

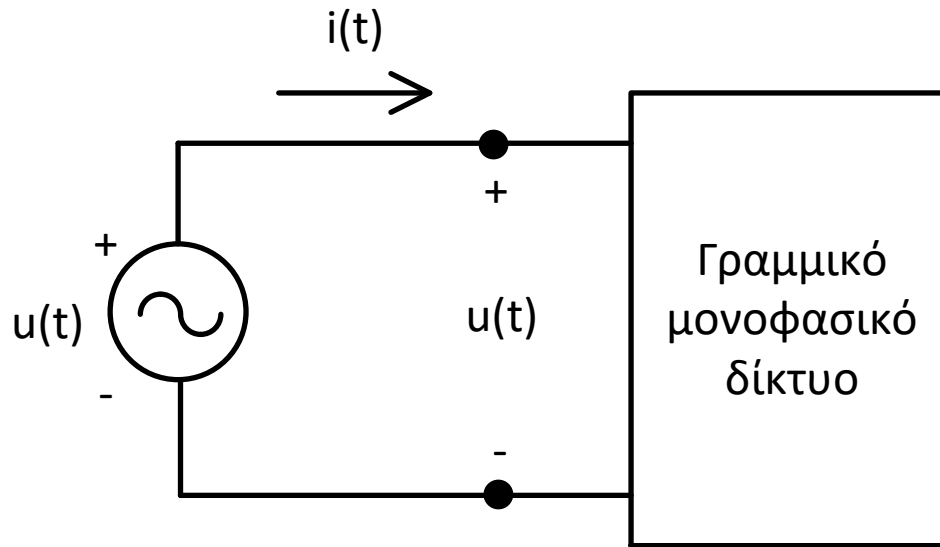
Άσκηση 1

Ενεργός και άεργος ισχύς

Αντικείμενο

- Ερμηνεία της σημασίας της θετικής ή αρνητικής ενεργού και αέργου ισχύος.
- Παρατήρηση της ροής της ενεργού και αέργου ισχύος στα τριφασικά δίκτυα.

Εισαγωγικές έννοιες



- $u(t), i(t)$: Ημιτονοειδείς συναρτήσεις της τάσης και του ρεύματος της πηγής αντίστοιχα.
- Έστω ότι:

$$u(t) = \sqrt{2}U\cos(\omega t + \varphi_u)$$

$$i(t) = \sqrt{2}I\cos(\omega t + \varphi_i)$$

Μιγαδική αναπαράσταση

- Για την αναπαράσταση ημιτονοειδών συναρτήσεων χρησιμοποιούνται μιγαδικοί αριθμοί (φάσορες). Γίνονται έτσι ευκολότερα οι υπολογισμοί (δεν απαιτείται επίλυση διαφορικών εξισώσεων).
- Οι φάσορες των $u(t), i(t)$ είναι:

$$\dot{U} = U e^{j\varphi_u} \quad \text{ή} \quad \dot{U} = U \angle \varphi_u$$

$$\dot{I} = I e^{j\varphi_i} \quad \text{ή} \quad \dot{I} = I \angle \varphi_i$$

U, I : Μέτρα των \dot{U}, \dot{I} και rms τιμές των $u(t), i(t)$.

$\varphi = \varphi_u - \varphi_i$: Η γωνία μεταξύ τους.

- Η σύνθετη αντίσταση του δικτύου είναι:

$$\dot{Z} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U \angle \varphi_u}{I \angle \varphi_i} = \frac{U}{I} \angle \varphi$$

Ισχύς

- **Στιγμιαία ισχύς:**

$$p(t) = u(t)i(t) \quad (W)$$

Όταν είναι θετική έχουμε μεταφορά ενέργειας από την πηγή προς το δίκτυο, ενώ όταν είναι αρνητική από το δίκτυο προς την πηγή.

Ισχύς

- **Ενεργός ισχύς:**

$$P = UI\cos\varphi \text{ (W)}$$

- **Άεργος ισχύς:**

$$Q = UI\sin\varphi \text{ (Var)}$$

Γωνία φ : Γωνία μεταξύ των \dot{U}, \dot{I} .

- ▶ $\varphi > 0$: Το δίκτυο έχει RL συμπεριφορά
- ▶ $\varphi < 0$: Το δίκτυο έχει RC συμπεριφορά
- ▶ $\varphi = 0$: Το δίκτυο έχει καθαρά R συμπεριφορά

- **Φαινομένη ισχύς:**

$$S = UI \text{ (VA)}$$

Ισχύς

- **Μιγαδική ισχύς:**

$$\dot{S} = \dot{U}\dot{I}^* = UIe^{j(\varphi_u - \varphi_i)} = UIe^{j\varphi} = UI\angle\varphi$$

$$\dot{S} = UI\cos\varphi + jUI\sin\varphi = P + jQ$$

$$\dot{S} = S\angle\varphi = \sqrt{P^2 + Q^2}\angle\tan^{-1}\left(\frac{Q}{P}\right)$$

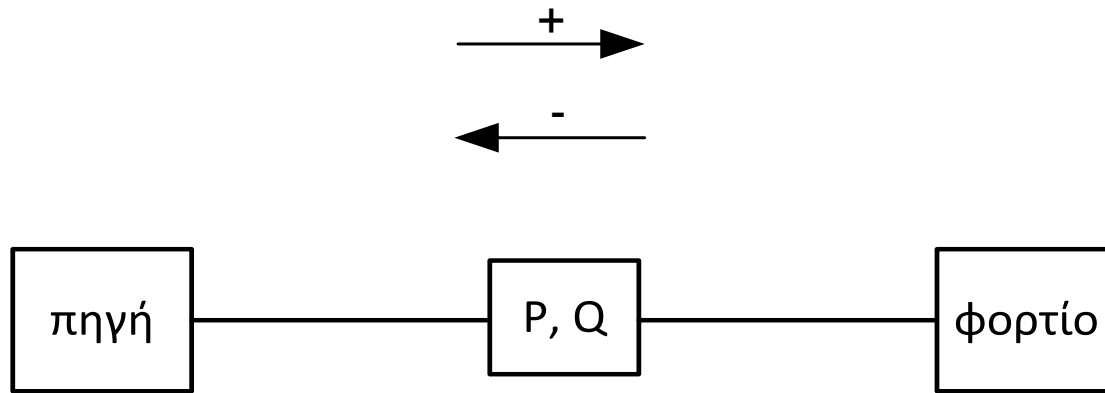
Η μιγαδική αναπαράσταση της ισχύος συγκεντρώνει όλες τις πληροφορίες.

- **Συντελεστής ισχύος:**

$$PF = \frac{P}{S}$$

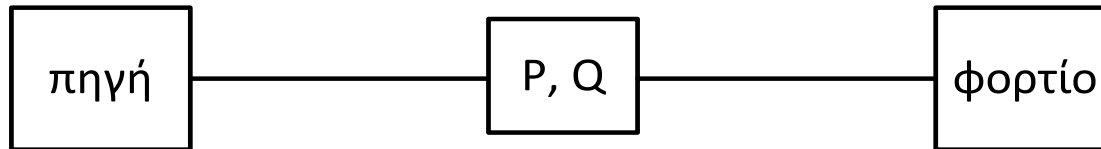
Ισχύς

- Φορά ροής της ισχύος (P ή Q) στο εργαστήριο:



- ▶ Αν $P > 0, Q > 0$, τότε η πηγή παρέχει P, Q στο φορτίο. Φορτίο RL.
- ▶ Αν $P > 0, Q < 0$, τότε η πηγή παρέχει P στο φορτίο και το φορτίο Q στην πηγή. Φορτίο RC.
- ▶ Αν $P < 0$, τότε πηγή και φορτίο έχουν αντεστραμμένους ρόλους.

Συντελεστής ισχύος PF



Για την πηγή:

A) Αν \vec{P}, \vec{Q} : επαγωγικός PF

B) Αν $\vec{P}, Q = 0$: ωμικός PF

Γ) Αν \vec{P}, \vec{Q} : χωρητικός PF

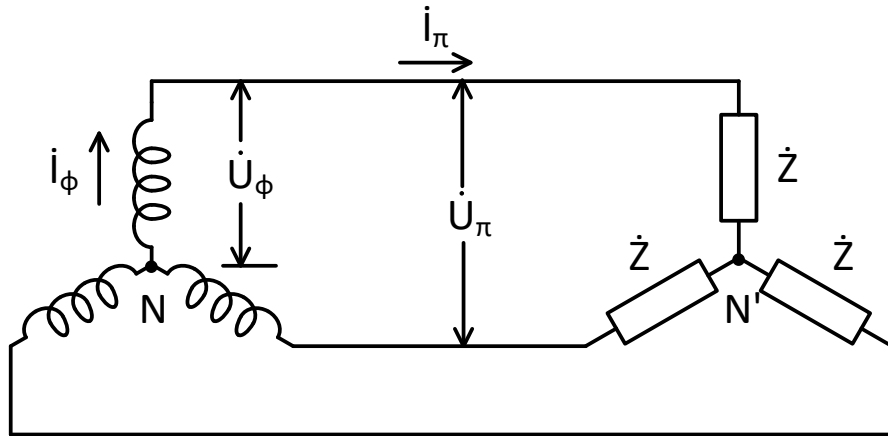
Για το φορτίο:

A) Αν \vec{P}, \vec{Q} : επαγωγικός PF

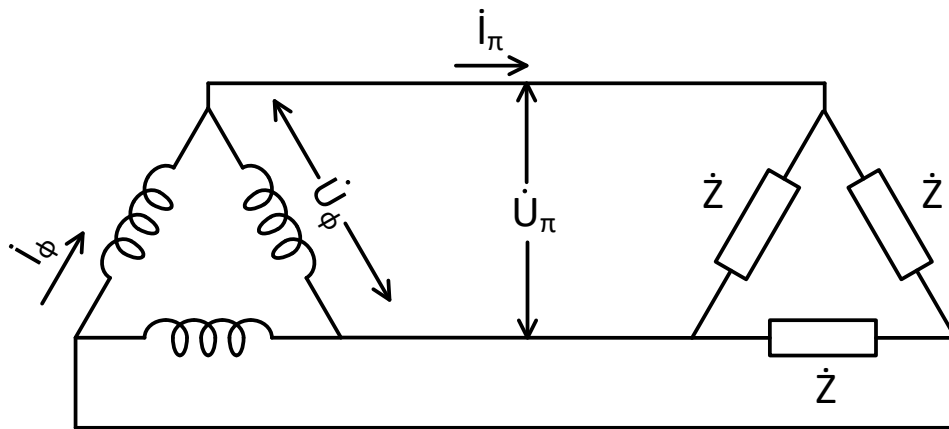
B) Αν $\vec{P}, Q = 0$: ωμικός PF

Γ) Αν \vec{P}, \vec{Q} : χωρητικός PF

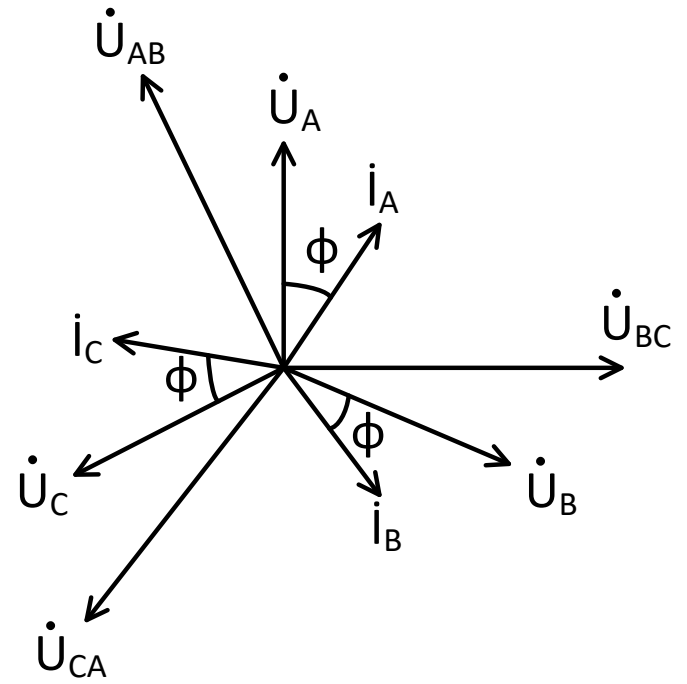
Τριφασικό δίκτυο



(α)



(β)



Μιγαδικό διάγραμμα τάσεων και εντάσεων για το κύκλωμα (α).

Η \dot{U}_{BC} είναι πάντα η τάση αναφοράς (σύμβαση).

Τριφασικό δίκτυο

Ισχύς

- Για συμμετρική φόρτιση, γεννήτρια και φορτίο σε αστέρα ή τρίγωνο, θετική ή αρνητική ακολουθία φάσεων της γεννήτριας, ισχύουν οι σχέσεις:

$$P = \sqrt{3}U_{\pi}I_{\pi}\cos\varphi = 3U_{\varphi}I_{\varphi}\cos\varphi \quad (W)$$

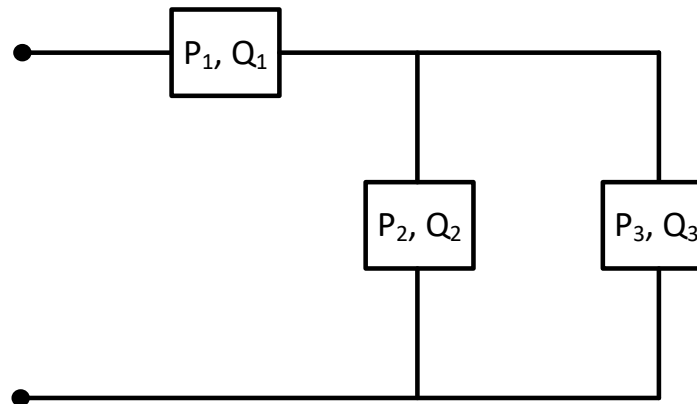
$$Q = \sqrt{3}U_{\pi}I_{\pi}\sin\varphi = 3U_{\varphi}I_{\varphi}\sin\varphi \quad (Var)$$

$$S = \sqrt{3}U_{\pi}I_{\pi} = 3U_{\varphi}I_{\varphi} \quad (VA)$$

- Δείκτες π και φ : Συμβολίζουν πολικά και φασικά μεγέθη αντίστοιχα.
- Γωνία φ : Γωνία μεταξύ μιας φασικής τάσης και του ρεύματος της ίδιας φάσης.

Παρατήρηση

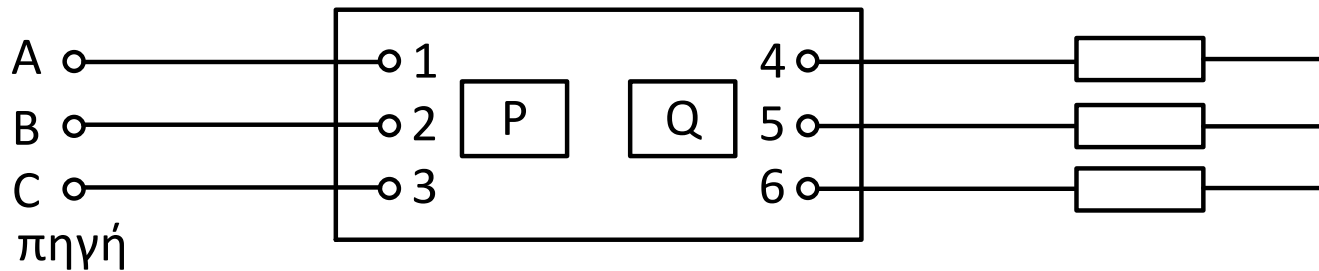
- Όποια και αν είναι η συνδεσμολογία των στοιχείων του δικτύου, το άθροισμα των ενεργών ισχύων όλων των επιμέρους στοιχείων ισούται με την συνολική ενεργό ισχύ στους ακροδέκτες του δικτύου. Το ίδιο ισχύει και για την άεργο.
- Παράδειγμα:



Η συνολική ενεργός ισχύς στους ακροδέκτες του κυκλώματος είναι $P = P_1 + P_2 + P_3$ και η συνολική άεργος είναι $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$.

Μέτρηση ισχύος στο εργαστήριο

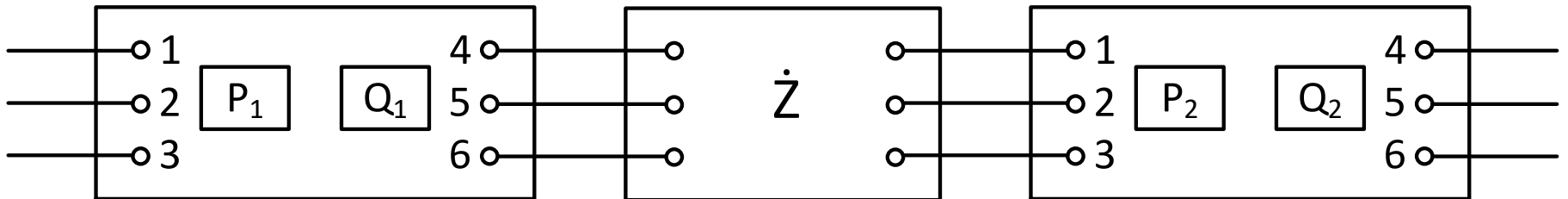
- Στο εργαστήριο χρησιμοποιείται μετρητής ισχύος ειδικής κατασκευής.
- Αν συνδεθεί σε μια τριφασική γραμμή, δείχνει τη συνολική ενεργό ισχύ και τη συνολική άεργο που ρέει σε αυτή.
- Τρόπος σύνδεσης:



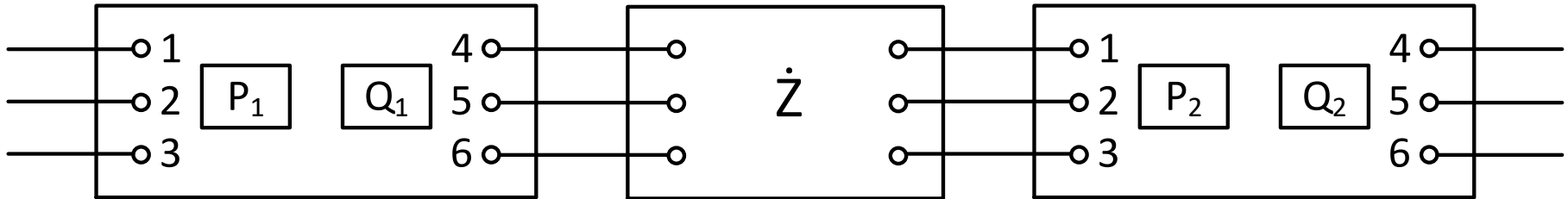
- Αν η διεύθυνση ροής ισχύος είναι από τα αριστερά προς τα δεξιά, η ένδειξη θα είναι θετική. Αν είναι από δεξιά προς τα αριστερά, ο δείκτης αποκλίνει προς τα αρνητικά.
- Αν π.χ. συνδέσουμε μια τριφασική πηγή με ένα τριφασικό πηνίο, η ροή της αέργου είναι από τα αριστερά προς τα δεξιά και ο μετρητής δίνει θετική ένδειξη.

Πληροφορίες που προκύπτουν από μέτρηση ισχύος

- Μπορούμε να βγάλουμε χρήσιμα συμπεράσματα αν συνδέσουμε μετρητές ισχύος δεξιά και αριστερά ενός κουτιού με άγνωστο περιεχόμενο δηλαδή ως εξής:



Παράδειγμα



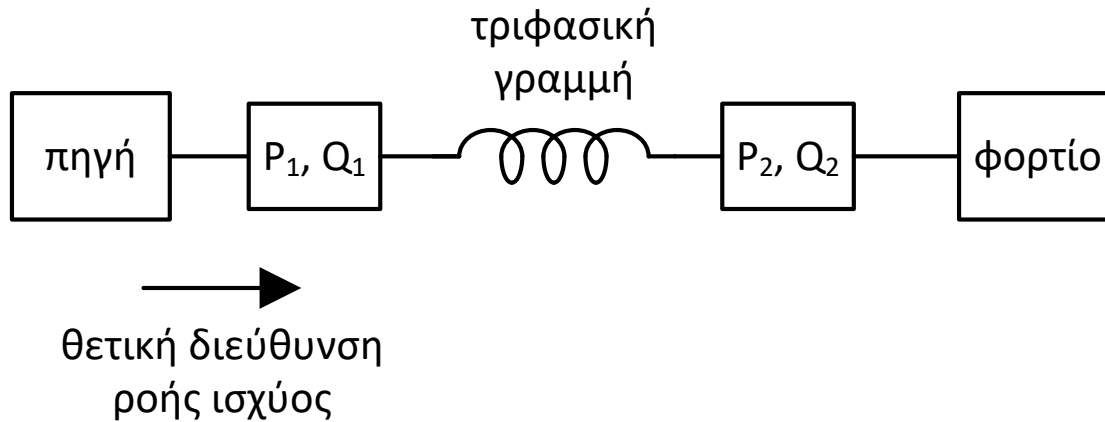
$$P_1 = +70 \text{ W}, \quad Q_1 = -60 \text{ Var}$$

$$P_2 = -40 \text{ W}, \quad Q_2 = -80 \text{ Var}$$

- Ένδειξη P_1 θετική: Ενεργός ισχύς ρέει προς τα δεξιά του μετρητή 1.
- Ένδειξη P_2 αρνητική: Ενεργός ισχύς ρέει προς τα αριστερά του μετρητή 2.
- Το κουτί απορροφά: $P = P_1 - P_2 = +70 - (-40) = 70 + 40 = 110 \text{ W}$.
- Ομοίως: $Q = Q_1 - Q_2 = -60 - (-80) = -60 + 80 = 20 \text{ Var}$.
- Συμπεραίνουμε ότι:
 - i. Το Z είναι παθητικό στοιχείο RL.
 - ii. Αριστερά του Z υπάρχει πηγή με χωρητικό PF.
 - iii. Δεξιά του Z υπάρχει πηγή με επαγωγικό PF.

Παράδειγμα

Να υπολογιστούν η ενεργός και η άεργος ισχύς που απορροφά η γραμμή σε κάθε περίπτωση.



| | P_1 (kW) | Q_1 (kVar) | P_2 (kW) | Q_2 (kVar) | P_γ (kW) | Q_γ (kVar) |
|-----|------------|--------------|------------|--------------|-----------------|-------------------|
| (α) | +100 | +10 | +95 | +5 | +5 | +5 |
| (β) | +100 | +10 | +95 | -10 | +5 | +20 |
| (γ) | +100 | -10 | +95 | -25 | +5 | +15 |
| (δ) | -100 | +10 | -105 | +5 | +5 | +5 |

(α) Πηγή με επαγωγικό PF, φορτίο RL, γραμμή RL.

Αν U_1 η τάση στην αρχή και U_2 η τάση στο τέλος της γραμμής, τότε $U_1 > U_2$. (Περίπτωση που συναντάμε στην πράξη.)

Από την (α) πάμε στην (β) με χωρητική επέμβαση.

(β) Πηγή με επαγωγικό PF, φορτίο RC, γραμμή RL.

Είναι $U_1 = U_2$.

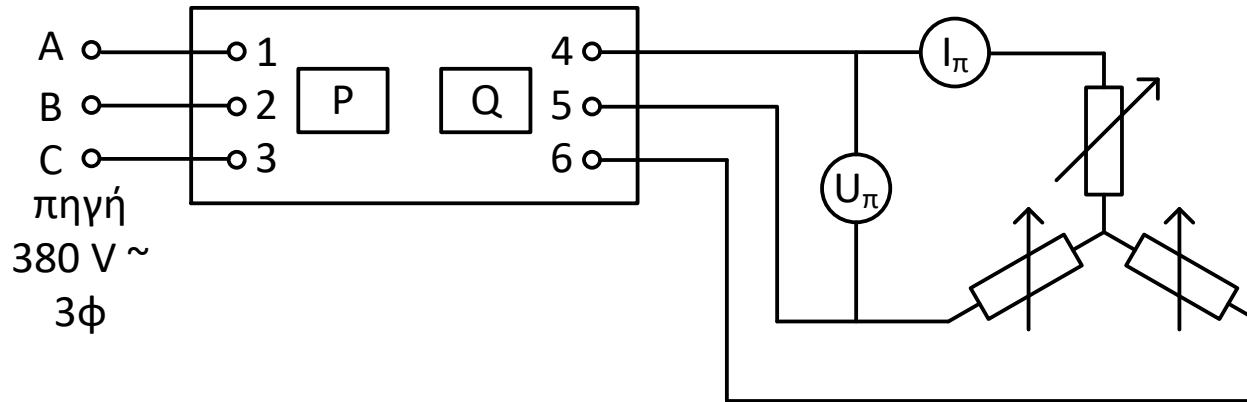
(γ) Πηγή με χωρητικό PF, φορτίο RC, γραμμή RL.

Προκύπτει $U_1 < U_2$.

Η πιο αντιοικονομική περίπτωση. Παράγεται πολλή περισσότερη άεργος από τους πυκνωτές απ' ότι χρειάζεται το φορτίο. Από αυτή την ισχύ ένα μέρος καταναλώνει η γραμμή και το υπόλοιπο πηγαίνει στην πηγή.

(δ) Έγινε αντιστροφή ρόλων πηγής – φορτίου. Φορτίο RC, γραμμή RL, πηγή με χωρητικό PF.

Πειραματική διαδικασία



- Μετράμε τα μεγέθη του πίνακα 1.1. Τα φορτία που χρησιμοποιούνται είναι σε κάθε περίπτωση μέγιστα και καθαρά R ή L ή C, συνδυασμός RL, RC ή κινητήρας ασύγχρονος.

| Φορτίο 3φ συμμετρικό | Πολική τάση U_{π} (V) | Ρεύμα γραμμής I_{π} (A) | P (W) | Q (Var) | S (VA) | P (W) | Q (Var) | $\cos\phi$ | ϕ |
|----------------------------|---------------------------------|-----------------------------------|-------|---------|--------------------|-------|---------|------------|--------|
| Ωμικό | | | | | | | | | |
| Επαγωγικό | | | | | | | | | |
| Ωμ/επαγωγικό | | | | | | | | | |
| Χωρητικό | | | | | | | | | |
| Ωμ/χωρητικό | | | | | | | | | |
| 3φ επαγ. κινητήρας | | | | | | | | | |
| | μετρήσεις | | | | υπολογισμοί | | | | |