Ηλεκτρομαγνητισμός

Διάλεξη 04

Α. Δροσόπουλος

01-11-2021

Outline

Topic

1. **Παραδείγματα & Ασκήσεις**
2. Σύνοψη

Αποστάσεις μεταξύ δυο σημείων

Επαναλαμβάνεται ότι η απόσταση d μεταξύ δυο σημείων με διανύσματα θέσης $\mathbf{r}_1$ και $\mathbf{r}_2$ δίδεται από

$$d = |\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|$$

και στα τρία συστήματα συντεταγμένων είναι:

καρτεσιανό: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$

κυλινδρικό: $d = \sqrt{\rho_2^2 + \rho_1^2 - 2\rho_1\rho_2 \cos(\phi_2 - \phi_1) + (z_2 - z_1)^2}$

σφαιρικό: $d = \sqrt{r_2^2 + r_1^2 - 2r_1 r_2 \cos\theta_2 \cos\theta_1 - 2r_1 r_2 \sin\theta_2 \sin\theta_1 \cos(\phi_2 - \phi_1)}$

Σύνοψη για κατανομές φορτίου

Charge Distribution Summary

Point Charge	Line Charge	Sheet Charge	Volume Charge
Q			
Charge	Line Charge Density	Surface Charge Density	Volume Charge Density
$Q \ (\mathrm{C})$	$\rho_\ell \ (\mathrm{C/m})$	$\rho_s \ (\mathrm{C/m^2})$	$\rho_v \ (\mathrm{C/m^3})$
Total Charge	Total Charge	Total Charge	Total Charge
$Q_{\text{Total}} = \sum_{i=1}^{N} Q_i$	$Q_{\text{Total}} = \int_\ell \rho_\ell \, d\ell \cong \rho_\ell L$	$Q_{\text{Total}} = \iint_S \rho_s \, ds \cong \rho_s S$	$Q_{\text{Total}} = \iiint_v \rho_v \, dv = \rho_v V$
Total Field	Total Field	Total Field	Total Field
$\vec{D}_{\text{Total}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{Q_i}{4\pi R_i^2} \hat{a}_{R_i}$	$\vec{D}_{\text{Total}} = \int_\ell \frac{\rho_\ell \, d\ell}{4\pi R^2} \hat{a}_R$	$\vec{D}_{\text{Total}} = \iint_s \frac{\rho_s \, ds}{4\pi R^2} \hat{a}_R$	$\vec{D}_{\text{Total}} = \iiint_v \frac{\rho_v \, dv}{4\pi R^2} \hat{a}_R$

Καταστατική εξίσωση: $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$

Διαδικασία

Εύρεση φορτίου και πεδίου

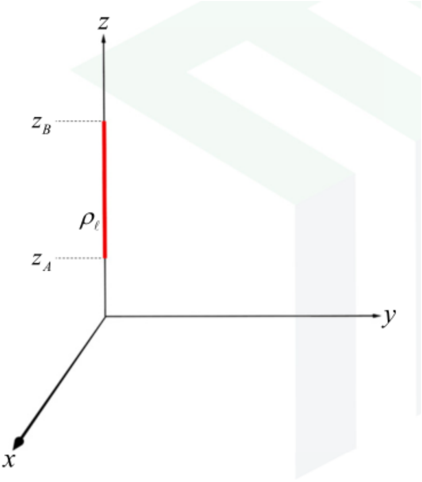
1. Σχεδίαση του προβλήματος με όλα τα μεγέθη καταγεγραμμένα.
2. Επιλογή συστήματος αναφοράς έτσι ώστε οι μαθηματικές πράξεις να είναι απλούστερες.
3. Καταγραφή της γενικής εξίσωσης για φορτίο και πεδίο.

	Point	Line	Surface	Volume
Q_{Total}	$\sum_{i=1}^{N} Q_i$	$\int_{\ell} \rho_\ell d\ell$	$\iint_S \rho_s ds$	$\iiint_v \rho_v dv$
D_{Total}	$\sum_{i=1}^{N} \frac{Q_i}{4\pi R_i^2} \hat{a}_{R_i}$	$\int_{\ell} \frac{\rho_\ell d\ell}{4\pi R^2} \hat{a}_R$	$\iint_s \frac{\rho_s ds}{4\pi R^2} \hat{a}_R$	$\iiint_v \frac{\rho_v dv}{4\pi R^2} \hat{a}_R$

4. Καταγραφή εκφράσεων στο επιλεγμένο σύστημα αναφοράς για όλα τα μεγέθη στο ολοκλήρωμα.
5. Επιλογή των ορίων ολοκλήρωσης.
6. Επίλυση του ολοκληρώματος.
7. Ερμηνεία αποτελέσματος.

Πεπερασμένη γραμμική κατανομή φορτίου

Ολικό φορτίο 1



Πεπερασμένη γραμμική κατανομή φορτίου

Ολικό φορτίο 2

1. Σχεδίαση του προβλήματος με όλα τα μεγέθη καταγεγραμμένα. Έγινε.
2. Επιλογή συστήματος αναφοράς. Καρτεσιανό.
3. Καταγραφή γενικής εξίσωσης.

$$Q_{\text{total}} = \int_L \rho_\ell d\ell$$

4. Καταγραφή εκφράσεων.

$$\rho_\ell = \rho_\ell \qquad d\ell = dz$$

5. Επιλογή των ορίων ολοκλήρωσης.

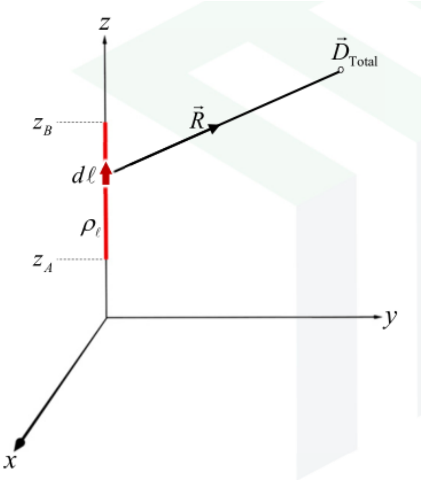
$$Q_{\text{total}} = \int_{z_A}^{z_B} \rho_\ell dz$$

6. Επίλυση ολοκληρώματος.

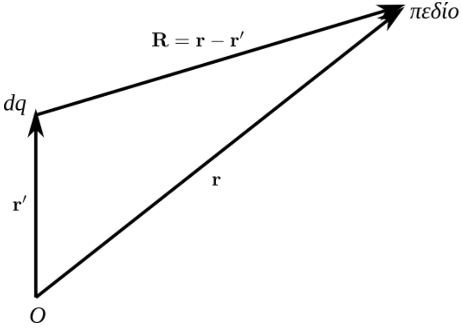
$$Q_{\text{total}} = \rho_\ell z \Big|_{z_A}^{z_B} = \rho_\ell (z_B - z_A) = \rho_\ell L$$

7. Ερμηνεία αποτελέσματος. Ολικό φορτίο ευθυγράμμου τμήματος $=$ γραμμική πυκνότητα επί μήκος τμήματος για ομοιόμορφη κατανομή.

Πεπερασμένη γραμμική κατανομή φορτίου
Ολικό πεδίο 1



Διάνυσμα θέσης πεδίου



Διανύσματα θέσης φορτίου και πεδίου.

Πεπερασμένη γραμμική κατανομή φορτίου

Ολικό πεδίο 2

1. Σχεδίαση του προβλήματος με όλα τα μεγέθη καταγεγραμμένα. Έγινε.
2. Επιλογή συστήματος αναφοράς. Καρτεσιανό.
3. Καταγραφή γενικής εξίσωσης.

$$\mathbf{D}_{\text{total}} = \int_L \frac{\rho_\ell d\ell}{4\pi R^2}\hat{\mathbf{a}}_R$$

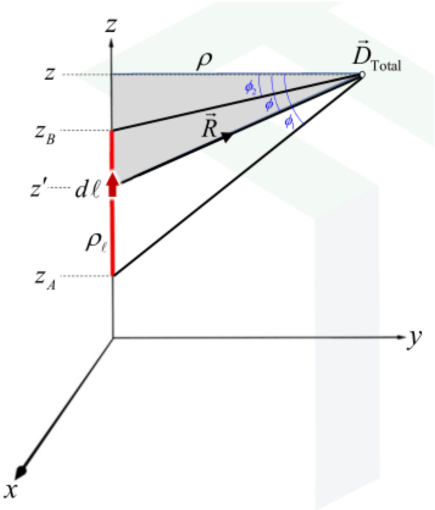
4. Καταγραφή εκφράσεων.

$$\rho_\ell = \rho_\ell \qquad \frac{\hat{\mathbf{a}}_R}{R^2} = \frac{\mathbf{R}}{|\mathbf{R}|^3} = \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \qquad d\ell = dz'$$

5. Επιλογή ορίων ολοκλήρωσης.

$$\mathbf{D}_{\text{total}} = \frac{\rho_\ell}{4\pi}\int_{z_A}^{z_B} \frac{\mathbf{R}}{|\mathbf{R}|^3} dz'$$

Πεπερασμένη γραμμική κατανομή φορτίου
Ολικό πεδίο 3



6. Επίλυση ολοκληρώματος με αλλαγή μεταβλητών.

$$\begin{array}{ll} z_A \to \phi_1 & z_B \to \phi_2 \\ \tan\phi = (z - z')/\rho & z' = z - \rho\tan\phi \end{array}$$

$$dz' = -\rho\sec^2\phi d\phi$$

$$\mathbf{R} = \rho\hat{\boldsymbol{\rho}} + (z - z')\hat{\mathbf{z}} = \frac{\rho}{\cos\phi}(\cos\phi\hat{\boldsymbol{\rho}} + \sin\phi\hat{\mathbf{z}}) = \rho\sec\phi(\cos\phi\hat{\boldsymbol{\rho}} + \sin\phi\hat{\mathbf{z}})$$

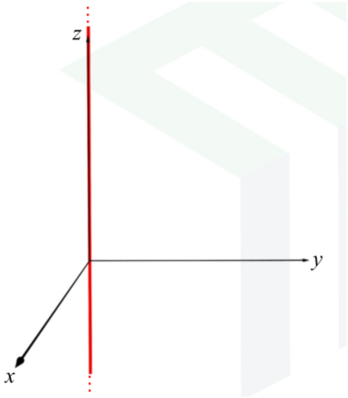
$$|\mathbf{R}|^3 = (\rho\sec\phi)^3$$

$$\mathbf{D}_{\text{total}} = \frac{\rho_\ell}{4\pi}\int_{\phi_1}^{\phi_2}\frac{\rho\sec\phi(\cos\phi\hat{\boldsymbol{\rho}} + \sin\phi\hat{\mathbf{z}})}{(\rho\sec\phi)^3}(-\rho\sec^2\phi d\phi) =$$

$$= -\frac{\rho_\ell}{4\pi\rho}\int_{\phi_1}^{\phi_2}(\cos\phi\hat{\boldsymbol{\rho}} + \sin\phi\hat{\mathbf{z}})d\phi = -\frac{\rho_\ell}{4\pi\rho}(\sin\phi\hat{\boldsymbol{\rho}} - \cos\phi\hat{\mathbf{z}})\Big|_{\phi_1}^{\phi_2} =$$

$$= \frac{\rho_\ell}{4\pi\rho}\Big[(\sin\phi_1 - \sin\phi_2)\hat{\boldsymbol{\rho}} + (\cos\phi_2 - \cos\phi_1)\hat{\mathbf{z}}\Big]$$

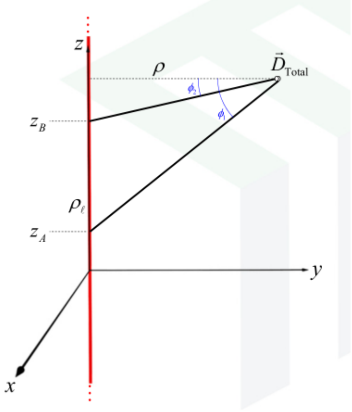
7. Ερμηνεία αποτελέσματος: Το $\mathbf{D}$ αποσβένει σαν $1/\rho$.



$$Q_{\text{total}} = \rho_\ell L = \rho_\ell \infty = \infty$$

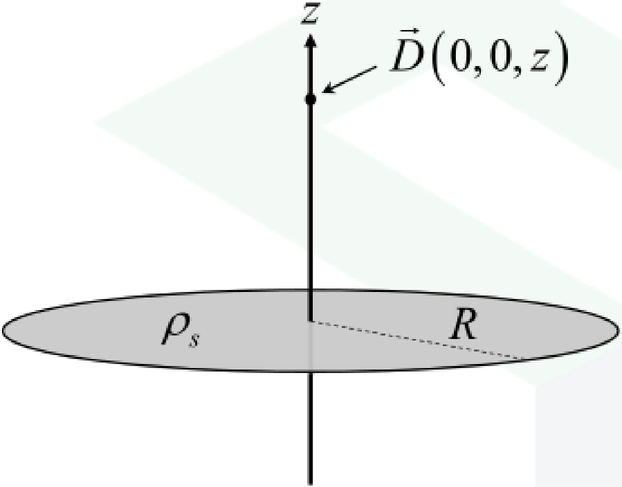
Γραμμική κατανομή φορτίου απείρου μήκους

Ολικό πεδίο



$$\phi_1 = \pi/2 \qquad \phi_2 = -\pi/2 \qquad \mathbf{D}_{\text{total}} = \frac{\rho_\ell}{2\pi\rho}\hat{\boldsymbol{\rho}}$$

Κυκλικός δίσκος
Ολικό φορτίο



Κυκλικός δίσκος
Ολικό φορτίο 2

1. Σχεδίαση του προβλήματος με όλα τα μεγέθη καταγεγραμμένα. Έγινε.
2. Επιλογή συστήματος αναφοράς. Κυλινδρικό.
3. Καταγραφή γενικής εξίσωσης.

$$Q_{\text{total}} = \int_S \rho_S dS$$

4. Καταγραφή εκφράσεων.

$$\rho_S = \rho_S \qquad dS = \rho d\rho d\phi$$

5. Επιλογή των ορίων ολοκλήρωσης.

$$Q_{\text{total}} = \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\rho=0}^{R} \rho_S \rho d\rho d\phi$$

6. Επίλυση ολοκληρώματος.

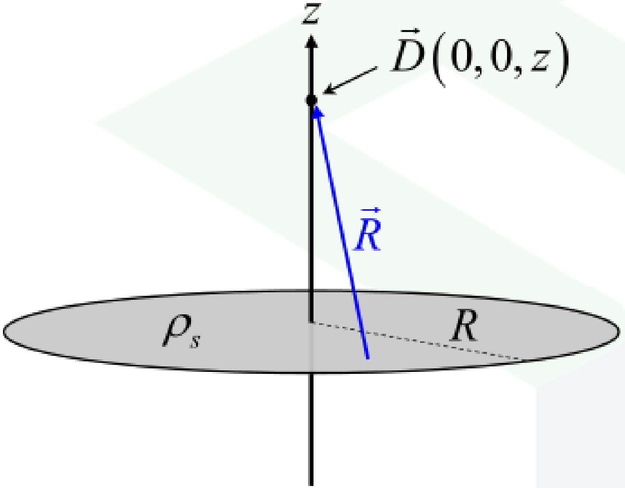
$$Q_{\text{total}} = \frac{\rho_S R^2}{2} 2\pi = \pi R^2 \rho_S$$

7. Ερμηνεία αποτελέσματος για ομοιόμορφη κατανομή φορτίου.

$$Q_{\text{total}} = \rho_S S$$

Κυκλικός δίσκος

Ολικό πεδίο



Κυκλικός δίσκος
Ολικό πεδίο 2

1. Σχεδίαση του προβλήματος με όλα τα μεγέθη καταγεγραμμένα. Έγινε.
2. Επιλογή συστήματος αναφοράς. Κυλινδρικό.
3. Καταγραφή γενικής εξίσωσης.

$$\mathbf{D}_{\text{total}} = \int_S \frac{\rho_S dS}{4\pi R^2}\hat{\mathbf{a}}_R = \frac{\rho_S}{4\pi}\int_S \frac{\mathbf{R}}{|\mathbf{R}|^3}dS$$

4. Καταγραφή εκφράσεων.

$$\rho_S = \rho_S \qquad \mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}' = (0,0,z) - (\rho,\phi,0) = (-\rho,-\phi,z)$$

$$dS = \rho d\rho d\phi \qquad |\mathbf{R}| = \sqrt{\rho^2 + z^2}$$

5. Επιλογή των ορίων ολοκλήρωσης.

$$\mathbf{D}_{\text{total}} = \frac{\rho_S}{4\pi}\int_{\phi=0}^{2\pi}\int_{\rho=0}^{R} \frac{-\rho\hat{\boldsymbol{\rho}} - \phi\hat{\boldsymbol{\varphi}} + z\hat{\mathbf{z}}}{(\rho^2+z^2)^{3/2}}\rho d\rho d\phi$$

6. Επίλυση ολοκληρώματος. Λόγω συμμετρίας οι συνιστώσες $\hat{\boldsymbol{\rho}}$ και $\hat{\boldsymbol{\varphi}}$ μηδενίζονται και μένει μόνο η $\hat{\mathbf{z}}$.

$$\mathbf{D}_{\text{total}} = \frac{\rho_S}{4\pi}\int_{\phi=0}^{2\pi}\int_{\rho=0}^{R} \frac{z\hat{\mathbf{z}}}{(\rho^2+z^2)^{3/2}}\rho d\rho d\phi \Rightarrow$$

6

$$\mathbf{D}_{\text{total}} = \frac{\rho_S z}{2}\hat{\mathbf{z}} \int_{\rho=0}^{R} (\rho^2 + z^2)^{-3/2} \rho d\rho$$

Με $v = \rho^2 + z^2$ και $dv = 2\rho d\rho$

$$\mathbf{D}_{\text{total}} = \frac{\rho_S z}{4}\hat{\mathbf{z}} \int_{v=z^2}^{R^2+z^2} v^{-3/2} dv = -\frac{\rho_S z}{2}\hat{\mathbf{z}} \frac{1}{\sqrt{v}}\Bigg|_{v=z^2}^{R^2+z^2} = \cdots$$

$$= \frac{\rho_S}{2}\left(1 - \frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}}\right)\hat{\mathbf{z}}$$

Επίπεδο φορτίο άπειρης έκτασης

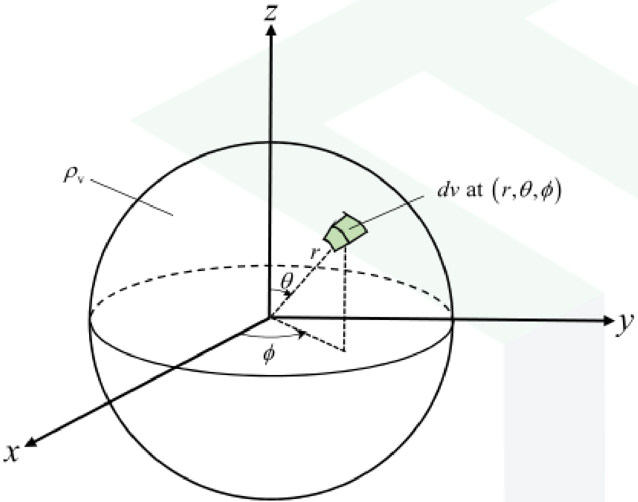
Μπορούμε να γενικεύσουμε από το προηγούμενο.

- Αν $R \to \infty$ καλύπτουμε επίπεδο φορτίο άπειρης έκτασης.
- $Q_{\text{total}} = \rho_S S \to \infty$
- και το πεδίο

$$\mathbf{D}_{\text{total}} = \frac{\rho_S}{2}\hat{\mathbf{z}}$$

Παρατηρούμε ότι το πεδίο είναι σταθερό.

Σφαίρα



Σφαίρα
Ολικό φορτίο

1. Σχεδίαση του προβλήματος με όλα τα μεγέθη καταγεγραμμένα. Έγινε.
2. Επιλογή συστήματος αναφοράς. Σφαιρικό.
3. Καταγραφή γενικής εξίσωσης.

$$Q_{\text{total}} = \int_v \rho_v dv$$

4. Καταγραφή εκφράσεων.

$$\rho_v = \rho_v \qquad dv = r^2 \sin\theta dr d\theta d\phi$$

5. Επιλογή των ορίων ολοκλήρωσης.

$$Q_{\text{total}} = \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{r=0}^{R} \rho_v r^2 \sin\theta dr d\theta d\phi$$

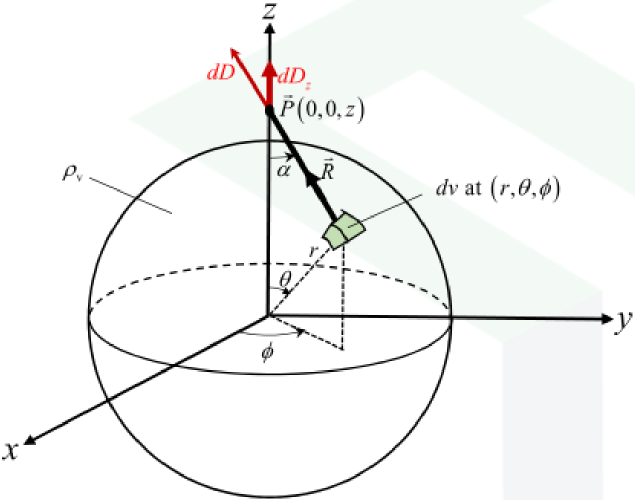
6. Επίλυση ολοκληρώματος.

$$Q_{\text{total}} = \frac{2\pi\rho_v R^3}{3} \int_{\theta=0}^{\pi} \sin\theta d\theta = \cdots = \rho_v \frac{4\pi R^3}{3}$$

7. Ερμηνεία αποτελέσματος για ομοιόμορφη κατανομή φορτίου.

$$Q_{\text{total}} = \rho_v v$$

Σφαίρα
Ολικό πεδίο



1. Σχεδίαση του προβλήματος με όλα τα μεγέθη καταγεγραμμένα. Έγινε.
2. Επιλογή συστήματος αναφοράς. Σφαιρικό.
3. Καταγραφή γενικής εξίσωσης.

$$\mathbf{D}_{\text{total}} = \int_v \frac{\rho_v dv}{4\pi R^2} \hat{\mathbf{a}}_R = \frac{\rho_v}{4\pi} \int_v \frac{\mathbf{R}}{|\mathbf{R}|^3} dv$$

4. Καταγραφή εκφράσεων.

$$\rho_v = \rho_v \qquad dv = r^2 \sin\theta dr d\theta d\phi$$

$$\ldots$$

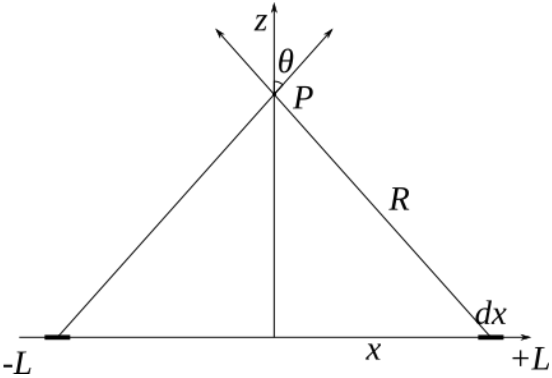
Λόγω συμμετρίας μόνο η συνιστώσα z παραμένει.

Τελικά

$$\mathbf{D}_{\text{total}} = \frac{Q}{4\pi r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

Άσκηση

Να βρεθεί το ηλεκτρικό πεδίο σε απόσταση z από τη μέση ευθυγράμμου τμήματος μήκους $2L$ με ομοιόμορφη κατανομή φορτίου λ.



Άσκηση 2

Βολεύει να πάρουμε συμμετρικά κομμάτια στοιχειώδους φορτίου στα $\pm x$ έτσι ώστε να μηδενιστεί η οριζόντια συνιστώσα. Οπότε

$$d\mathbf{E} = 2\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{\lambda dx}{R^2}\right)\cos\theta\,\hat{\mathbf{z}}$$

$$\cos\theta = z/R \qquad R = \sqrt{z^2 + x^2}$$

και για την z συνιστώσα:

$$E_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_0^L \frac{2\lambda z}{(z^2+x^2)^{3/2}}dx = \frac{2\lambda z}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{x}{z^2\sqrt{z^2+x^2}}\right]_0^L = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{2\lambda L}{z\sqrt{z^2+L^2}}\right]$$

και $\mathbf{E} = E_z\hat{\mathbf{z}}$ όπου χρησιμοποιήσαμε τον μετασχηματισμό $x = z\tan\theta$ για τον υπολογισμό του ολοκληρώματος.

Μακριά από το τμήμα $(z \gg L)$ αυτό γίνεται

$$E_z \sim \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2\lambda L}{z^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{z^2}$$

όπου $Q = 2\lambda L$ το φορτίο. Μοιάζει με σημειακό.

Άσκηση

Δυο σημειακά φορτία $q_1 = 5$ nC και $q_2 = -2$ nC βρίσκονται στα σημεία $(2, 0, 4)$ και $(-3, 0, 5)$ αντίστοιχα. Να βρεθούν:

- η δύναμη σε φορτίο $q = 1$ nC στο $(1, -3, 7)$
- το ηλεκτρικό πεδίο $\mathbf{E}$ στο $(1, -3, 7)$

$$\mathbf{r} = (1, -3, 7) \qquad \mathbf{r}_1' = (2, 0, 4) \qquad \mathbf{r}_2' = (-3, 0, 5)$$

$$\mathbf{F} = Kqq_1 \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_1'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1'|^3} + Kqq_2 \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_2'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_2'|^3} = (-1.0044, -1.2843, 1.3995) \text{ nN}$$

$$\mathbf{E} = Kq_1 \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_1'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1'|^3} + Kq_2 \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_2'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_2'|^3} = (-1.0044, -1.2843, 1.3995) \text{ V/m}$$

Άσκηση

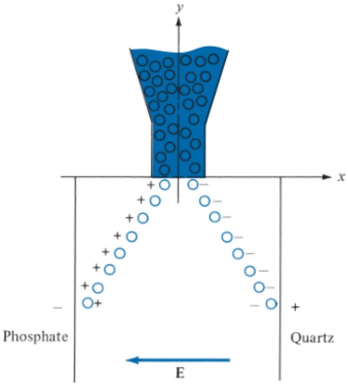
```
octave:1> r=[1 -3 7]; r1=[2 0 4]; r2=[-3 0 5]; q=1e-9; q1=5e-9; q2=-2e-9;
octave:2> K=9e9;
octave:3> F=K*q*q1*(r-r1)/(norm(r-r1))^3 + K*q*q2*(r-r2)/(norm(r-r2))^3
F =
  -0.0000000010044  -0.0000000012843   0.0000000013995

octave:4> F*1e9
ans =
  -1.0044  -1.2843   1.3995

octave:5> E=K*q1*(r-r1)/(norm(r-r1))^3 + K*q2*(r-r2)/(norm(r-r2))^3
E =
  -1.0044  -1.2843   1.3995
```

Άσκηση

Οι ηλεκτροστατικές δυνάμεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην πρακτική εφαρμογή διαχωρισμού στερεών. Π.χ. σε ορυκτό που έχει πρώτα διασπαστεί σε κόκκους χαλαζία και φωσφορούχο πέτρωμα ο διαχωρισμός γίνεται με εφαρμογή ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου όπως στο σχήμα. Να βρεθεί ο διαχωρισμός όταν οι κόκκοι/σωματίδια πέσουν διάστημα 80 cm. Θεωρούμε ότι όλα τα σωματίδια έχουν την ίδια μάζα m και φορτίο Q. Δίδονται $E = 500$ kV/m και $Q/m = 9\ \mu$C/kg για θετικά και αρνητικά φορτισμένα σωματίδια.



Άσκηση 2

Αγνοώντας τις δυνάμεις Coulomb μεταξύ σωματιδίων βλέπουμε ότι το πεδίο $\mathbf{E}$ δρα οριζόντια και η βαρύτητα κάθετα. Επομένως τα σωματίδια κινούνται και ισχύει

$$Q\mathbf{E} = m\frac{d^2x}{dt^2}\hat{\mathbf{x}} \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{Q}{m}E \Rightarrow x = \frac{Q}{2m}Et^2 + c_1 t + c_2$$

$$-mg = m\frac{d^2y}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2y}{dt^2} = -g \Rightarrow y = -\frac{1}{2}gt^2 + c_3 t + c_4$$

όπου c_1, c_2, c_3, c_4 σταθερές ολοκλήρωσης. Θεωρώντας αρχική θέση και ταχύτητα μηδέν, μηδενίζονται αυτές οι σταθερές. Οπότε η τροχιά είναι:

$$x = \frac{Q}{2m}Et^2 \qquad \text{και} \qquad y = -\frac{1}{2}gt^2$$

Για $y = -80\ \mathrm{cm} = -0.8\ \mathrm{m}$ και $g = 9.8\ \mathrm{m/s^2}$

$$t^2 = \frac{0.8 \times 2}{9.8} = 0.1633\ \mathrm{s}^2$$

$$x = \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^5 \times 0.1633 = 0.3673\ \mathrm{m}$$

και η μεταξύ τους απόσταση είναι $2x = 73.47\ \mathrm{cm}$.

Άσκηση

Πεπερασμένο φορτισμένο επίπεδο $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$, $z = 0$ έχει πυκνότητα φορτίου $\rho_S = xy(x^2 + y^2 + 25)^{3/2}$ nC/m. Να βρεθούν:

- το ολικό φορτίο Q
- το ηλεκτρικό πεδίο $\mathbf{E}$ στο $(0, 0, 5)$
- τη δύναμη που υφίσταται σε σημειακό φορτίο -1 mC στο $(0, 0, 5)$

$$Q = \int_S \rho_S dS = \int_0^1 \int_0^1 xy(x^2 + y^2 + 25)^{3/2} dx dy =$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^1 y \left[\int_0^1 (x^2 + y^2 + 25)^{3/2} d(x^2) \right] dy =$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^1 y \frac{2}{5} (x^2 + y^2 + 25)^{5/2} \Big|_0^1 dy = \cdots = 33.15 \text{ nC}$$

Άσκηση 2

$$\mathbf{E} = \int_S \frac{\rho_S dS}{4\pi\epsilon_0 R^2}\hat{\mathbf{R}} = \int_S \frac{\rho_S dS}{4\pi\epsilon_0}\frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3}$$

όπου $\mathbf{r}-\mathbf{r}' = (0,0,5)-(x,y,0) = (-x,-y,5)$. Οπότε

$$\mathbf{E} = \int_0^1\int_0^1 K\times 10^{-9}\frac{xy(x^2+y^2+25)^{3/2}(-x,-y,5)dxdy}{(x^2+y^2+25)^{3/2}} = \int_0^1\int_0^1 9xy(-x,-y,5)dxdy =$$

$$= -\left[9\int_0^1\int_0^1 x^2ydxdy\right]\hat{\mathbf{x}} - \left[9\int_0^1\int_0^1 xy^2dxdy\right]\hat{\mathbf{y}} + \left[45\int_0^1\int_0^1 xydxdy\right]\hat{\mathbf{z}} =$$

$$= (-1.5, -1.5, 11.25)\ \mathrm{V/m}$$

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} = (1.5, 1.5, -11.25)\ \mathrm{mN}$$

Topic

1. Παραδείγματα & Ασκήσεις
2. **Σύνοψη**

Μέχρι τώρα σύνοψη

- Δυνάμεις Coulomb και ηλεκτρικό φορτίο

$$\mathbf{F} = K\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$$

- Ηλεκτροστατικό πεδίο

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q}$$

- Κατανομές φορτίου (σημείο, καμπύλη, επιφάνεια, όγκος)
- Ηλεκτρική ροή - Πυκνότητα ηλεκτρικής ροής και σχέση με ένταση πεδίου

$$\mathbf{D} = \epsilon\mathbf{E}$$

$$\Psi = \int_S \mathbf{D}\cdot d\mathbf{S}$$

- Νόμος Gauss (1η εξίσωση Maxwell)

$$\Psi = \oint_S \mathbf{D}\cdot d\mathbf{S} = Q_i \qquad \nabla\cdot\mathbf{D} = \rho_V$$

Μέχρι τώρα σύνοψη 2

- Έργο μετακίνησης φορτίου

$$W = -q\int_A^B \mathbf{E}\cdot d\boldsymbol{\ell}$$

- Ηλεκτρικό δυναμικό, τάση

$$V_{AB} = \frac{W}{q} = -\int_A^B \mathbf{E}\cdot d\boldsymbol{\ell} = V_B - V_A$$

- Ηλεκτροστατικό πεδίο, συντηρητικό και αστρόβιλο (2η Maxwell - μέρος)

$$\nabla\times\mathbf{E} = 0 \qquad \mathbf{E} = -\nabla V$$

- Ηλεκτρικό δίπολο, διπολική ροπή, δυναμικό και πεδίο διπόλου

$$V(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{p}\cdot(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{4\pi\epsilon_0|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3}$$

- Ηλεκτροστατική ενέργεια και πυκνότητα ενέργειας

$$W_E = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} Q_i V_i \qquad w_E = \frac{dW_E}{dv} = \frac{1}{2}\,\mathbf{D}\cdot\mathbf{E}$$