

ΨΗΦΙΑΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ Ι

Λύσεις Θεμάτων Β' Εξεταστικής Περιόδου Χειμ. Εξαμήνου 2009 – 10 (Ομάδα Α)

ΘΕΜΑ 1° (30%)

Να δείξετε και να εξηγήσετε πώς μπορούμε να μετατρέψουμε έναν πλήρη αθροιστή σε πλήρη αθροιστή-αφαιρέτη.

Λύση

Η αφαίρεση δύο δυαδικών αριθμών μπορεί να γίνει με πρόσθεση στο μειωτέο, του συμπληρώματος ως προς 2 του αφαιρετέου.

Το συμπλήρωμα ως προς 2 ενός δυαδικού αριθμού ισούται με το συμπλήρωμά του ως προς 1, συν 1.

Το συμπλήρωμα ως προς 1 ενός δυαδικού αριθμού προκύπτει με την απλή αντικατάσταση των 1 με 0 και των 0 με 1.

Επομένως η αφαίρεση $A - B$ μπορεί να γίνει ως εξής:

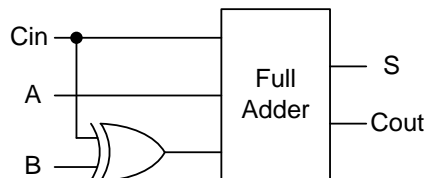
$$A - B = A + (\text{Συμπλήρωμα ως προς 1 του } B) + 1 = A + B' + 1$$

Ο Πίνακας αλήθειας της λογικής πράξης XOR είναι ο ακόλουθος:

X	Y	Z = X XOR Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Βλέπουμε ότι όταν $X = 0$, $Z = Y$ και όταν $X = 1$, $Z = X'$.

Επομένως ένας πλήρης αθροιστής μπορεί να μετατραπεί σε πλήρη αθροιστή - αφαιρέτη που υλοποιεί την πρόσθεση $A + B$ ή/και την αφαίρεση $A - B$ ως ακολούθως:



Στο κύκλωμα αυτό όταν $Cin = 0$ η έξοδος της πύλης XOR είναι B, ενώ όταν $Cin = 1$ η έξοδος της πύλης XOR είναι B' .

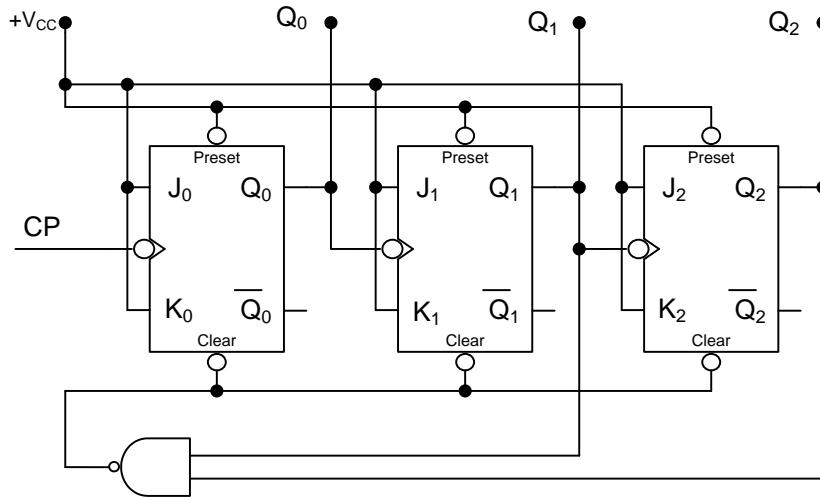
Άρα η έξοδος S του κυκλώματος, ανάλογα με την τιμή που δίνουμε στο Cin, είναι:

$$\text{για } Cin = 0, S = A + B + 0 = A + B$$

$$\text{για } Cin = 1, S = A + B' + 1 = A - B$$

ΘΕΜΑ 2^ο (30%)

Να αναλύσετε το λογικό κύκλωμα του σχήματος και να προσδιορίσετε τη λειτουργία του.



Λύση

Έχουμε ένα ασύγχρονο ακολουθιακό κύκλωμα.

Τα flip-flops έχουν βραχυκυκλωμένες εισόδους JK που συνδέονται στο +Vcc (άρα λειτουργούν ως T flip-flop, με $T = 1$) και ενεργοποίηση στο κατερχόμενο μέτωπο των παλμών του ρολογιού. Επομένως σε κάθε κατερχόμενο μέτωπο του σήματος που εισέρχεται στην είσοδο του ρολογιού τους θα αλλάζουν κατάσταση.

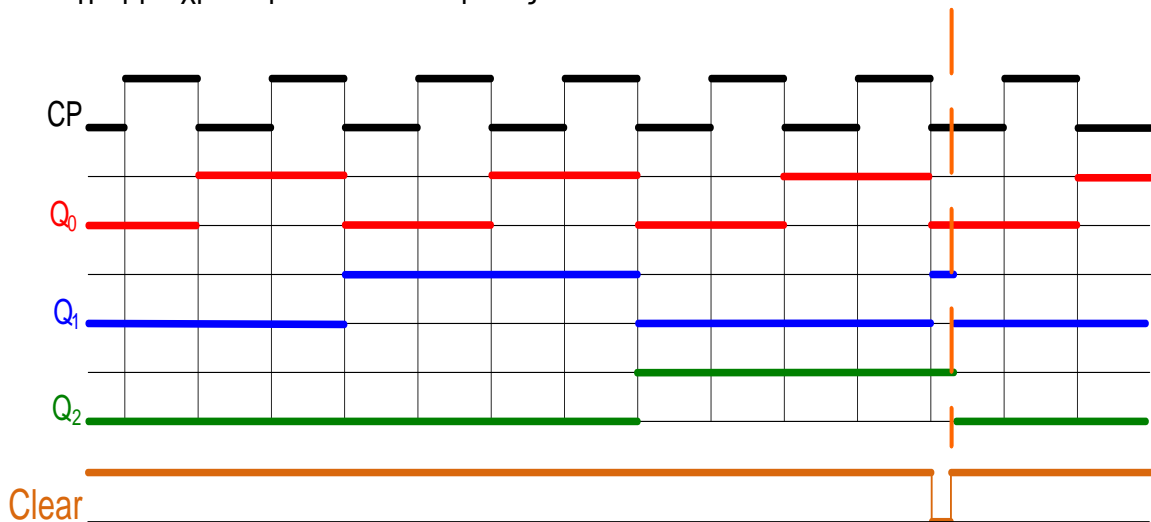
Το J_0K_0 flip-flop δέχεται στην είσοδο του ρολογιού του το σήμα του εξωτερικού ρολογιού CP.

Το J_1K_1 flip-flop δέχεται στην είσοδο του ρολογιού του το σήμα Q_0 .

Το J_2K_2 flip-flop δέχεται στην είσοδο του ρολογιού του το σήμα Q_1 .

Η πύλη NAND δέχεται στην είσοδό της τα σήματα Q_1 και Q_2 . Η έξοδός της είναι '1' όσο $Q_2 = Q_1 = 0$ ή $Q_1 = 1$ και $Q_2 = 0$ ή $Q_1 = 0$ και $Q_2 = 1$, και θα γίνει '0' όταν τα $Q_1 = Q_2 = 1$. Τότε ενεργοποιείται η ασύγχρονη είσοδος Clear των flip-flops και οι έξοδοι όλων των flip-flops μηδενίζονται, δηλ. $Q_0 = Q_1 = Q_2 = 0$, οπότε και η έξοδος της πύλης NAND επανέρχεται στο '1'.

Το διάγραμμα χρονισμού του κυκλώματος είναι το ακόλουθο:



Από την παραπάνω ανάλυση προκύπτει ότι το κύκλωμα είναι ένας ασύγχρονος μετρητής MOD(6) με μέγιστο σημαντικό ψηφίο το Q_2 και ελάχιστο σημαντικό ψηφίο το Q_0 .

Απαριθμεί πλήρως τις καταστάσεις 000 – 001 – 010 – 011 – 100 – 101 και μηδενίζει μόλις εισέλθει στην κατάσταση $Q_2Q_1Q_0 = 110$.

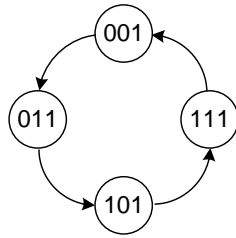
ΘΕΜΑ 3° (40%)

α. Να σχεδιάσετε με JK flip-flop ΣΥΓΧΡΟΝΟ μετρητή που απαριθμεί την ακολουθία μέτρησης: 1 – 3 – 5 – 7 – 1.

β. Αν ο μετρητής βρεθεί στην κατάσταση 2 να προσδιορίσετε σε ποια κατάσταση θα μεταβεί μετά από δύο παλμούς του ρολογιού.

Λύση

α. Διάγραμμα καταστάσεων:



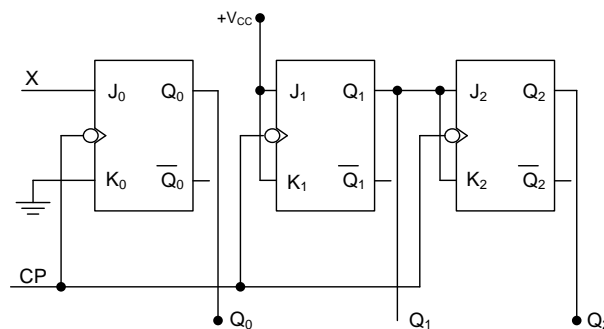
Πίνακας Καταστάσεων:

Παρούσα Κατάσταση			Επόμενη Κατάσταση			Είσοδοι Flip-Flop					
Q ₂	Q ₁	Q ₀	Q ⁺ ₂	Q ⁺ ₁	Q ⁺ ₀	J ₂	K ₂	J ₁	K ₁	J ₀	K ₀
0	0	1	0	1	1	0	X	1	X	X	0
0	1	1	1	0	1	1	X	X	1	X	0
1	0	1	1	1	1	X	0	1	X	X	0
1	1	1	0	0	1	X	1	X	1	X	0

Προσδιορισμός εισόδων flip-flop:

$$J_0 = X \quad K_0 = 0 \quad J_1 = 1 \quad K_1 = 1 \quad J_2 = Q_1 \quad K_2 = Q_1$$

Κύκλωμα:



β. Επειδή J₀ = X θα πρέπει να εξετάσουμε τις μεταβάσεις για X = 0 και για X = 1.

Παρούσα Κατάσταση			Είσοδοι Flip-Flop						Επόμενη Κατάσταση		
Q ₂	Q ₁	Q ₀	J ₂ =Q ₁	K ₂ =Q ₁	J ₁ =1	K ₁ =1	J ₀ =X	K ₀ =0	Q ⁺ ₂	Q ⁺ ₁	Q ⁺ ₀
Για X = 0 (J₀ = 0):											
0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0
1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0
Για X = 1 (J₀ = 1):											
0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1
1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1

Επομένως:

για J₀ = 0 το σύστημα μεταβαίνει από το 2 στο 4 και από το 4 στο 6 (μη αυτοδιορθούμενο)

για J₀ = 1 το σύστημα μεταβαίνει από το 2 στο 5 και από το 5 στο 7 (αυτοδιορθούμενο)