

# Ηλεκτρικά Κυκλώματα Ι Θεωρία - Πρόοδος 2 - Λύσεις

Διδάσκων: Δροσόπουλος Αναστάσιος

2022-01-19

## Παρατηρήσεις

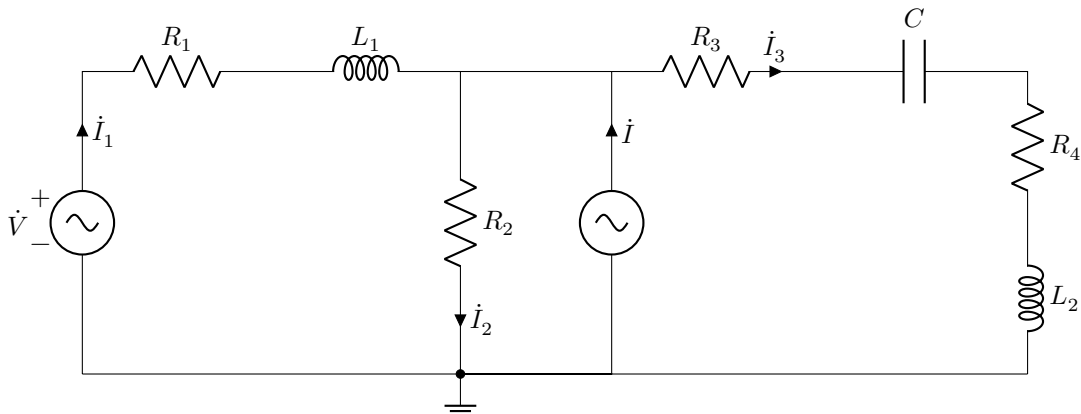
- Από ότι βλέπω χρειάζεστε τις λύσεις. Οι υπολογισμοί είναι για ένα συγκεκριμένο AM. Προφανώς μπορείτε να αντικαταστήσετε το δικό σας και να δείτε τι αποτελέσματα έπρεπε να έχετε.
- Προφανώς επίσης μπορείτε να χρησιμοποιήσετε spice για επιβεβαίωση αποτελεσμάτων έχοντας υπόψη αυτά που σας έχω πει για ορθή φορά ρεύματος. Μόνο για δική σας επιβεβαίωση. Στο γραπτό σας, εφόσον η Πρόοδος ήταν εξ αποστάσεως, όπως πάλι σας είχα πει, μπορούσατε να χρησιμοποιήσετε octave για πράξεις λύνοντας εξισώσεις και συστήματα που κατασκευάσατε εσείς. Δεν θα έχετε αυτή τη δυνατότητα στην τελική δια ζώσης εξέταση. Εκεί, μόνο κομπιουτεράκι επιτρέπεται. Spice απαντήσεις πάλι, χωρίς δική σας λύση, όπως κάνατε μερικοί, δεν ήταν δεκτή.

## Θέμα 1 (5 μον.)

Στο παρακάτω κύκλωμα για AM,  $r = 9139$ , έχουμε:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= x_{243}/x_{23}^{\circ} \text{ V} && 193/13^{\circ} \text{ V} \\ \dot{I} &= (x_{13}/10)/-x_{24}^{\circ} \text{ A} && 9.3/-19^{\circ} \text{ A} \\ R_1 &= x_{22} \Omega && 11 \Omega \\ R_2 &= x_{11} \Omega && 99 \Omega \\ R_3 &= x_{13} \Omega && 93 \Omega \\ R_4 &= x_{31} \Omega && 39 \Omega \\ L_1 &= (x_{12}/10) \text{ mH} && 9.1 \text{ mH} && j22.0 \Omega \\ L_2 &= x_{23} \text{ mH} && 13 \text{ mH} && j31.4 \Omega \\ C &= x_{24} \mu\text{F} && 19 \mu\text{F} && -j21.8 \Omega \\ f &= 385 \text{ Hz} \end{aligned}$$

όπου  $\omega = 2\pi f = 2419 \text{ rad/s}$  και  $Z_L = j\omega L$  για τα δυο πηνία αντίστοιχα και  $Z_C = -j/(\omega C)$  για τον πυκνωτή.



Να βρεθούν:

1. Τα ρεύματα  $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_3$ .
2. Η μιγαδική ισχύ για κάθε στοιχείο.
3. Αιτιολογείστε αν ισχύει η διατήρηση της ισχύος.

### Λύση

Έχουμε 4 παράλληλους κλάδους και 2 κόμβους. Ο κάτω κόμβος είναι κοινός και για τους 4 κλάδους και έχουμε το σύμβολο της γείωσης. Ο επάνω κόμβος  $A$  είναι σε κύκλο. Πολλοί από σας τον πήρατε λάθος ότι πρόκειται για δυο διαφορετικούς κόμβους και τα κάνατε θάλασσα.

Με κομβική ανάλυση Kirchhoff έχουμε:

$$\frac{\dot{V}_A - \dot{V}}{Z_1} + \frac{\dot{V}_A}{R_2} - \dot{I} + \frac{\dot{V}_A}{Z_2} = 0 \Rightarrow \dot{V}_A = \frac{\dot{I} + \frac{\dot{V}}{Z_1}}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{Z_2}} = 321.03/12.5^\circ \text{ V}$$

όπου

$$Z_1 = R_1 + Z_{L1} = 11 + j22 = 24.6/63.4^\circ \Omega \quad Z_2 = R_3 + Z_C + R_4 + Z_{L2} = 132 + j9.69 = 132.4/4.2^\circ \Omega$$

Τα ζητούμενα ρεύματα είναι:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{V} - \dot{V}_A}{Z_1} = -3.23 + j4.08 = 5.20/128.3^\circ \text{ A}$$

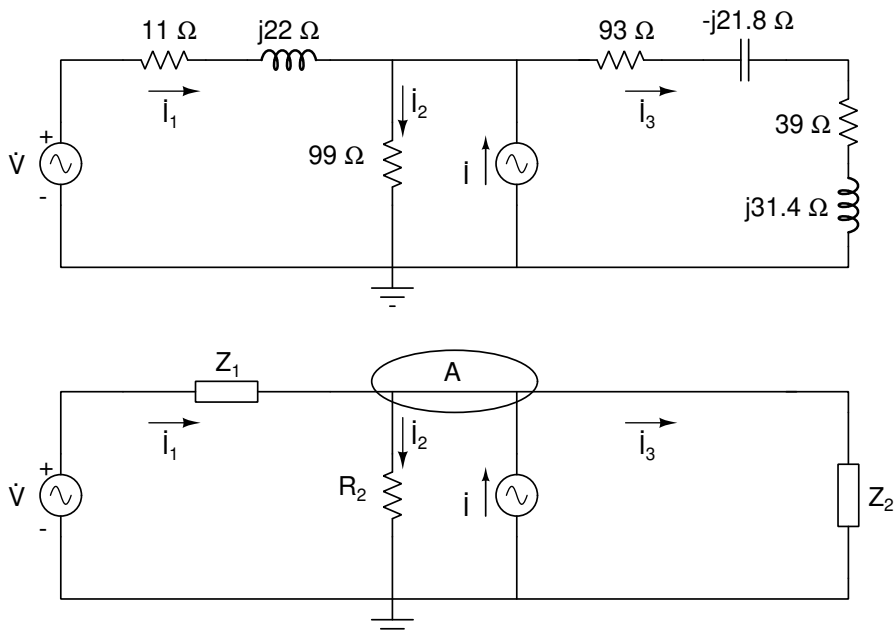
$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{V}_A}{R_2} = 3.16 + j0.703 = 3.24/12.5^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{V}_A}{Z_2} = 2.4 + j0.351 = 2.42/8.32^\circ \text{ A}$$

Αρκετοί από σας κάνατε ανάλυση Kirchhoff με κλαδικά ρεύματα, κανόνες ρευμάτων στον κόμβο  $A$  και κανόνες τάσεων σε δυο βρόχους όπου καταλήγατε σε σύστημα τρίτης τάξεως αν εφαρμόζατε τη μέθοδο σωστά. Σωστή επίλυση σας δίνει τα ίδια ρεύματα.

Αρκετοί άλλοι κάνατε μετασχηματισμούς απλοποίησης. Εδώ θέλει προσοχή γιατί αλλάζετε τη δομή του κυκλώματος, αλλάζετε τους κλάδους και τα ρεύματα δεν είναι πια ίδια. Πρέπει να ξαναγυρίσετε στο αρχικό κύκλωμα για να έχετε τις σωστές τιμές που λυπάμαι αλλά δεν το κάνατε.

Και πολλοί άλλοι επανέλαβαν το σοβαρό λάθος (που πολλές φορές έχω επισημάνει στις διαλέξεις) όπου πήρατε την πηγή τάσης και τη διπλανή της αντίσταση, εφαρμόσατε νόμο Ohm αγνοώντας το υπόλοιπο κύκλωμα και είπατε ότι αυτό είναι το ρεύμα κλάδου.



Η μιγαδική ισχύς για κάθε στοιχείο είναι  $\dot{S} = \dot{V} \cdot \dot{I}^*$  όπου  $\dot{V}$  η τάση στα άκρα του και  $\dot{I}$  το ρεύμα που το διαρρέει. Το σύμβολο \* δηλώνει συζυγές μιγαδικό. Για σύνθετες αντιστάσεις  $Z$  ισχύει επίσης (νόμος Ohm)  $\dot{S} = |\dot{I}|^2 Z$ . Εδώ φτιάχνετε ένα πινακάκι όπου υπολογίζετε την μιγαδική ισχύ κάθε στοιχείου καθώς και το αλγεβρικό άθροισμα (άρα εφόσον αθροίζουμε μας βολεύει η καρτεσιανή μορφή). Περιμένουμε ότι όση ισχύ δώσουν οι πηγές θα καταναλώνεται από τις αντιστάσεις και θα ισχύει η διατήρηση της ισχύος. Αλλιώς έχουμε κάνει λάθος.

Αρκετοί από σας συμπεράνατε ότι δεν ισχύει η διατήρηση της ισχύος!

Αντιστάσεις:

στοιχείο	ρεύμα	αντίσταση [ $\Omega$ ]	μιγαδική ισχύς [VA]
$R_1$	$\dot{I}_1$	11	$297.8 + j0$
$R_2$	$\dot{I}_2$	99	$1041 + j0$
$R_3$	$\dot{I}_3$	93	$547.1 + j0$
$R_4$	$\dot{I}_3$	39	$229.4 + j0$
$L_1$	$\dot{I}_1$	$j22.0$	$0 + j596$
$L_2$	$\dot{I}_3$	$j31.4$	$0 + j185$
$C$	$\dot{I}_3$	$-j21.8$	$0 - j128$
Σύνολο			$2115.4 + j653$

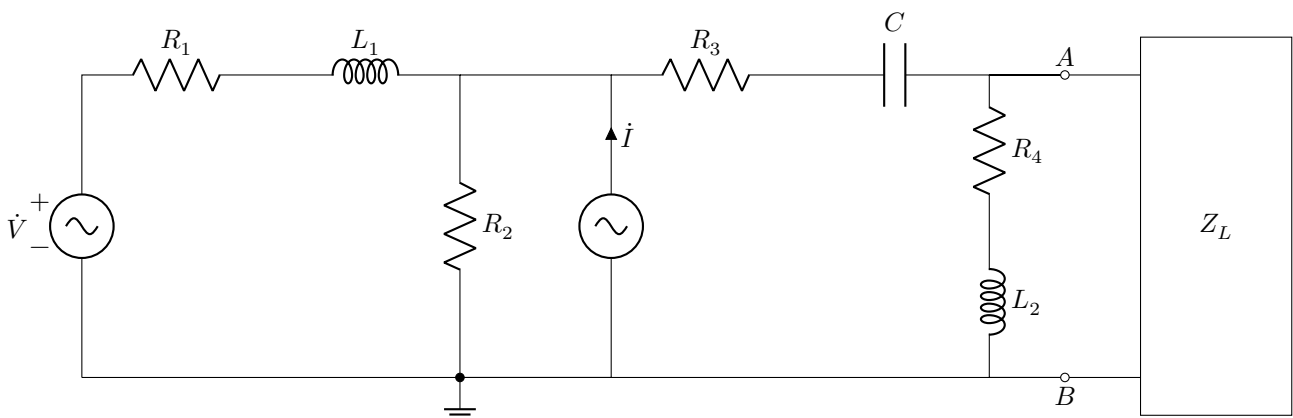
Πηγές:

στοιχείο	ρεύμα	τάση	μιγαδική ισχύς [VA]
$\dot{V}$	$\dot{I}_1$	$\dot{V}$	$-429.8 - j907.6$
$\dot{I}$	$\dot{I}$	$\dot{V}_A$	$2545.2 + j1560.7$
Σύνολο			$2115.4 + j653$

Όπως παρατηρούμε, πράγματι, ότι δίνουν οι πηγές καταναλώνεται στις αντιστάσεις, άρα ισχύει η διατήρηση της ισχύος. Μικροδιαφορές λόγω στρογγυλοποίησης, αποδεκτές.

## Θέμα 2 (5 μον.)

Στο παρακάτω κύκλωμα έχουμε ίδιες τιμές στοιχείων και συχνότητας όπως στο προηγούμενο Θέμα.



Να βρεθούν:

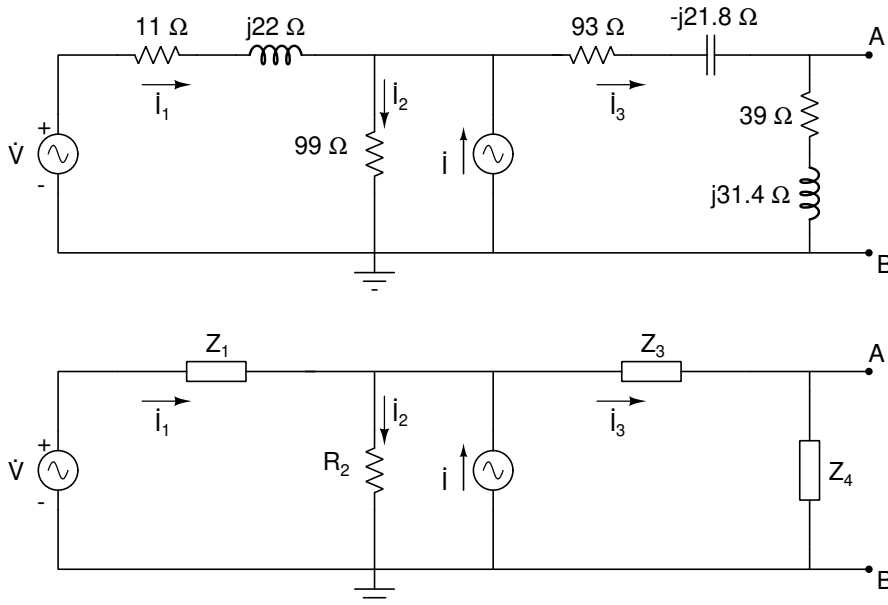
1. Το ισοδύναμο Thevenin που φαίνεται από τα  $A, B$  μετά την αφαίρεση του σύνθετου φορτίου  $Z_L$ .
2. Η τιμή του  $Z_L$  που θα μπορούσε να απορροφήσει μέγιστη πραγματική ισχύ καθώς και η τιμή αυτής της ισχύος.

3. Με τι πραγματικά στοιχεία μπορούμε να υλοποιήσουμε το  $Z_L$  για τη συχνότητα που μας δίδεται.

### Λύση

Έχουμε το παρακάτω κύκλωμα. Η μόνη διαφορά είναι ότι ομαδοποιήσα τις αντιστάσεις του δεξιού κλάδου διαφορετικά.

$$Z_3 = R_3 + Z_C = 95.5 / -13.2^\circ \Omega \quad Z_4 = R_4 + Z_{L2} = 50.1 / 38.9^\circ \Omega$$



Εξ ορισμού, τάση Thevenin είναι η τάση με ανοικτούς ακροδέκτες. Άρα

$$\dot{V}_{TH} = \dot{I}_3 Z_4 = 121.5 / 47.2^\circ \text{ V}$$

η τάση στα άκρα της  $Z_4$ , όπου το  $\dot{I}_3$  το βρήκαμε στο προηγούμενο θέμα.

Για τη  $Z_{TH}$ , εφόσον οι πηγές είναι ανεξάρτητες, τις «σβήνουμε» και έχουμε

$$Z_{TH} = [(Z_1 \parallel R_2) + Z_3] \parallel Z_4 = 32.4 + j15.8 = 36.1 / 26^\circ \Omega$$

Για μέγιστη μεταφορά πραγματικής ισχύος θέλουμε φορτίο

$$Z_L = Z_{TH}^* = 36.1 / -26^\circ \Omega$$

Η μέγιστη πραγματική ισχύς είναι

$$P_{\max} = \frac{|\dot{V}_{TH}|^2}{4\Re\{Z_{TH}\}} = 113.8 \text{ W}$$

Πως μπορούμε να υλοποιήσουμε το  $Z_L$ ; Έχουμε  $Z_L = 32.4 - j15.8 \Omega$ . Το πραγματικό μέρος το υλοποιούμε με μια ωμική αντίσταση  $32.4 \Omega$  και το αρνητικό φανταστικό με έναν πυκνωτή  $C = 1/(15.8\omega) = 26.2 \mu\text{F}$  (θυμηθείτε πως ορίζουμε τις σύνθετες αντιστάσεις πυκνωτή και πηνίου).