**ΨΗΦΙΑΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ Ι**
**Λύσεις Θεμάτων Α' Εξεταστικής Περιόδου Χειμερινού Εξαμήνου 2010 - 11**

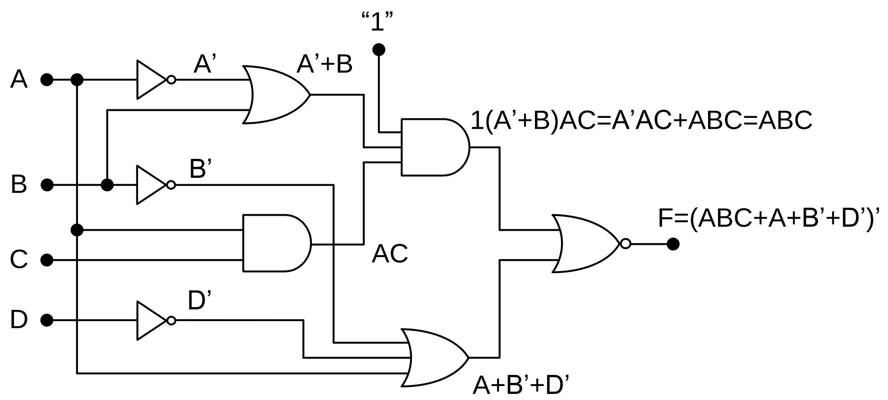
## ΘΕΜΑ 1$^{o}$ (30%)

Δίνεται το λογικό κύκλωμα του σχήματος.

1. Να προσδιορίσετε τον πίνακα αλήθειας της συνάρτησης F.
2. Να κατασκευαστεί ισοδύναμο λογικό κύκλωμα με τον ελάχιστο δυνατό αριθμό βασικών λογικών πυλών AND, OR, NOT.
3. Να κατασκευαστεί ισοδύναμο λογικό κύκλωμα μόνο με λογικές πύλες NAND.

**Λύση:**

**1.**



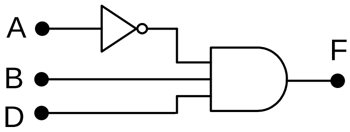

| A | B | C | D | ABC | B' | D' | A+B'+D' | ABC+ A+B'+D' | F=( ABC+ A+B'+D')' |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | **1** |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | **1** |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |

**2.** Από τη συνάρτηση F, όπως προκύπτει από το λογικό κύκλωμα, και εφαρμόζοντας τους κανόνες της άλγεβρας Boole, έχουμε:

$$F = (ABC + A+ B' + D')' = [\, A(BC + 1) + B' + D' \,]' = [\, A + B' + D' \,]' = A'BD$$

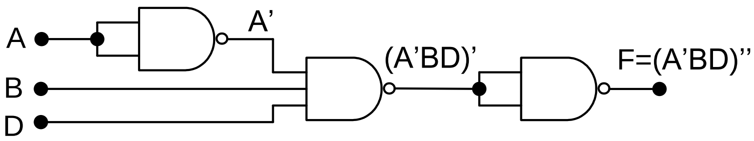
ή από τον πίνακα αλήθειας:

$F = m_5 + m_7 = A'BC'D + A'BCD = A'BD(C' + C) = A'BD$




**3.** Με εφαρμογή του θεωρήματος De Morgan, έχουμε:

$F = F'' = [A'BD]''$




## ΘΕΜΑ 2° (30%)

Θεωρείστε τη λογική συνάρτηση $F = x_2'x_3' + x_1x_2$.

1. Να προσδιορίσετε τον πίνακα αλήθειας της συνάρτησης
2. Να υλοποιήσετε τη συνάρτηση με ένα αποκωδικοποιητή 3 – σε – 8.
3. Να υλοποιήσετε τη συνάρτηση με ένα πολυπλέκτη 2 – σε – 1.

**<u>Λύση:</u>**

**1.**

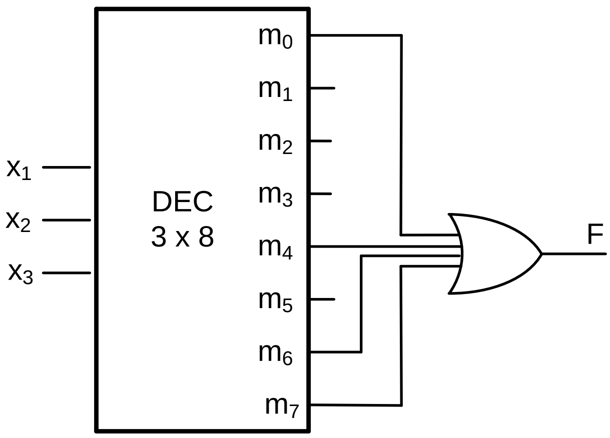
$F = x_2'x_3' + x_1x_2 = (x_1 + x'_1)\, x_2'x_3' + x_1x_2\,(x_3 + x'_3) = x_1x_2'x_3' + x'_1x_2'x_3' + x_1x_2\, x_3 + x_1x_2\, x'_3$

Άρα:

$F = m_0 + m_4 + m_6 + m_7$

| $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | F | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | **1** | $m_0 = x'_1x_2'x_3'$ |
| 0 | 0 | 1 | 0 | |
| 0 | 1 | 0 | 0 | |
| 0 | 1 | 1 | 0 | |
| 1 | 0 | 0 | **1** | $m_4 = x_1x_2'x_3'$ |
| 1 | 0 | 1 | 0 | |
| 1 | 1 | 0 | **1** | $m_6 = x_1x_2\, x'_3$ |
| 1 | 1 | 1 | **1** | $m_7 = x_1x_2\, x_3$ |

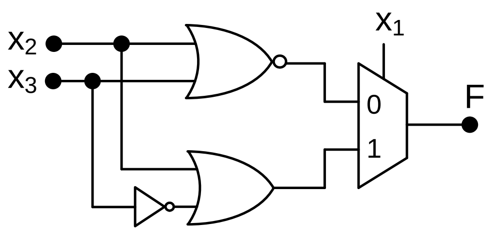
**2.**



**3.**

Επιλέγοντας ως είσοδο ελέγχου το $x_1$, έχουμε:

| $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | F | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | **$F(x_1=0) = x_2'x_3' = (x_2+x_3)'$** |
| 0 | 0 | 1 | 0 | |
| 0 | 1 | 0 | 0 | |
| 0 | 1 | 1 | 0 | |
| 1 | 0 | 0 | 1 | **$F(x_1=1) = x_2'x_3'+x_2x_3+x_2x'_3 =$** |
| 1 | 0 | 1 | 0 | **$=x_2'x_3'+x_2x_3+x_2x'_3+x_2x'_3 =$** |
| 1 | 1 | 0 | 1 | **$=x_2(x_3+x'_3)+(x_2'+x_2)x'_3=$** |
| 1 | 1 | 1 | 1 | **$=x_2+x'_3$** |



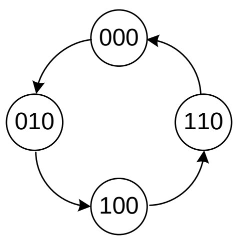

**ΘΕΜΑ 3ο (40%)**

α. Να σχεδιάσετε με JK flip-flop ΣΥΓΧΡΟΝΟ κυκλικό δυαδικό μετρητή που απαριθμεί την ακολουθία μέτρησης: 0 –2 – 4 – 6 – 0.

β. Να εξετάσετε εάν το σύστημα είναι αυτοδιορθούμενο.

**<u>Λύση:</u>**

**α**. Διάγραμμα καταστάσεων:



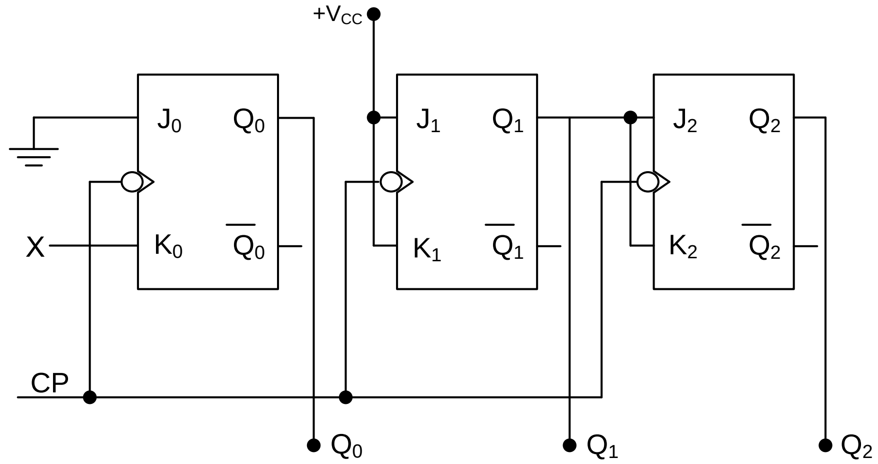

Πίνακας Καταστάσεων:

| Παρούσα Κατάσταση | | | Επόμενη Κατάσταση | | | Είσοδοι Flip-Flop | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $Q_2$ | $Q_1$ | $Q_0$ | $Q^+_2$ | $Q^+_1$ | $Q^+_0$ | $J_2$ | $K_2$ | $J_1$ | $K_1$ | $J_0$ | $K_0$ |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | X | 1 | X | 0 | X |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | X | X | 1 | 0 | X |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | X | 0 | 1 | X | 0 | X |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | X | 1 | X | 1 | 0 | X |

Προσδιορισμός εισόδων flip-flop:

**$J_0 = 0$ $K_0 = X$ $J_1 = 1$ $K_1 = 1$ $J_2 = Q_1$ $K_2 = Q_1$**

Κύκλωμα:




**β.** Επειδή **$K_0 = X$** θα πρέπει να εξετάσουμε τις μεταβάσεις για X = 0 και για X = 1.

| **Παρούσα Κατάσταση** | | | **Είσοδοι Flip-Flop** | | | | | | **Επόμενη Κατάσταση** | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **$Q_2$** | **$Q_1$** | **$Q_0$** | **$J_2=Q_1$** | **$K_2=Q_1$** | **$J_1=1$** | **$K_1= 1$** | **$J_0=0$** | **$K_0=X$** | **$Q^+_2$** | **$Q^+_1$** | **$Q^+_0$** |
| **Για X = 0 ($K_0$ = 0):** | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| **Για X = 1 ($K_0$ = 1):** | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |

Επομένως, για **$K_0$** = 0 το σύστημα είναι μη αυτοδιορθούμενο, ενώ για **$K_0$** = 1 το σύστημα είναι αυτοδιορθούμενο.