσονται από τις δυνάμεις που εξασκούνται μεταξύ φορτίων
- Πεδίο δυνάμεων
- Ηλεκτρικό πεδίο
- Μαγνητικο πεδίο

Εξισώσεις Maxwell

$\nabla \times \vec{E}(\vec{r},t) + \frac{\partial}{\partial t}\vec{B}(\vec{r},t) = 0$	Νόμος Faraday
$\nabla \times \vec{H}(\vec{r},t) - \frac{\partial}{\partial t}\vec{D}(\vec{r},t) = \vec{J}(\vec{r},t)$	Νόμος διαρεύματος Ampère
$\nabla \cdot \vec{D}(\vec{r},t) = \rho(\vec{r},t)$	Νόμος Gauss
$\nabla \cdot \vec{B}(\vec{r},t) = 0$	Ανυπαρξία μεμονωμένου μαγνητικού φορτίου
$\nabla \cdot \vec{J}(\vec{r},t) + \frac{\partial}{\partial t}\rho(\vec{r},t) = 0$	Συνέχεια
$\vec{D} = \epsilon\vec{E}$ και $\vec{B} = \mu\vec{H}$	Καταστατικές εξισώσεις

Λειτουργικό μοντέλο

- Μοντέλο - τι είναι για μας τους μηχανικούς;
- Απλοποιημένη ή ιδανική αναπαράσταση της πραγματικότητας που μας επιτρέπει να κατασκευάσουμε χρήσιμα πράγματα.
- Τι μας ενδιαφέρει εμάς;
- Η πληθώρα ηλεκτρικών συσκευών γύρω μας που λειτουργούν με ηλεκτρική ενέργεια μιλάει μόνη της.
- Υπό ορισμένες προϋποθέσεις - διακριτά στοιχεία - μας αρκούν τάση, ρεύμα και ισχύ - αλγεβρικές εξισώσεις αντί Maxwell.

Τάση

Ηλεκτρική τάση μεταξύ δύο σημείων 1 και 2 ηλεκτροστατικού πεδίου ορίζεται το πηλίκο του έργου που παράγεται ή δαπανάται από το πεδίο κατά την μετακίνηση δοκιμαστικού φορτίου q από το πρώτο σημείο στο δεύτερο, δια του φορτίου.

$$V_{12} = \frac{W_{12}}{q} = \int_1^2 \vec{E} \cdot \vec{d\ell}$$

Το φυσικό νόημα που εκφράζει αυτός ο νόμος είναι η «τάση» που έχουν τα φορτία να αλληλοεξουδετερώνονται.

Μονάδα της ηλεκτρικής τάσης είναι το Volt (V).

Τάση 2

- Υπάρχουν ηλεκτρικά φορτία.
- Δημιουργούν γύρω τους ηλεκτρικό πεδίο (και μαγνητικό αν κινούνται).
- Το ηλεκτρικό πεδίο (και το μαγνητικό όταν υπάρχει) εξασκεί δυνάμεις στα φορτία που τα «σπρώχνει» να αλληλοεξουδετερωθούν.
- Αυτές οι δυνάμεις συσχετίζονται με το μέγεθος της ηλεκτρικής τάσης.

Ηλεκτρικό ρεύμα

Ηλεκτρικό ρεύμα $=$ προσανατολισμένη κίνηση ηλεκτρικών φορτίων

Ένταση ηλεκτρικού ρεύματος σε κάποιον αγωγό είναι η ποσότητα του φορτίου που περνά στη μονάδα του χρόνου από μια διατομή του αγωγού κάθετη προς την κατεύθυνσή του. Όταν η τάση ή το πεδίο που προκαλεί την κίνηση των φορτίων μεταβάλλονται στο χρόνο, ορίζουμε την στιγμιαία τιμή της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος ως

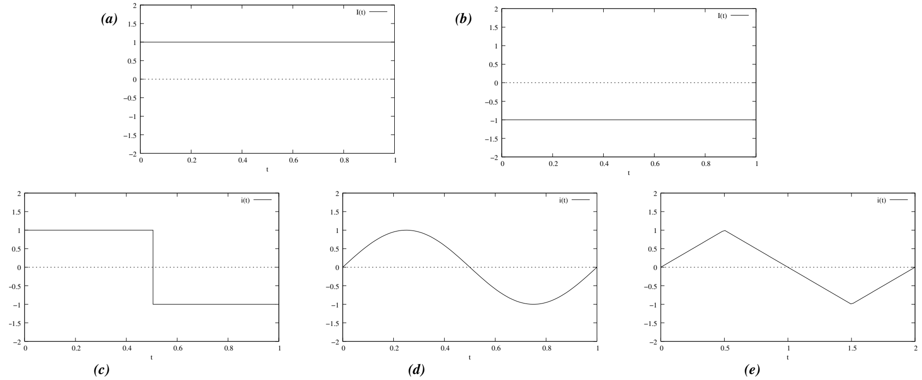
$$i = \frac{dq}{dt}$$

Όταν όμως έχουμε συνθήκες σταθερού ρεύματος τότε $I = \frac{Q}{t}$

Συμβατική φορά ρεύματος. Θετική φορά = κίνηση θετικών φορτίων

Μονάδα του ηλεκτρικού ρεύματος είναι το Ampere (A).

Συνεχές / Εναλλασσόμενο



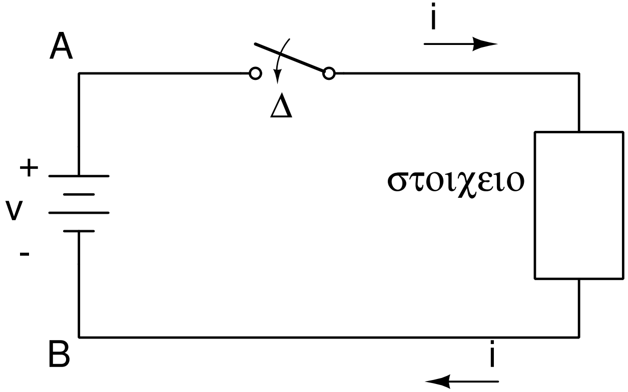
Σχήμα: Παραδείγματα κυματομορφών ρεύματος στο χρόνο.

Ηλεκτρικό ρεύμα 2

- Προϋποθέσεις για την δημιουργία ηλεκτρικού ρεύματος είναι:
  - Να υπάρχουν φορτία ελεύθερα να κινηθούν.
  - Να υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο / τάση που να ασκεί δυνάμεις στα ελεύθερα φορτία έτσι ώστε αυτά να κάνουν προσανατολισμένη κίνηση.
- πυκνότητα ρεύματος J

$$J = \frac{I}{S}$$

Ισχύς - Ενέργεια



Σχήμα: Απλό μοντέλο κυκλώματος.

Ισχύς - Ενέργεια 2

$$W_{AB} = q\, V_{AB} \qquad\qquad dw = v \cdot dq$$

$$p = \frac{dw}{dt} = \frac{dw}{dq} \cdot \frac{dq}{dt} = v \cdot i \qquad P = V \cdot I$$

$$W = \int_0^t p\, dt = \int_0^t v \cdot i\, dt \qquad W = P \cdot t = V \cdot I \cdot t$$

Μονάδα ισχύος Watt (W)

Μονάδα ενέργειας Joule (J) ή κιλοβατώρα (kWh)

$$1 \text{ kWh} = 1 \text{ kW} \cdot 1 \text{ hour} = 10^3 \text{ W} \cdot 3600 \text{ sec} = 3.6 \times 10^6 \text{ J}$$

Νόμος Ohm

- Εάν περνάει ρεύμα μέσα από τους ακροδέκτες ενός στοιχείου, η τάση στα άκρα του είναι ανάλογη με το ρεύμα που το διαρρέει (νόμος Ohm).
- συντελεστής αναλογίας R η ωμική αντίσταση του στοιχείου

$$V = I \cdot R \qquad \text{και} \qquad R = \frac{V}{I} \qquad \text{και} \qquad I = \frac{V}{R}$$

- Μονάδα ωμικής αντίστασης το ohm και συμβολίζεται με Ω

$$P = V \cdot I = I^2 \cdot R = \frac{V^2}{R}$$

Αγωγιμότητα

Το αντίστροφο της αντίστασης R ονομάζεται αγωγιμότητα

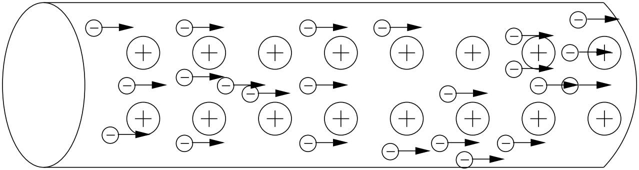
$$G = \frac{1}{R}$$

και έχει μονάδα το Siemens (S), όπου 1 S $= 1/\Omega$. Αν η αντίσταση δείχνει την «δυσκολία» στην κίνηση φορτίων, η αγωγιμότητα δείχνει το αντίθετο, την «ευκολία».

Με την αγωγιμότητα, ο νόμος του Ohm γίνεται

$$V = \frac{I}{G} \qquad I = V \cdot G \qquad G = \frac{I}{V}$$

Ειδική αντίσταση



$$R = \rho \, \frac{\ell}{S}$$

- ρ είναι η ειδική αντίσταση του υλικού και δεν εξαρτάται από τα γεωμετρικά στοιχεία του αγωγού αλλά από το ίδιο το υλικό και τη θερμοκρασία
- Μονάδα μέτρησης $\Omega \cdot \mathrm{m}$
- Συχνά χρησιμοποιούνται και τα $\Omega \cdot \mathrm{cm}$ ή $\Omega \cdot \mathrm{mm}^2/\mathrm{m}$

$$Pt = VIt = I^2 \cdot R \cdot t$$

Σε πρώτη προσέγγιση, η σχετική μεταβολή της αντίστασης είναι ανάλογη με τη μεταβολή της θερμοκρασίας

$$\frac{\Delta R}{R_0} = \alpha \cdot \Delta\theta \quad \Rightarrow \quad \frac{R - R_0}{R_0} = \alpha \cdot \Delta\theta \quad \Rightarrow$$

$$R = R_0(1 + \alpha \cdot \Delta\theta) \quad \Rightarrow \quad R = R_0\Big[1 + \alpha \cdot (\theta - \theta_0)\Big]$$

όπου θ_0, R_0 είναι η αρχική θερμοκρασία και αρχική αντίσταση αντίστοιχα, και θ, R η τελική θερμοκρασία και τελική αντίσταση αντίστοιχα.

Μονάδες

Πίνακας: Θεμελιώδεις SI μονάδες

φυσικό μέγεθος	μονάδα	σύμβολο
μήκος	metre	m
μάζα	kilogram	kg
χρόνος	second	s
ένταση ηλ. ρεύματος	ampère	A
θερμοκρασία	Kelvin	K
φωτεινή ένταση	candela	cd
ποσότητα ύλης	mole	mol

SI brochure

Βασικά Μεγέθη

Πίνακας: Βασικά μεγέθη στα Κυκλώματα

μέγεθος	σύμβολο μεγέθους	μονάδα	σύμβολο μονάδας
φορτίο	q, Q	coulomb	C
ρεύμα	i, I	ampère	A
τάση	v, V	volt	V
ισχύς	p, P	watt	W
ενέργεια	w, W	joule	J

Προθέματα

Πίνακας: Προθέματα μονάδων SI

όνομα	σύμβολο	δύναμη του 10
exa	E	10^{18}
peta	P	10^{15}
tera	T	10^{12}
giga	G	10^{9}
mega	M	10^{6}
kilo	k	10^{3}
centi	c	10^{-2}
milli	m	10^{-3}
micro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}
femto	f	10^{-15}
atto	a	10^{-18}

Περί πράξεων

- Σύστημα μονάδων SI
- Νούμερα πολύ μεγάλα ή πολύ μικρά
- Δυνάμεις του 10
- floating point, scientific, engineering notation
- σημαντικά ψηφία
- Ασκήσεις set1.pdf

Άσκηση 1.6

Κυλινδρικός αγωγός με διάμετρο $d = 2.5$ mm διαρρέεται από συνεχές ρεύμα $I = 5$ A. Ζητούνται:

- Η ποσότητα ηλεκτρικού φορτίου που περνάει από μια διατομή του αγωγού σε χρόνο $t = 3$ min.
- Ο αριθμός των ελευθέρων ηλεκτρονίων που περνάνε από την ίδια διατομή στον ίδιο χρόνο.
- Η πυκνότητα ρεύματος.

Δίδεται το φορτίο του ηλεκτρονίου $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C.

Άσκηση 1.7

Κυλινδρικό σύρμα από χρωμονικελίνη με διάμετρο $d = 1.8\ \mathrm{mm}$, μήκος $\ell = 2.3\ \mathrm{m}$ και ειδική αντίσταση $\rho = 100\ \mathrm{\mu\Omega \cdot cm}$, τροφοδοτείται από πηγή σταθερής τάσης $V = 18\ \mathrm{V}$. Ποια είναι η ένταση και η πυκνότητα του ρεύματος που το διαρρέει;

Άσκηση 1.8

Ποιά είναι η διατομή και το μήκος ενός σύρματος, από το οποίο είναι κατασκευασμένη μια αντίσταση, όταν καταναλώνει ισχύ $P = 2.3\ \mathrm{kW}$ σε δίκτυο με τάση $220\ \mathrm{V}$; Η ειδική αντίσταση του σύρματος είναι $\rho = 1.7\ \Omega \cdot \mathrm{mm}^2/\mathrm{m}$ και η επιτρεπομένη πυκνότητα ρεύματος είναι $J = 3.5\ \mathrm{A}/\mathrm{mm}^2$.

Άσκηση 1.9

Λαμπτήρας πυρακτώσεως λειτουργεί σε τάση $V = 220\ \mathrm{V}$. Όταν ο λαμπτήρας βρίσκεται στη μόνιμη κατάσταση λειτουργίας (θερμική ισορροπία), μέσα από το νήμα του περνάει ρεύμα $I = 200\ \mathrm{mA}$. Να βρεθούν:

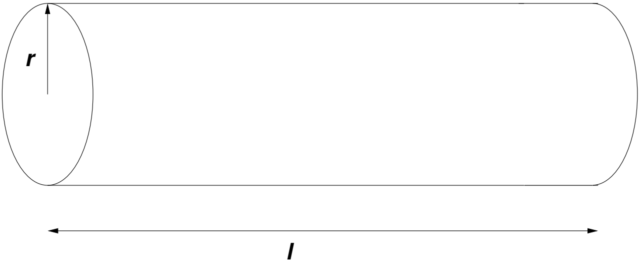
- Η αντίσταση του λαμπτήρα στη μόνιμη κατάσταση λειτουργίας.
- Η αντίσταση του λαμπτήρα σε θερμοκρασία $20\,^\circ$C, αν η θερμοκρασία λειτουργίας είναι $2225\,^\circ$C και ο θερμοκρασιακός συντελεστής $\alpha = 0.005\ ^\circ\mathrm{C}^{-1}$.
- Η ένταση I_0, όταν ο λαμπτήρας πρωτοσυνδεθεί και βρίσκεται ακόμα σε θερμοκρασία δωματίου $20\,^\circ$C. Τι παρατηρείτε σε σχέση με την μόνιμη κατάσταση λειτουργίας;

Άσκηση 1.16

Δίδεται χάλκινος αγωγός μήκους $\ell = 30\ \mathrm{cm}$, διατομής $S = 82\ \mathrm{mm}^2$ και ειδικής αντίστασης $\rho_{20\,^\circ\mathrm{C}} = 0.0175\ \Omega\ \mathrm{mm}^2/\mathrm{m}$ σε θερμοκρασία $20\,^\circ$C. Ποια είναι η αντίσταση του αγωγού στις θερμοκρασίες $20\,^\circ$C και $45\,^\circ$C αντίστοιχα όταν ο θερμοκρασιακός συντελεστής είναι $\alpha = 0.004\ ^\circ\mathrm{C}^{-1}$;

Άσκηση 1.17

Το παρακάτω σχήμα παριστά τμήμα ενός ηλεκτρομαγνητικού αγωγού με ειδική αντίσταση $\rho = 1.78 \times 10^{-8}\ \Omega\,\mathrm{m}$ και θερμοκρασιακό συντελεστή $\alpha = 3.89 \times 10^{-3}\ ^\circ\mathrm{C}^{-1}$. Δίδονται $r = 0.85\ \mathrm{cm}$ και $\ell = 2.5\ \mathrm{m}$. Ποια είναι η ηλεκτρική του αντίσταση; Πώς μεταβάλλεται αυτή (απόλυτος μεταβολή και σχετική %) όταν η θερμοκρασία αυξηθεί κατά $70\,^\circ$C;



Άσκηση

Για κάποια κατασκευή που πρέπει να κάνετε έχετε τις παρακάτω προδιαγραφές για σύρμαρα χαλκού με ειδική αντίσταση $\rho = 1.678\ \mu\Omega \cdot \mathrm{cm}$. Υπολογίστε τις αντίστοιχες ηλεκτρικές αντιστάσεις.

Πίνακας: Προδιαγραφές

AWG gauge	διάμετρος mm	μήκος m
3	5.827	500
7	3.665	700
14	1.628	2200

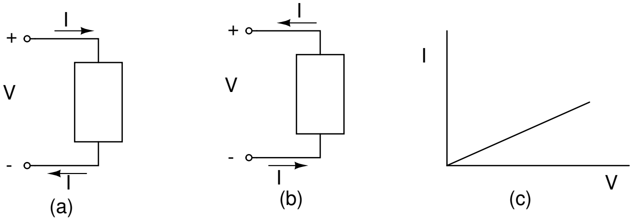
Topic

Ηλεκτρικό Κύκλωμα

Ηλεκτρικό κύκλωμα είναι το σύνολο των ηλεκτρικών πηγών και στοιχείων που είναι συνδεδεμένα μεταξύ τους με τέτοιο τρόπο ώστε να περνάει ρεύμα από κάθε στοιχείο.

- Συμβατική φοράς ρεύματος
- Παθητικά στοιχεία
- Ενεργά στοιχεία

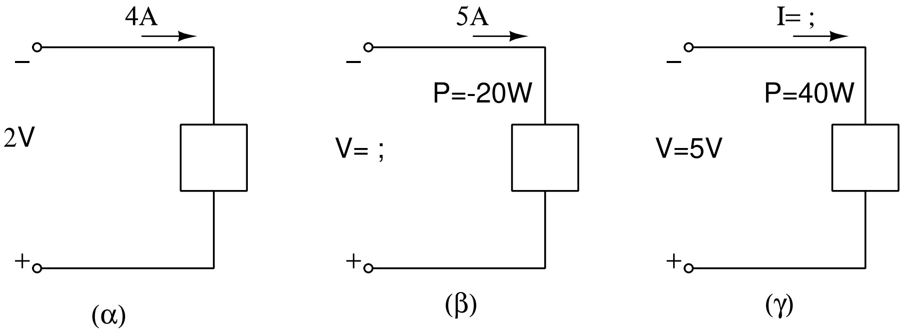
Ηλεκτρικό Κύκλωμα 2



Στο (a) το ρεύμα εισέρχεται από τον θετικό ακροδέκτη και εξέρχεται από τον αρνητικό, οπότε το στοιχείο καταναλώνει ισχύ ή αλλιώς, είναι παθητικό (π.χ. αντίσταση). Στο (b) το ρεύμα εισέρχεται από τον αρνητικό ακροδέκτη και εξέρχεται από τον θετικό, οπότε το στοιχείο παράγει ισχύ ή αλλιώς, είναι ενεργητικό (π.χ. πηγή). Στο (c) το στοιχείο είναι γραμμικό. Η σχέση μεταξύ της τάσης και του ρεύματος στους ακροδέκτες του είναι γραμμική.

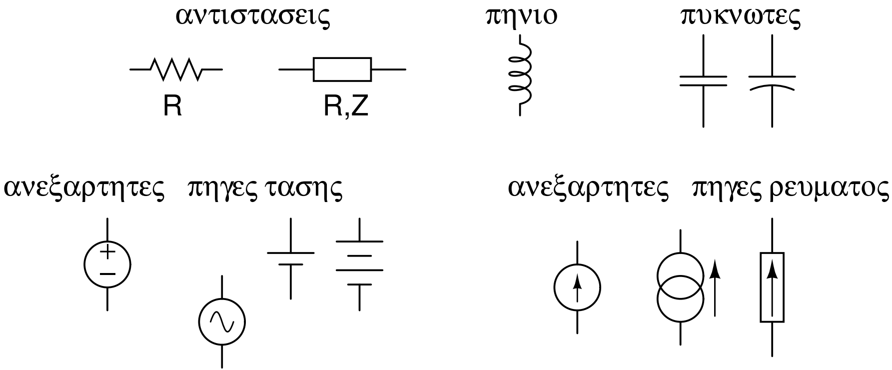
Ηλεκτρικό Κύκλωμα 3

Τα παρακάτω κυκλώματα παράγουν ή καταναλώνουν ισχύ και πόση είναι αυτή;



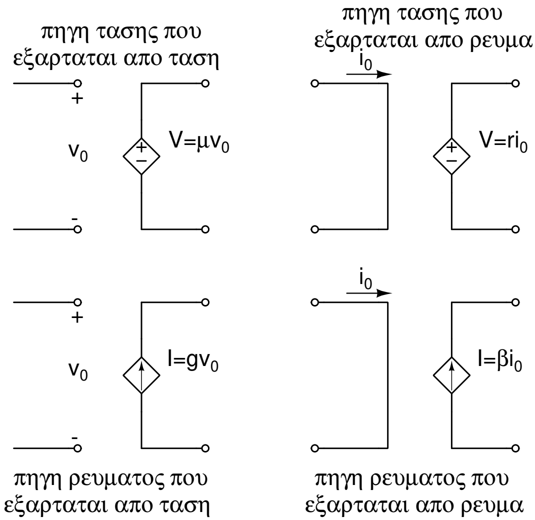
Ηλεκτρικό Κύκλωμα 4

Τα στοιχεία που θα διαπραγματευτούμε στο μάθημα



Ηλεκτρικό Κύκλωμα 5

Τα στοιχεία που θα διαπραγματευτούμε στο μάθημα

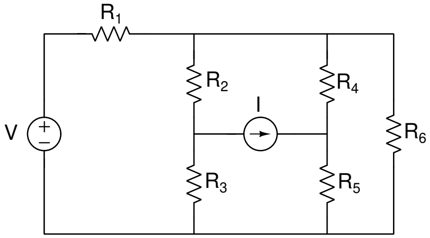


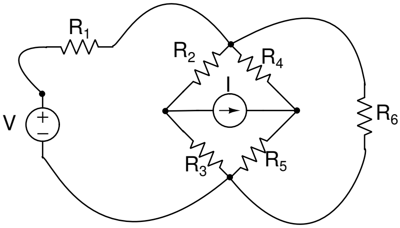
Θεμελιώδεις Έννοιες (SOS)

κόμβος (node):	το σημείο διακλαδώσεως του ρεύματος σε ένα κύκλωμα ή δίκτυο
κλάδος (branch):	το τμήμα του κυκλώματος που περιέχει ένα τουλάχιστον στοιχείο και συνδέει δύο κόμβους
βρόχος (loop):	κλειστή διαδρομή σε ένα κύκλωμα που περνά από διάφορους κόμβους μια μόνο φορά
ελάχιστος βρόχος ή οφθαλμός :	ένας βρόχος που δεν περιέχει άλλο βρόχο εντός του

Θεμελιώδεις Έννοιες

Στο παρακάτω κύκλωμα διακρίνουμε 4 κόμβους και 7 κλάδους (κλασσικός ορισμός). Μερικοί δυνητικοί βρόγχοι είναι επίσης οι: $V - R_1 - R_2 - R_3 - V$, $V - R_1 - R_4 - R_5 - V$, $V - R_1 - R_2 - I - R_5 - V$ όπου περιγράφονται οι κλάδοι που σχηματίζουν τους βρόχους από τα στοιχεία που περιέχουν.





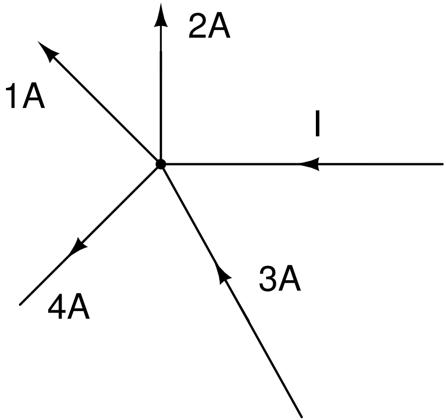
Κανόνες Kirchhoff

- Το αλγεβρικό άθροισμα των ρευμάτων σε έναν κόμβο είναι μηδέν.
- Το αλγεβρικό άθροισμα των τάσεων σε έναν βρόχο είναι μηδέν.

$$\sum_{i=1}^{N} I_i = 0 \qquad \text{και} \qquad \sum_{i=1}^{M} V_i = 0$$

για N ρεύματα που ενώνονται στον ίδιο κόμβο και για M τάσεις στα άκρα ισάριθμων στοιχείων που ευρίσκονται στον ίδιο βρόχο.

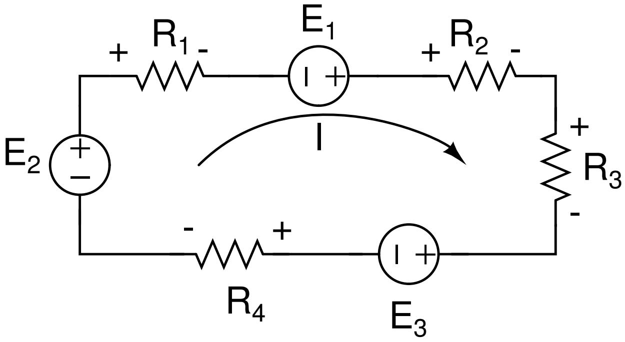
Κανόνας Ρευμάτων



Τα ρεύματα που μπαίνουν στον κόμβο τα παίρνουμε με θετικό πρόσημο και αυτά που βγαίνουν με αρνητικό.

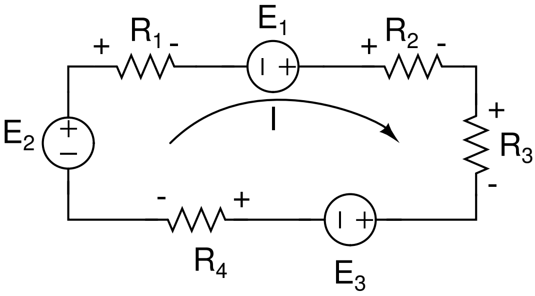
$$I + 3 - 2 - 1 - 4 = 0 \;\Rightarrow\; I = -3 + 2 + 1 + 4 = -3 + 7 = 4\text{ A}$$

Κανόνας Τάσεων



Διαλέγουμε αυθαίρετα την φορά ρεύματος που διαρρέει τον βρόχο (συνήθως δεξιόστροφη). Οι ωμικές αντιστάσεις είναι καταναλωτικά στοιχεία επομένως θεωρούμε ότι το ρεύμα μπαίνει από τον θετικό ακροδέκτη τους. Προσοχή εδώ. Θεωρούμε ότι το ρεύμα κινείται πάντα από σημεία με υψηλό δυναμικό σε σημεία με χαμηλό δυναμικό (από το $+$ στο $-$). Έτσι πάντα σε μια αντίσταση θα έχουμε μια πτώση τάσης στα άκρα της.

Κανόνας Τάσεων 2

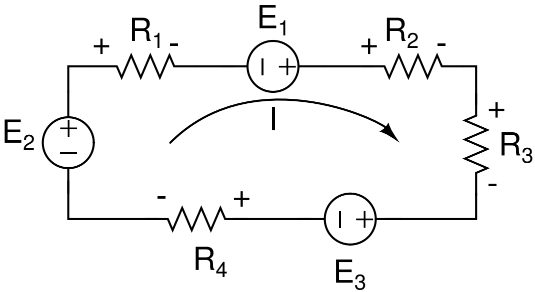


Όπως διαγράφουμε τον βρόχο δεξιόστροφα, τις πηγές τάσης που συναντάμε τις παίρνουμε σαν θετικές, αν συναντάμε πρώτα τον θετικό ακροδέκτη και αρνητικές αν συναντάμε πρώτα τον αρνητικό ακροδέκτη. Ομοίως, τις πτώσεις τάσεως στις αντιστάσεις τις παίρνουμε θετικές, αν η φορά μας είναι ίδια με τη φορά του ρεύματος που διαρρέει τις αντιστάσεις και αρνητικές, αν είναι αντίθετη.

$$IR_1 - E_1 + IR_2 + IR_3 + E_3 + IR_4 - E_2 = 0 \Rightarrow$$

$$E_1 + E_2 - E_3 = I(R_1 + R_2 + R_3 + R_4) = IR_{\text{ολική}}$$

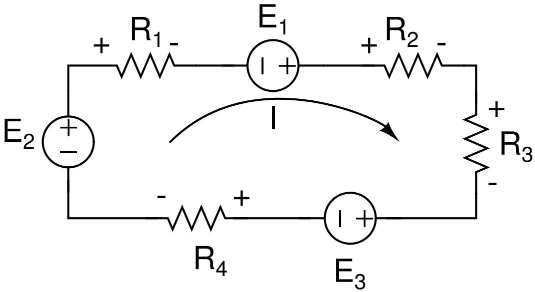
Αντιστάσεις εν σειρά



Ορίζουμε αντιστάσεις εν σειρά αυτές από τις οποίες περνάει το ίδιο ρεύμα και βρίσκονται στον ίδιο κλάδο. και μπορούν να αντικατασταθούν από μια ισοδύναμη αντίσταση με τιμή ίση με το άθροισμά τους. Γενικά, για N αντιστάσεις σε σειρά:

$$R_{\text{ολική}} = \sum_{i=1}^{N} R_i$$

Πηγές τάσης σε σειρά

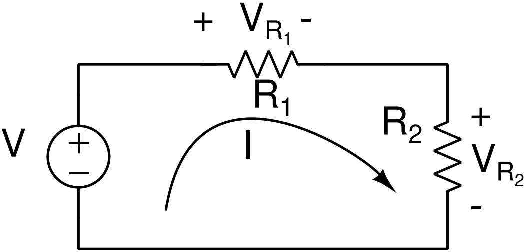


Βλέπουμε ομοίως ότι μπορούμε να αντικαταστήσουμε όλες τις πηγές τάσης με μια ισοδύναμη, το αλγεβρικό άθροισμα των πηγών.

$$E_{\text{ολική}} = \sum_{i=1}^{N} E_i$$

Διαιρέτης Τάσης

Στο παρακάτω κύκλωμα ποια είναι η τάση στις αντιστάσεις R_1, R_2 και πόση ισχύς καταναλώνεται στην αντίσταση R_2;



Διαιρέτης Τάσης 2

$$V_{R_1} + V_{R_2} - V = 0 \;\Rightarrow\; V = V_{R_1} + V_{R_2} = I(R_1 + R_2) \;\Rightarrow\; I = \frac{V}{R_1 + R_2}$$

Οι τάσεις στις επιμέρους αντιστάσεις είναι τότε

$$V_{R_1} = R_1 \cdot I = \frac{R_1}{R_1 + R_2}\, V \qquad \text{και} \qquad V_{R_2} = R_2 \cdot I = \frac{R_2}{R_1 + R_2}\, V$$

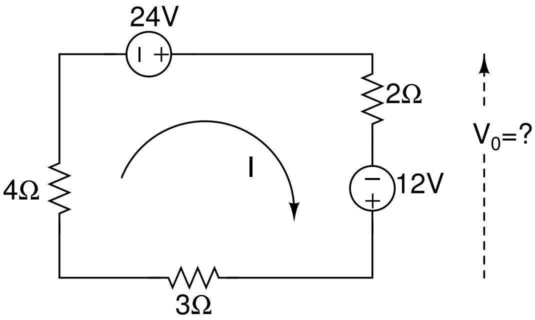
και η ισχύς που καταναλώνεται στην αντίσταση R_2 είναι

$$P_{R_2} = I\, V_{R_2} = \left(\frac{V}{R_1 + R_2}\right)^2 R_2$$

Το κύκλωμα αυτό εμφανίζεται τόσες πολλές φορές στην πράξη που του έχει δοθεί το όνομα διαιρέτης τάσης.

Άσκηση

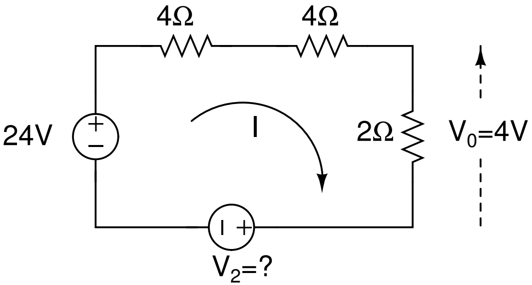
Στο παρακάτω κύκλωμα ποια είναι η V_0;



$$2I - 12 + 3I + 4I - 24 = 0 \;\Rightarrow\; 9I = 36 \;\Rightarrow\; I = 4 \text{ A}$$

$$V_0 = 2I - 12 = 8 - 12 = -4 \text{ V}$$

Στο παρακάτω κύκλωμα ποια είναι η V_2;

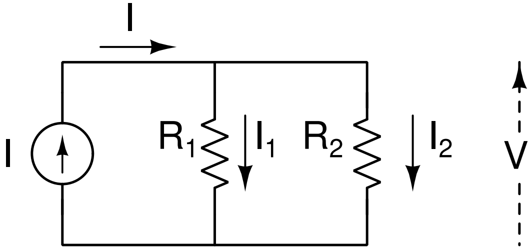


$$2I = 4 \;\Rightarrow\; I = 2\text{ A}$$

$$10I + V_2 - 24 = 0 \;\Rightarrow\; V_2 = 24 - 10I = 24 - 10 \cdot 2 = 4\text{ V}$$

Διαιρέτης Ρεύματος

Στο παρακάτω κύκλωμα ποια είναι τα ρεύματα I_1, I_2 που διαρρέουν τις δύο αντιστάσεις;



$$I = I_1 + I_2 = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) V = \frac{V}{R_0} \Rightarrow V = I\ R_0$$

$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_0 = \frac{R_1\ R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{R_0}{R_1}\, I = \frac{R_2}{R_1 + R_2}\, I$$

$$I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{R_0}{R_2}\, I = \frac{R_1}{R_1 + R_2}\, I$$

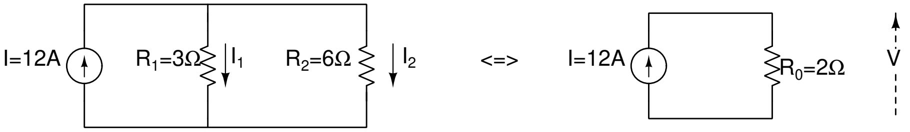
Και αυτό το κύκλωμα εμφανίζεται πολλές φορές στην πράξη και του έχει δοθεί το όνομα διαιρέτης ρεύματος.

Ορίζουμε επίσης παράλληλες αντιστάσεις αυτές που έχουν κοινούς ακροδέκτες και κοινή τάση στα άκρα τους και η ισοδύναμη αντίσταση δίνεται από:

$$\frac{1}{R_{\text{ολική}}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{R_i}$$

Άσκηση

Στο παρακάτω κύκλωμα να βρεθούν τα ρεύματα I_1, I_2.



Από διαιρέτη ρεύματος

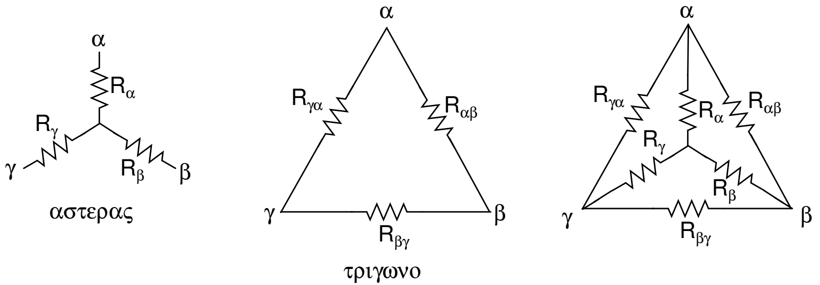
$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I = \frac{6}{6+3} 12 = 8 \text{ A} \qquad I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I = \frac{3}{6+3} 12 = 4 \text{ A}$$

Με ολική αντίσταση

$$R_0 = 2\ \Omega \qquad V = I \cdot R_0 = 12 \cdot 2 = 24\ \mathrm{V}$$

$$I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{24}{3} = 8\ \mathrm{A} \qquad I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{24}{6} = 4\ \mathrm{A}$$

Μετατροπή αστέρα / τριγώνου



$$R_{AB} = R_\alpha + R_\beta = \frac{R_{\alpha\beta} \cdot (R_{\beta\gamma} + R_{\gamma\alpha})}{R_{\alpha\beta} + R_{\beta\gamma} + R_{\gamma\alpha}} \tag{1}$$

$$R_{B\Gamma} = R_\beta + R_\gamma = \frac{R_{\beta\gamma} \cdot (R_{\gamma\alpha} + R_{\alpha\beta})}{R_{\alpha\beta} + R_{\beta\gamma} + R_{\gamma\alpha}} \tag{2}$$

$$R_{\Gamma A} = R_\gamma + R_\alpha = \frac{R_{\gamma\alpha} \cdot (R_{\alpha\beta} + R_{\beta\gamma})}{R_{\alpha\beta} + R_{\beta\gamma} + R_{\gamma\alpha}} \tag{3}$$

Μετατροπή αστέρα / τριγώνου 2

Από τρίγωνο σε αστέρα ($\Delta \rightarrow \Upsilon$).

$$R_\alpha = \frac{R_{\alpha\beta} R_{\gamma\alpha}}{R_{\alpha\beta} + R_{\beta\gamma} + R_{\gamma\alpha}} \tag{4}$$

$$R_\beta = \frac{R_{\beta\gamma} R_{\alpha\beta}}{R_{\alpha\beta} + R_{\beta\gamma} + R_{\gamma\alpha}} \tag{5}$$

$$R_\gamma = \frac{R_{\gamma\alpha} R_{\beta\gamma}}{R_{\alpha\beta} + R_{\beta\gamma} + R_{\gamma\alpha}} \tag{6}$$

Από (3) - (2) + (1) έχουμε την (4). Ομοίως και για τις άλλες.

Μετατροπή αστέρα / τριγώνου 3

Από αστέρα σε τρίγωνο ($\Upsilon \to \Delta$).

$$R_{\alpha\beta} = \frac{R_\alpha R_\beta + R_\beta R_\gamma + R_\gamma R_\alpha}{R_\gamma} \tag{7}$$

$$R_{\beta\gamma} = \frac{R_\alpha R_\beta + R_\beta R_\gamma + R_\gamma R_\alpha}{R_\alpha} \tag{8}$$

$$R_{\gamma\alpha} = \frac{R_\alpha R_\beta + R_\beta R_\gamma + R_\gamma R_\alpha}{R_\beta} \tag{9}$$

Από ((4)(5) + (5)(6) + (6)(4)) / (4) έχουμε την (8). Ομοίως και για τις άλλες.

Μετατροπή αστέρα / τριγώνου 4

Μνημονικός κανόνας για $\Upsilon \rightarrow \Delta$ Η αντίσταση κάθε πλευράς του ισοδυνάμου τριγώνου Δ είναι ίση με το άθροισμα των τριών γινομένων των αντιστάσεων του αστέρα Υ, αν πάρουμε τις πλευρές ανά δύο, που διαιρείται με την αντίσταση του αντίθετου κλάδου του αστέρα.

Μνημονικός κανόνας για $\Delta \rightarrow \Upsilon$ Η αντίσταση σε κάθε κλάδο του ισοδυνάμου αστέρα Υ είναι ίση με το γινόμενο των αντιστάσεων των διπλανών πλευρών του τριγώνου Δ που περικλείουν τον κλάδο, διαιρούμενο με το άθροισμα των αντιστάσεων του τριγώνου.

Μετατροπή αστέρα / τριγώνου 5

Αν οι τρεις πλευρές του αστέρα είναι ίσες μεταξύ τους με τιμή R_Υ τότε και οι τρεις πλευρές του τριγώνου είναι ίσες μεταξύ τους με τιμή

$$R_\Delta = \frac{3R_\Upsilon^2}{R_\Upsilon} = 3R_\Upsilon$$

Ομοίως, αν οι τρεις πλευρές του τριγώνου είναι ίσες μεταξύ τους με τιμή R_Δ τότε και οι τρεις πλευρές του αστέρα είναι ίσες μεταξύ τους με τιμή

$$R_\Upsilon = \frac{R_\Delta^2}{3R_\Delta} = \frac{1}{3}\,R_\Delta$$