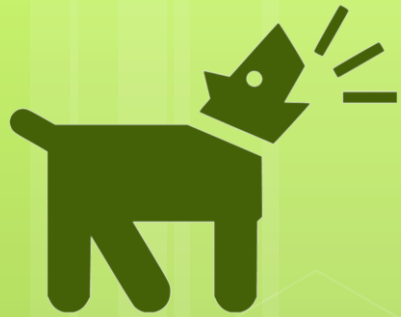




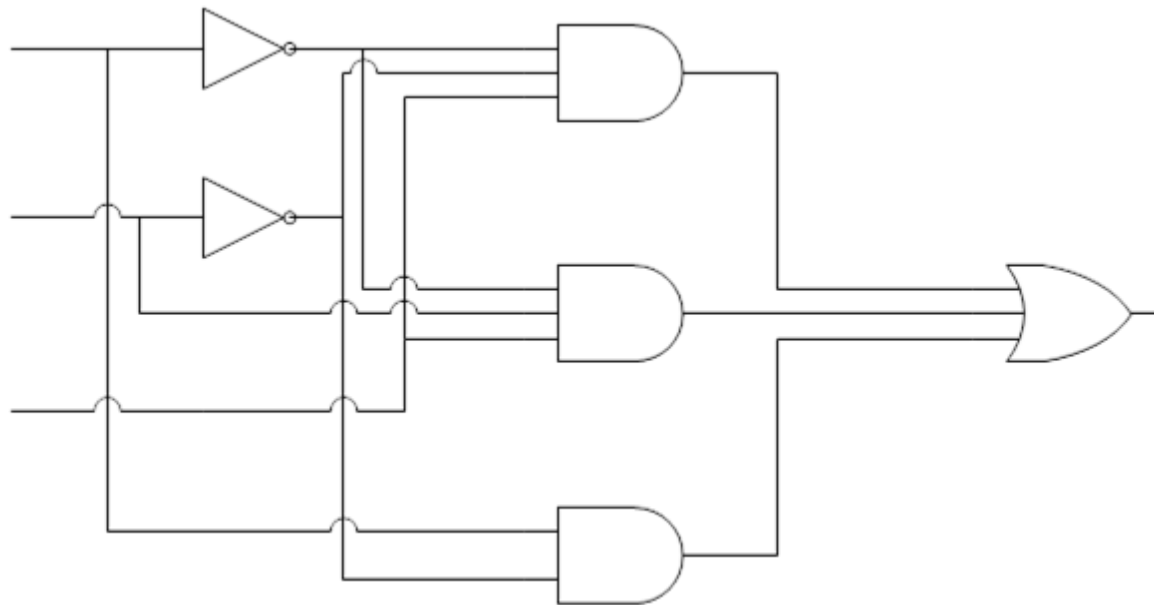
ΓΑΒ **LAB**

29 Οκτωβρίου 2025

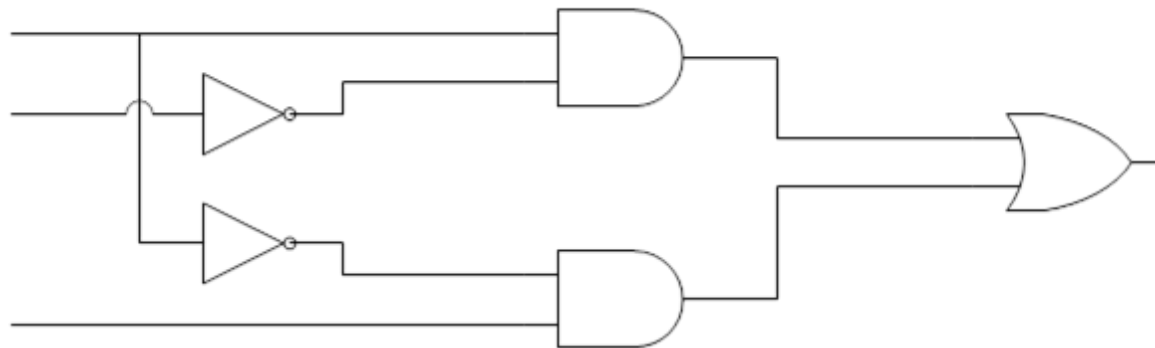
Λογική Σχεδίαση

Ελαχιστοποίηση δυαδικών
συναρτήσεων με τη μέθοδο
του χάρτη





είσοδος 1	είσοδος 2	είσοδος 3	έξοδος
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0



είσοδος 1	είσοδος 2	είσοδος 3	έξοδος
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

Ελαχιστοποίηση συναρτήσεων

- Ελαχιστοποίηση
 - Εντοπισμός απλούστερης δυνατής μορφής για δεδομένη κανονική μορφή
- Παράμετρος
 - Ορισμός “απλότητας”
 - Αριθμός συνδέσεων
 - Αριθμός πυλών
 - Αριθμός επιπέδων
 - κλπ



Μεθοδολογίες

- Αναλυτικά
 - Δύσκολη στην εφαρμογή
 - Θέμα έμπνευσης
 - Εύκολα λάθη
 - **Απλοποίηση**, όχι ελαχιστοποίηση
- Μέθοδος χάρτη (Karnaugh, K-map)
 - Με βάση τον πίνακα, όχι την εξίσωση
 - Μεθοδολογία **ελαχιστοποίησης**

x	y	$f(x,y)$
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	0

Χάρτης 2 μεταβλητών

		Περιοχή y' 0	Περιοχή y 1
Περιοχή x' x	0		
	1		

Απλοποίηση σε χάρτη 2 μεταβλητών

- Κανονική μορφή
 - $f(x,y) = x'y' + xy'$
- Απλοποιημένη μορφή
 - $f(x,y) = y'$
- Διαφορά υλοποίησης...

		Περιοχή y'	Περιοχή y
		0	1
Περιοχή x'	0	1	0
Περιοχή x	1	1	0

x	y	f(x,y)
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

Απλοποίηση με επικάλυψη

- Κανονική μορφή
 - $f(x,y) = x'y' + xy' + xy$
- Χωρίς επικάλυψη
 - $f(x,y) = y' + xy$
- Με επικάλυψη
 - $f(x,y) = y' + x$
- Διαφορά υλοποίησης...

		Περιοχή y'		Περιοχή y
		x	0	1
Περιοχή x'	0		1	0
	1		1	1

x	y	z	$f(x,y,z)$
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Χάρτης 3 μεταβλητών

		Περιοχή y'		Περιοχή y	
		00	01	11	10
Περιοχή x'	0				
	1				
		z'	Περιοχή z	z'	

Απλοποίηση σε χάρτη 3 μεταβλητών

- Κανονική μορφή
 - $f(x,y,z) = x'y'z' + x'y'z + xy'z + xyz$
- Απλοποιημένη μορφή
 - $f(x,y,z) = x'y' + xz$

		Περιοχή y'		Περιοχή y	
		00	01	11	10
Περιοχή x'	0	1	1	0	0
	1	0	1	1	0
		z'	Περιοχή z		z'

w	x	y	z	$f(w,x,y,z)$
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1



Χάρτης 4 μεταβλητών

		Περιοχή γ'		Περιοχή γ		
		yz	00	01	11	10
		wx				
Περιοχή w'	00					x'
	01					Περιοχή x
Περιοχή w	11					
	10					x'
		z'	Περιοχή z		z'	

Απλοποίηση σε χάρτη 4 μεταβλητών

- Κανονική μορφή
 - $f(w,x,y,z) = w'x'y'z' + w'x'y'z + w'xy'z + wxyz + wxyz'$
- Απλοποιημένη μορφή
 - $f(w,x,y,z) = w'x'y' + xy'z + wxy$

		Περιοχή y'		Περιοχή y		
		00	01	11	10	
Περιοχή w'	yz wx					
	00	1	1	0	0	x'
Περιοχή w	01	0	1	0	0	Περιοχή x
	11	0	1	1	1	
	10	0	0	0	0	x'
		z'	Περιοχή z		z'	

w	x	y	z	$f(w,x,y,z)$
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0



Απλοποίηση σε λιγότερες μεταβλητές

- Κανονική μορφή
 - $f(w,x,y,z) = w'x'y'z + w'xy'z + wxy'z + wx'y'z$
- Απλοποιημένη μορφή
 - $f(w,x,y,z) = y'z$

		Περιοχή y'		Περιοχή y		
		00	01	11	10	
Περιοχή w'	yz					
	wx					
Περιοχή w'	00	0	1	0	0	x'
	01	0	1	0	0	Περιοχή x
Περιοχή w	11	0	1	0	0	
	10	0	1	0	0	x'
		z'	Περιοχή z		z	

w	x	y	z	$f(w,x,y,z)$
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0



Γειτονικές Θέσεις

- Κανονική μορφή
 - $f(w,x,y,z) = w'x'yz + w'x'yz' + wx'yz + wx'yz'$
- Απλοποιημένη μορφή
 - $f(w,x,y,z) = x'y$

		Περιοχή y'		Περιοχή y		
		00	01	11	10	
Περιοχή w'	yz wx					
	00	0	0	1	1	x'
Περιοχή w	01	0	0	0	0	Περιοχή x
	11	0	0	0	0	
Περιοχή z	10	0	0	1	1	x'
		z'	Περιοχή z	z'		

w	x	y	z	$f(w,x,y,z)$
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Ελαχιστοποίηση

- Πρωτεύοντες όροι (prime implicants)
- Θεμελιώδεις όροι (essential prime implicants)

		Περιοχή y'		Περιοχή y		
		yz	00	01	11	10
Περιοχή wx	00	0	0	0	0	x'
	01	1	0	0	1	Περιοχή x
Περιοχή w	11	1	0	1	1	
	10	0	0	1	0	x'
		z'	Περιοχή z		z'	

Πέντε ή πιο πολλές μεταβλητές

$f(v,w,x,y,z)$ – Πολλαπλοί χάρτες

Περιοχή v'

		Περιοχή y'		Περιοχή y		Περιοχή v'
yz		00	01	11	10	
wx						
Περιοχή w'	00					x'
	01					Περιοχή x
Περιοχή w	11					
	10					x'
		z'	Περιοχή z		z'	

		Περιοχή y'		Περιοχή y		
yz		00	01	11	10	
wx						
Περιοχή w'	00					x'
	01					Περιοχή x
Περιοχή w	11					
	10					x'
		z'	Περιοχή z		z'	

w	x	y	z	$f(w,x,y,z)$
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Απλοποίηση σε γινόμενο αθροισμάτων

- Συμπληρωματική
 - $f'(w,x,y,z) = w'y + xy'z' + wx'$
- DeMorgan
 - $f(w,x,y,z) = (w+y')(x'+y+z)(w'+x)$

		Περιοχή y'		Περιοχή y		
		00	01	11	10	
	yz					
	wx					
Περιοχή w'	00	1	1	0	0	x'
	01	0	1	0	0	Περιοχή x
Περιοχή w	11	0	1	1	1	
	10	0	0	0	0	x'
		z'	Περιοχή z		z'	

Να το δοκιμάσουμε;

- Πρώτοι αριθμοί
- Απάντηση ΝΑΙ
 - Περιπτώσεις 2, 3, 5, 7, 11, 13
- Απάντηση ΟΧΙ
 - Όλες οι άλλες



w	x	y	z	$f(w,x,y,z)$
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0



?



Να το κάνουμε ενδιαφέρον;

- Στρογγυλοποίηση σε αναπαράσταση BCD
- Ψηφία 0-4
 - Έξοδος 0
- Ψηφία 5-9
 - Έξοδος 1
- Άλλοι συνδυασμοί ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΟΥΝ!



w	x	y	z	$f(w,x,y,z)$
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	αδιάφορο
1	0	1	1	αδιάφορο
1	1	0	0	αδιάφορο
1	1	0	1	αδιάφορο
1	1	1	0	αδιάφορο
1	1	1	1	αδιάφορο

w	x	y	z	$f(w,x,y,z)$
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	X
1	0	1	1	X
1	1	0	0	X
1	1	0	1	X
1	1	1	0	X
1	1	1	1	X



Αδιάφορες τιμές

		Περιοχή γ'		Περιοχή γ		
		00	01	11	10	
yz						
wx						
Περιοχή w'	00	0	0	0	0	x'
	01	0	1	1	1	Περιοχή x
Περιοχή w	11	X	X	X	X	
	10	1	1	X	X	x'
		z'	Περιοχή z		z'	

Αδιάφορες τιμές

		Περιοχή y'		Περιοχή y		
		00	01	11	10	
Περιοχή w'	yz					
	wx					
Περιοχή w'	00	0	0	0	0	x'
	01	0	1	1	1	Περιοχή x
Περιοχή w	11	X	X	X	X	
	10	1	1	X	X	x'
		z'	Περιοχή z		z'	