

Άσκηση 4

**Παράγοντες που επηρεάζουν τη ροή
ενεργού και αέργου ισχύος**

Αντικείμενο

Παρατήρηση της ροής της ενεργού και της άεργου ισχύος όταν:

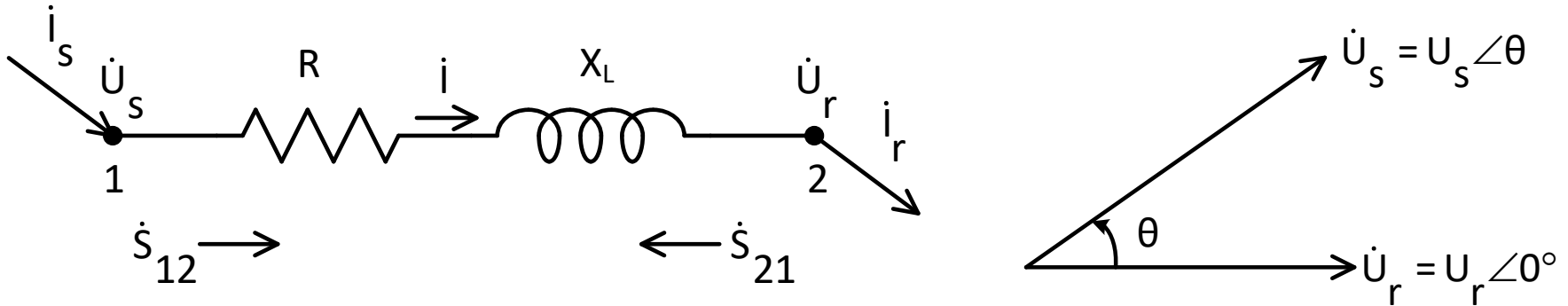
- ⇒ Οι τάσεις στα δύο άκρα της γραμμής μεταφοράς είναι ίσες κατά μέτρο με μηδενική ή διάφορη του μηδενός φασική γωνία.
- ⇒ Οι τάσεις στα δύο άκρα της γραμμής μεταφοράς είναι διάφορες κατά μέτρο με μηδενική ή διάφορη του μηδενός φασική γωνία.

Παράγοντες που επηρεάζουν τα P, Q

- Η ισχύς στη γραμμή μπορεί να ρέει προς οποιαδήποτε κατεύθυνση ανάλογα με τις συνθήκες φόρτισης, οι οποίες μεταβάλλονται κατά τη διάρκεια της ημέρας.
- Για να κατανοήσουμε τη ροή της ισχύος αρκεί να παρατηρήσουμε:
 - ✓ τις τάσεις στα άκρα της γραμμής,
 - ✓ τη φασική γωνία.

Παράγοντες που επηρεάζουν τα P, Q

- Μονοφασικό ισοδύναμο της γραμμής:



- Αγνοούμε την χωρητικότητα. Μπορούμε επίσης να αγνοήσουμε την ωμική αντίσταση της γραμμής. Επίσης:

\dot{U}_s, \dot{U}_r : φασικές τάσεις αναχώρησης και άφιξης της γραμμής,

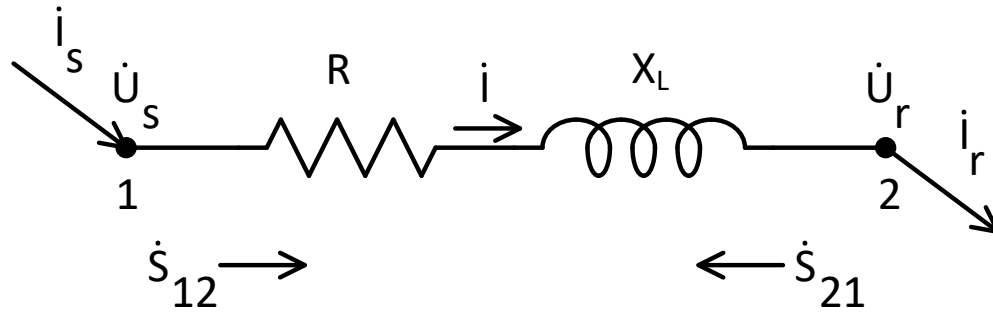
$\dot{Z} = R + jX_L$: σύνθετη αντίσταση της γραμμής ανά φάση,

$\dot{I}_s = \dot{I}_r = \dot{I}$: ρεύμα γραμμής,

θ : φασική γωνία ή γωνία ισχύος,

\dot{S} : μιγαδική ισχύς ανά φάση.

Παράγοντες που επηρεάζουν τα P, Q



- Ισχύουν οι παρακάτω σχέσεις (εξισώσεις 4.3, 4.4 φυλλαδίου):

$$P_{12} = \frac{U_s U_r}{X_L} \sin\theta = P_s$$

$$Q_{12} = \frac{U_s^2}{X_L} - \frac{U_s U_r}{X_L} \cos\theta = Q_s$$

$$P_{21} = -\frac{U_s U_r}{X_L} \sin\theta = -P_r$$

$$Q_{21} = \frac{U_r^2}{X_L} - \frac{U_s U_r}{X_L} \cos\theta = -Q_r$$

Παραδοχές:

$$X_L \neq 0$$

$$R \cong 0$$

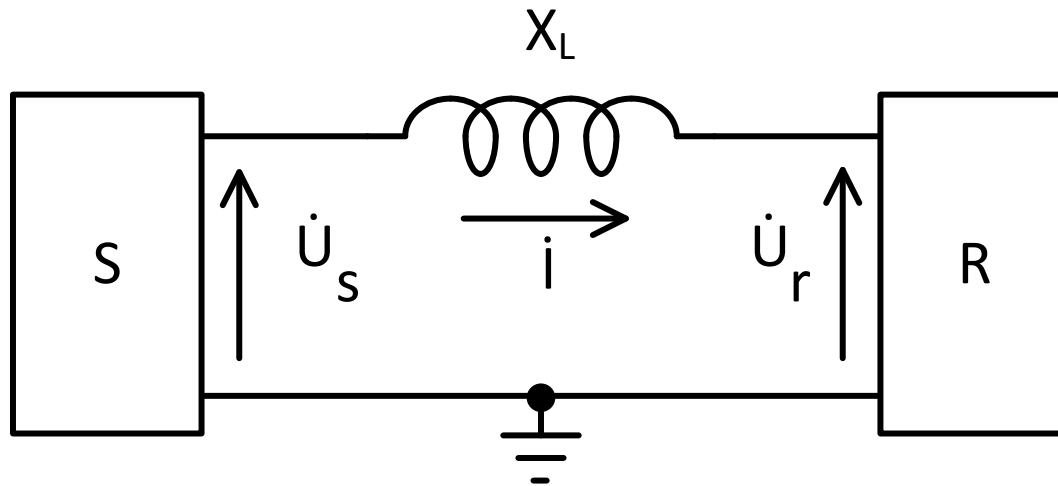
$$j\omega C \cong 0$$

Παρατηρήσεις

- Οι παραπάνω σχέσεις εκφράζουν ισχύ **ανά φάση**.
- Η απόκλιση από πραγματικές τιμές εξαιτίας των παραδοχών είναι μικρή (1-2%).
- Λόγω της παραδοχής $R \cong 0$ η γραμμή δεν απορροφά ενεργό ισχύ και η γωνία μεταξύ $\dot{U}_s - \dot{U}_r$ και \dot{I} είναι 90° .
- Οι δείκτες 12, 21 εκφράζουν κατεύθυνση ισχύος από την αρχή στο τέλος και από το τέλος στην αρχή αντίστοιχα.
 - ↳ Επειδή η P_r έχει φορά αναφοράς προς τα δεξιά, είναι αντίθετης φοράς με την P_{21} .

Παρατήρηση της ροής ενεργού και άεργου ισχύος

- Σε κάθε περίπτωση αναφερόμαστε σε τριφασικό συμμετρικό ΣΗΕ για το οποίο θεωρούμε το παρακάτω μονοφασικό ισοδύναμο κύκλωμα:



- Θα εξετάσουμε πώς επηρεάζουν τη ροή ισχύος στο κύκλωμα τα μέτρα των \dot{U}_s , \dot{U}_r και η φασική γωνία.

Περίπτωση 1: $U_s = U_r, \theta = 0^\circ$

$$P_{12} = \frac{U_s U_r}{X_L} \sin\theta = \frac{U^2}{X_L} \sin 0 = 0$$

$$P_{21} = -\frac{U_s U_r}{X_L} \sin\theta = 0$$

$$Q_{12} = \frac{U_s^2}{X_L} - \frac{U_s U_r}{X_L} \cos\theta = \frac{U^2}{X_L} - \frac{U^2}{X_L} \cos 0 = 0$$

$$Q_{21} = \frac{U_r^2}{X_L} - \frac{U_s U_r}{X_L} \cos\theta = 0$$

- Όλα τα P, Q είναι μηδέν.

Περίπτωση 2: $U_s = U_r, \theta \neq 0^\circ$

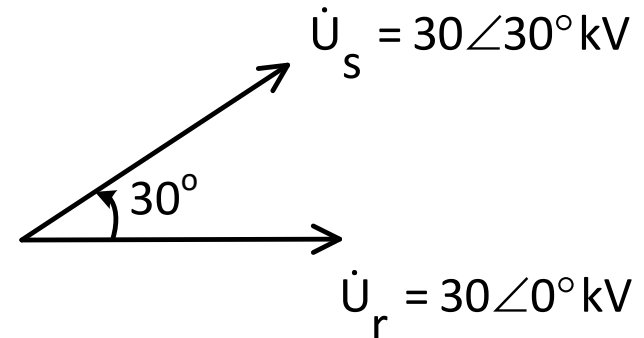
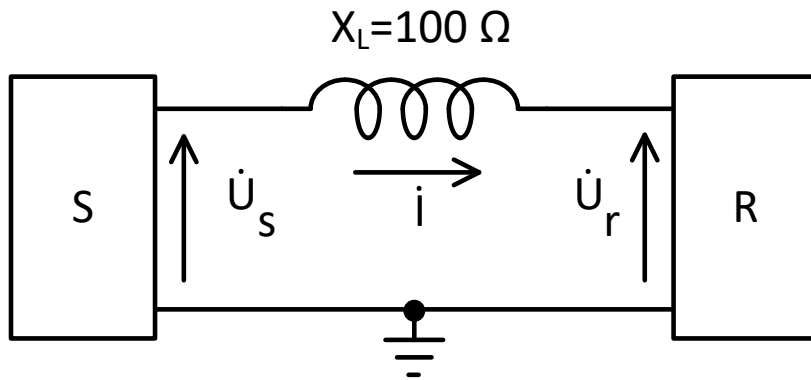
- Έστω ότι:

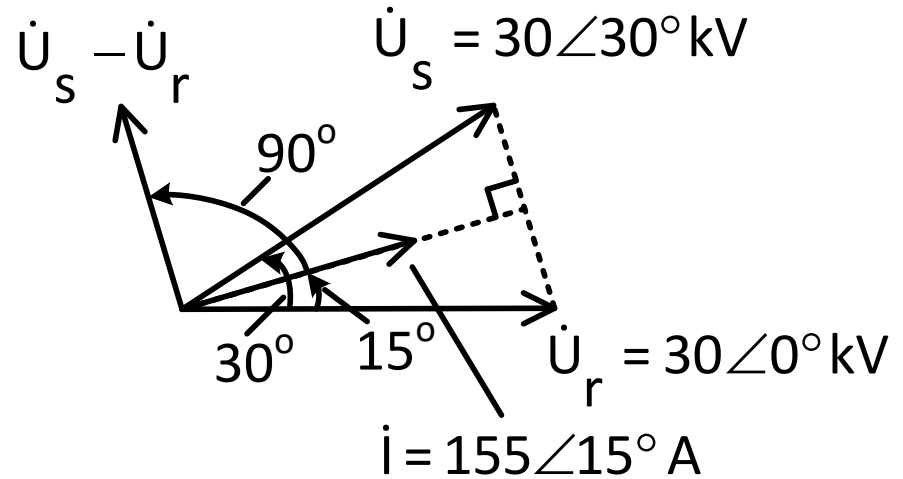
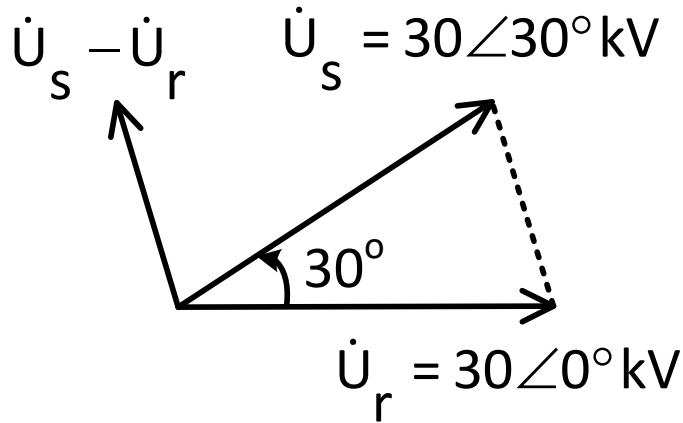
$$U_s = U_r = 30 \text{ kV},$$

\dot{U}_r έπεται της \dot{U}_s κατά 30° ,

επαγωγική αντίδραση της γραμμής ανά φάση: $X_L = 100 \Omega$.

- Μονοφασικό ισοδύναμο κύκλωμα:





- Η φασική πτώση τάσης και το ρεύμα στη γραμμή είναι:

$$\dot{U}_s - \dot{U}_r = 30 \angle 30^\circ - 30 \angle 0^\circ = 15.5 \angle 105^\circ \text{ kV}$$

$$\dot{i} = \frac{\dot{U}_s - \dot{U}_r}{jX_L} = 155 \angle 15^\circ \text{ A}$$

↳ Το ρεύμα διχοτομεί τη φασική γωνία.

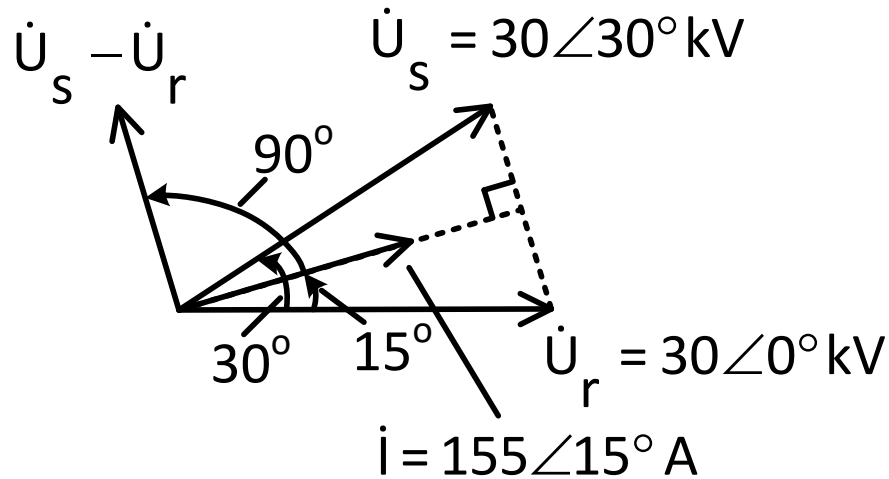
- Στα δύο άκρα της γραμμής βρίσκουμε ανά φάση τα εξής:

$$P_s = U_s I \cos(\varphi_{u_s} - \varphi_i) = 30000 \cdot 155 \cos(30^\circ - 15^\circ) = 4500 \text{ kW}$$

$$Q_s = U_s I \sin(\varphi_{u_s} - \varphi_i) = 1200 \text{ kVar}$$

$$P_r = U_r I \cos(\varphi_{u_r} - \varphi_i) = 30000 \cdot 155 \cos(0^\circ - 15^\circ) = 4500 \text{ kW}$$

$$Q_r = U_r I \sin(\varphi_{u_r} - \varphi_i) = -1200 \text{ kVar}$$



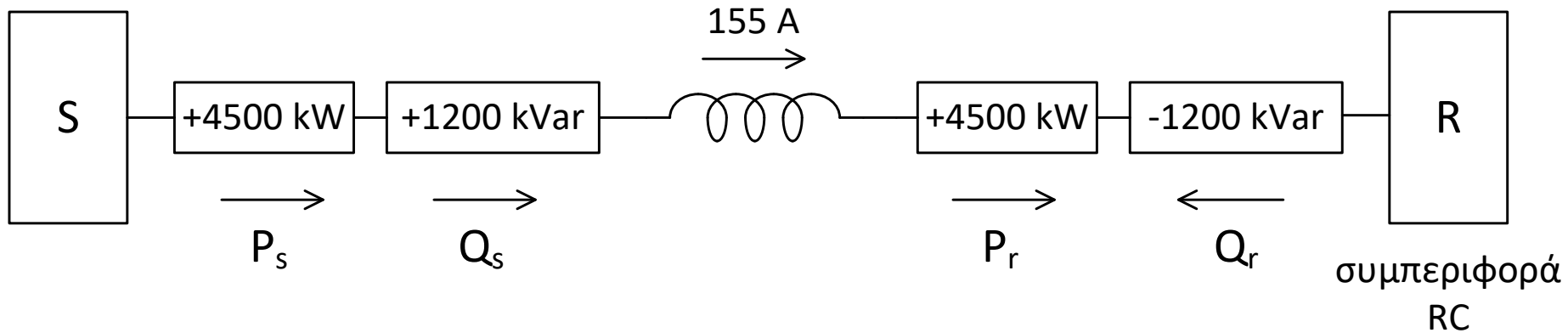
- Στα ίδια αποτελέσματα μπορούμε να καταλήξουμε με τις εξ.(4.3), (4.4):

$$P_{12} = \frac{U_s U_r}{X_L} \sin \theta = -P_{21} = \frac{30000^2}{100} \sin 30^\circ = 4500 \text{ kW}$$

$$\begin{aligned}
 Q_{12} &= \frac{U_s^2}{X_L} - \frac{U_s U_r \cos \theta}{X_L} = \frac{U_r^2}{X_L} - \frac{U_s U_r \cos \theta}{X_L} = Q_{21} \\
 &= \frac{30000^2}{100} (1 - \cos 30^\circ) = 1200 \text{ kVar}
 \end{aligned}$$

- ➔ Όταν το ρεύμα διχοτομεί τη φασική γωνία θ , τότε οι P είναι ίσες και οι Q είναι ίσες και αντίθετες.

Ροή ισχύος



- Το άκρο τροφοδοσίας τροφοδοτεί με ενεργό και άεργο ισχύ τη γραμμή.
- Το άκρο λήψης απορροφά ενεργό ισχύ από τη γραμμή και την τροφοδοτεί με άεργο.
- Η γραμμή απορροφά:

$$P_\gamma = 4500 - 4500 = 0\text{ kW}$$

$$Q_\gamma = 1200 + 1200 = 2400\text{ kVar}$$

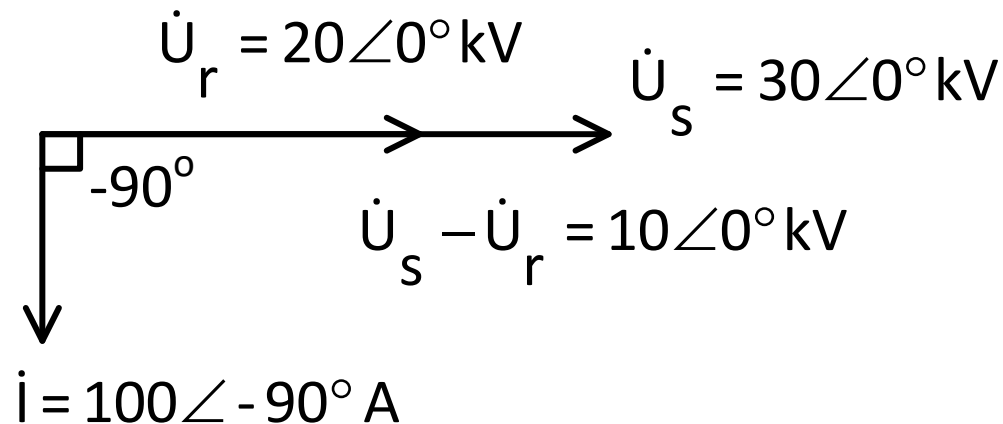
Περίπτωση 3: $U_s \neq U_r, \theta = 0^\circ$

- Έστω ότι:

$$U_s = 30 \text{ kV}, U_r = 20 \text{ kV},$$

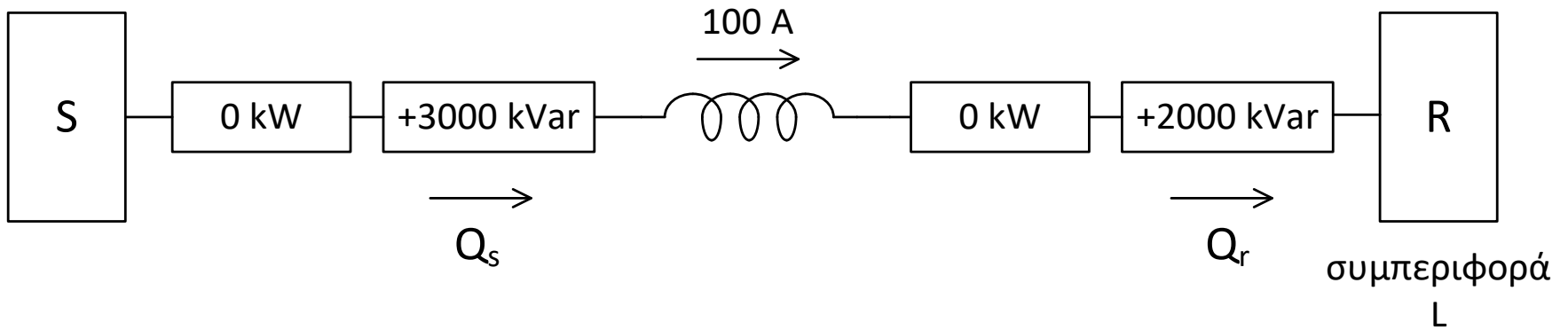
$$\theta = 0^\circ,$$

$$X_L = 100 \Omega.$$



- $P_{12} = P_{21} = 0.$

Ροή ισχύος



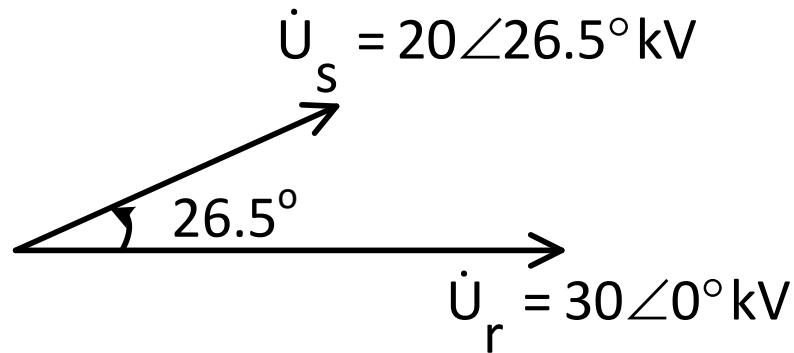
Περίπτωση 4: $U_s \neq U_r, \theta \neq 0^\circ$

- Έστω ότι:

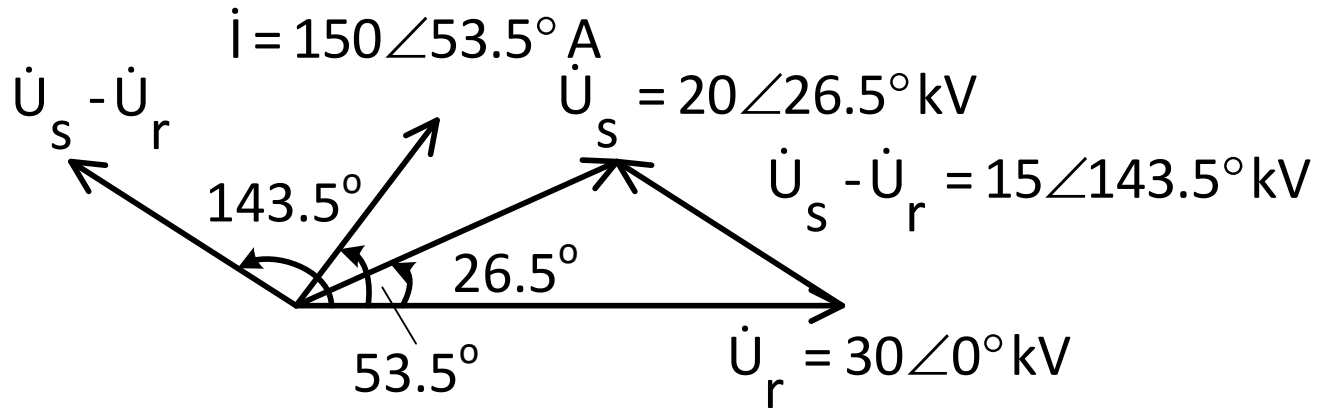
$$U_s = 20 \text{ kV}, U_r = 30 \text{ kV},$$

\dot{U}_s προπορεύεται της \dot{U}_r κατά 26.5° ,

$$X_L = 100 \Omega.$$



- Να σημειωθεί ότι στην πράξη τα μέτρα των δύο τάσεων θα ήταν αντίστροφα. Στην μορφή που δίνονται αντιστοιχούν σε περίπτωση με υπερβολικά μεγάλη χωρητικότητα στο φορτίο, που είναι αντιοικονομική.



- Η φασική πτώση τάσης στη γραμμή είναι:

$$\dot{U}_s - \dot{U}_r = 20 \angle 26.5^\circ - 30 \angle 0^\circ = 15 \angle 143.5^\circ \text{ kV}$$

- Το ρεύμα της γραμμής ανά φάση είναι:

$$\dot{i} = \frac{\dot{U}_s - \dot{U}_r}{jX_L} = 150 \angle 53.5^\circ \text{ A}$$

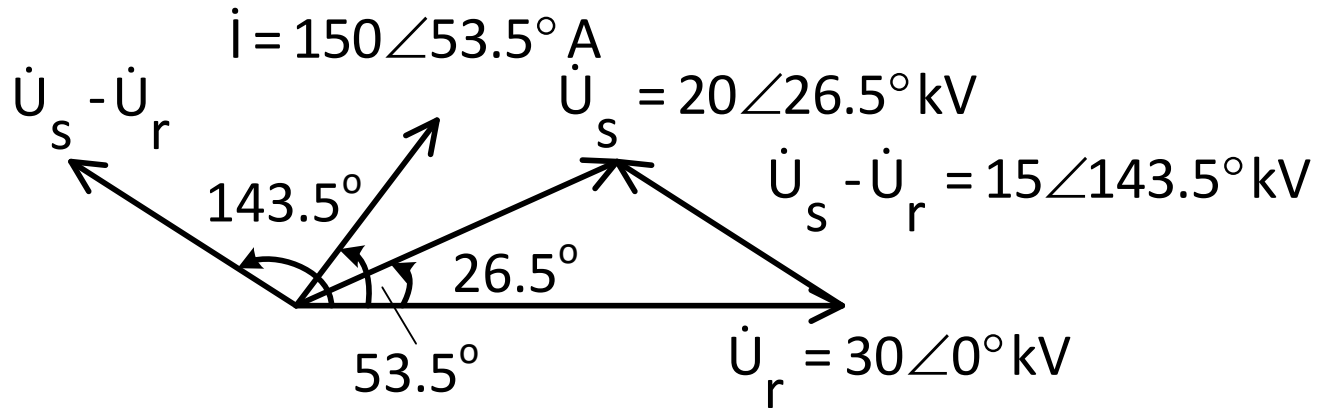
- Η ενεργός και η άεργος ισχύς ανά φάση στα δύο άκρα είναι:

$$P_s = U_s I \cos(\varphi_{u_s} - \varphi_i) = 20000 \cdot 150 \cos(-27^\circ) = 2670 \text{ kW}$$

$$Q_s = U_s I \sin(\varphi_{u_s} - \varphi_i) = -1360 \text{ kVar}$$

$$P_r = U_r I \cos(\varphi_{u_r} - \varphi_i) = 30000 \cdot 150 \cos(-53.5^\circ) = 2670 \text{ kW}$$

$$Q_r = U_r I \sin(\varphi_{u_r} - \varphi_i) = -3610 \text{ kVar}$$



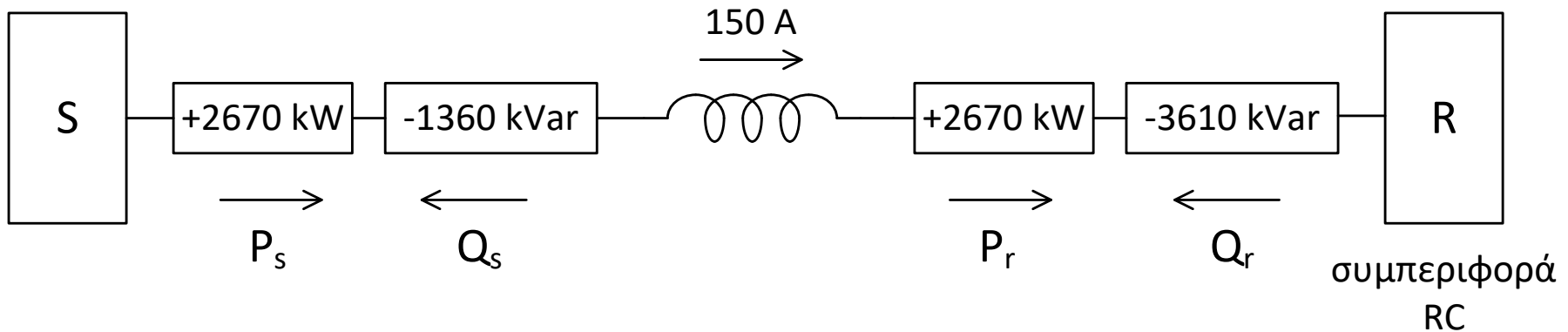
- Στα ίδια αποτελέσματα καταλήγουμε αν εφαρμόσουμε τις εξ. 4.3

$$P_{12} = -P_{21} = \frac{20000 \cdot 30000}{100} \sin 26.5^\circ = 2670 \text{ kW}$$

$$Q_{12} = \frac{20000^2 - 20000 \cdot 30000 \cos 26.5^\circ}{100} = -1360 \text{ kVar}$$

$$Q_{21} = \frac{30000^2 - 20000 \cdot 30000 \cos 26.5^\circ}{100} = 3610 \text{ kVar}$$

Ροή ισχύος



- Συμπεραίνουμε επίσης ότι η γραμμή απορροφά:

$$P_\gamma = 0 \text{ kW}$$

$$Q_\gamma = 2250 \text{ kVar}$$

- Φαίνεται ο χωρητικός συντελεστής ισχύος και στην πηγή και στο φορτίο $(\overleftarrow{Q}_s, \overleftarrow{Q}_r)$.

Φορά ροής P, Q

$$P_{12} = \frac{U_s U_r}{X_L} \sin\theta = P_s$$

$$Q_{12} = \frac{U_s^2}{X_L} - \frac{U_s U_r}{X_L} \cos\theta = Q_s$$

$$P_{21} = -\frac{U_s U_r}{X_L} \sin\theta = -P_r$$

$$Q_{21} = \frac{U_r^2}{X_L} - \frac{U_s U_r}{X_L} \cos\theta = -Q_r$$

- Παράγοντες που επηρεάζουν τη ροή της P :

$$\theta > 0 : \vec{P}$$

$$\theta < 0 : \overleftarrow{P}$$

$$\theta = 0 : P = 0$$

- Παράγοντες που επηρεάζουν τη ροή της Q :

$$U_s > U_r : \vec{Q}$$

$$U_s < U_r : \overleftarrow{Q}$$

$$U_s = U_r : \overleftrightarrow{Q} \quad (\theta \neq 0^\circ)$$

Παραδείγματα

\dot{U}_s (kV)	\dot{U}_r (kV)	Φορά ροής P	Φορά ροής Q
$\frac{400}{\sqrt{3}} \angle + 1.3^\circ$	$\frac{397}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ$		
$\frac{400}{\sqrt{3}} \angle + 1.3^\circ$	$\frac{404}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ$		
$\frac{400}{\sqrt{3}} \angle - 1.3^\circ$	$\frac{404}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ$		
$\frac{400}{\sqrt{3}} \angle - 1.3^\circ$	$\frac{397}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ$		
$\frac{400}{\sqrt{3}} \angle + 1.3^\circ$	$\frac{400}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ$		
$\frac{400}{\sqrt{3}} \angle - 1.3^\circ$	$\frac{400}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ$		
$\frac{400}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ$	$\frac{400}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ$		

- Σε κάθε περίπτωση μπορούμε να εντοπίσουμε πού βρίσκεται η πηγή και πού το φορτίο, καθώς και το χαρακτήρα του συντελεστή ισχύος στην πηγή και στο φορτίο.

Για παράδειγμα στην περίπτωση

$$\dot{U}_s = \frac{400}{\sqrt{3}} \angle + 1.3^\circ \text{ kV}, \quad \dot{U}_r = \frac{397}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ \text{ kV}$$

συμπεραίνουμε ότι η πηγή βρίσκεται αριστερά, το φορτίο δεξιά, ο συντελεστής ισχύος της πηγής είναι επαγωγικός και του φορτίου επίσης επαγωγικός.

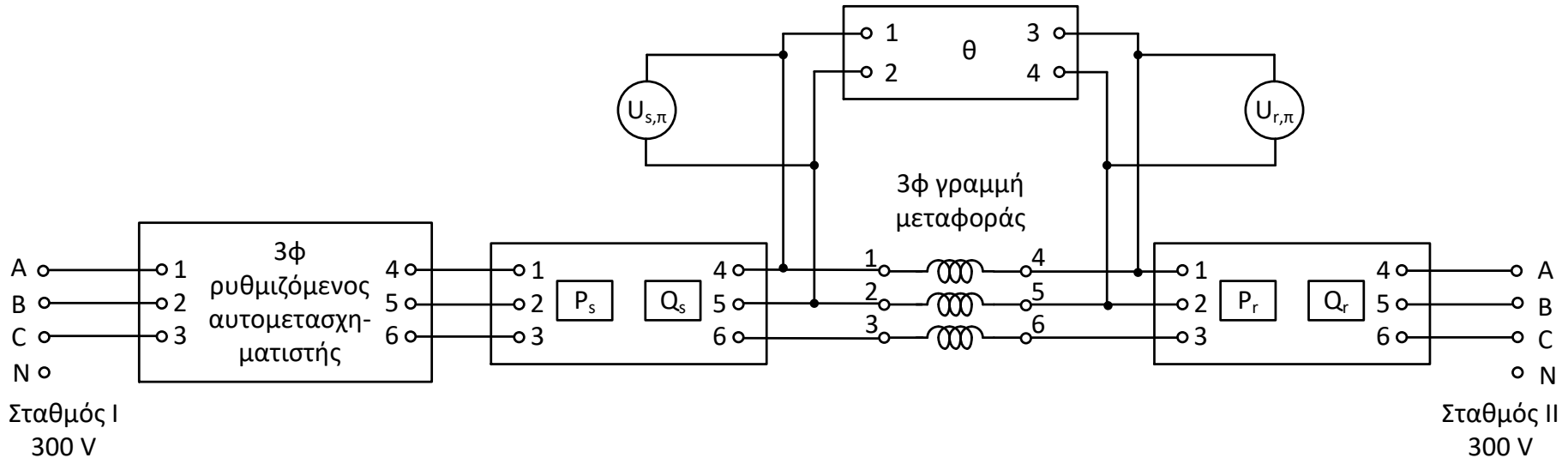
Ανακεφαλαίωση

		Επιθυμητό;				
α) $U_s = U_r$	$\theta = 0 \rightarrow P = 0, Q = 0$	ΟΧΙ				
	$\theta \neq 0 \rightarrow P \neq 0, Q \neq 0$	ΟΧΙ,	αντιοικονομικό, φορτίο RC (περίπτ. 2)			
β) $U_s \neq U_r$	$\theta = 0 \rightarrow P = 0, Q \neq 0$	ΟΧΙ	(περίπτ. 1)			
	$\theta \neq 0 \rightarrow P \neq 0, Q \neq 0$	<table> <tr> <td>ΝΑΙ,</td> <td>όταν $U_s > U_r$ και $\cos\phi_r$ επαγ. (περίπτ. 3)</td> </tr> <tr> <td>ΟΧΙ,</td> <td>όταν $U_s \leq U_r$, τότε φορτίο RC \rightarrow η πιο αντιοικονομική περίπτωση (περίπτ. 3)</td> </tr> </table>	ΝΑΙ,	όταν $U_s > U_r$ και $\cos\phi_r$ επαγ. (περίπτ. 3)	ΟΧΙ,	όταν $U_s \leq U_r$, τότε φορτίο RC \rightarrow η πιο αντιοικονομική περίπτωση (περίπτ. 3)
ΝΑΙ,	όταν $U_s > U_r$ και $\cos\phi_r$ επαγ. (περίπτ. 3)					
ΟΧΙ,	όταν $U_s \leq U_r$, τότε φορτίο RC \rightarrow η πιο αντιοικονομική περίπτωση (περίπτ. 3)					

Η 1^η, η 2^η και η 3^η περίπτωση θα εξεταστούν πειραματικά.

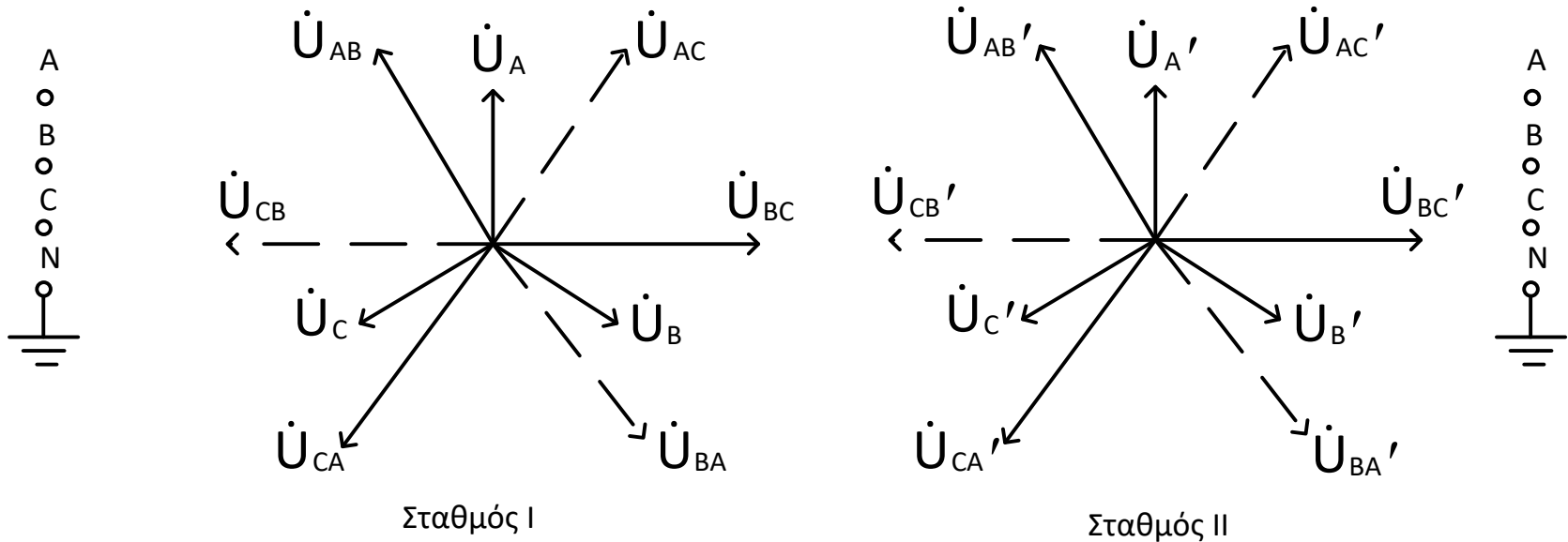
Πειραματική διαδικασία

- Συνδέουμε το παρακάτω κύκλωμα:



- Θα χρησιμοποιηθούν πηγές στο άκρο τροφοδοσίας και στο άκρο λήψης (σταθμός I και σταθμός II). Οι σταθμοί συνδέονται με γραμμή μεταφοράς.
- Να σημειωθεί ότι στο εργαστήριο πετυχαίνουμε φασική γωνία μηδέν μόνο αν συνδέσουμε στα δύο άκρα της γραμμής πηγή. Προσοχή: Πρέπει να έχουμε ορθή διαδοχή φάσεων και στα δύο άκρα (σταθμούς).
- Εξετάζουμε τη ροή ισχύος σε σχέση με το μέτρο των τάσεων στα άκρα της γραμμής και τη φασική γωνία.

Μιγαδικά διαγράμματα τάσεων για τους δύο σταθμούς



- Σύμφωνα με σύμβαση η πολική \dot{U}_{BC} επιλέγεται πάντα ως τάση αναφοράς.
- Με τη γραμμή OFF και $U_{S,\pi} = U_{r,\pi} = 300 V$ μετράμε γωνίες μεταξύ ακροδεκτών .

Μεταξύ AB σταθμού I και AB σταθμού II:	$\theta =$	Προπορεύεται:
Μεταξύ AB σταθμού I και BA σταθμού II:	$\theta =$	Προπορεύεται:
Μεταξύ AB σταθμού I και BC σταθμού II:	$\theta =$	Προπορεύεται:
Μεταξύ AB σταθμού I και CA σταθμού II:	$\theta =$	Προπορεύεται:

Περίπτωση 1: Τάσεις στα άκρα της γραμμής με διαφορετικό μέτρο αλλά σε φάση.

- Επιλέγουμε γραμμή 300 km. Ρυθμίζουμε την τάση $U_{r,\pi} = 300 \text{ V}$ μέσω του τροφοδοτικού. Καταγράφουμε τα μεγέθη του πίνακα 4.1.
- Θέτουμε τον επιλογέα μέτρου της τάσης στο +15%, οπότε $U_{r,\pi} = 345 \text{ V}$. Καταγράφουμε τα μεγέθη του πίνακα 4.1 ($P_S, P_r, Q_S, Q_r, U_{S,\pi}, U_{r,\pi}, \theta$).
- Τι συμπέρασμα προκύπτει για τη ροή της αέργου ισχύος;

Περίπτωση 2: Τάσεις στα άκρα της γραμμής με ίδιο μέτρο αλλά όχι σε φάση.

- Ρυθμίζουμε $U_{s,\pi} = U_{r,\pi} = 300 \text{ V}$, τοποθετούμε τους ακροδέκτες του μετρητή γωνίας στις U_{AB}, U'_{AB} , επιλέγουμε γραμμή 300 km.
- Ρυθμίζουμε τη γωνία μέσω του επιλογέα γωνίας. Καταγράφουμε τα μεγέθη του πίνακα 4.3 ($P_s, P_r, Q_s, Q_r, U_{s,\pi}, U_{r,\pi}, \theta$).
- Τι συμπέρασμα προκύπτει για τη ροή της ενεργού ισχύος;

Περίπτωση 3: Τάσεις στα άκρα της γραμμής με διαφορετικό μέτρο και όχι σε φάση.

- Συνδέουμε φορτίο αντί σταθμού II και γραμμή 100 km.
- Μετράμε τα μεγέθη του πίνακα 4.4 ($P_s, P_r, Q_s, Q_r, U_{s,\pi}, U_{r,\pi}, \theta$). Παρατηρούμε τη φασική μετατόπιση μεταξύ των τάσεων στα άκρα της γραμμής όταν αυτή τροφοδοτεί με ενεργό ισχύ το φορτίο της.