

ΨΗΦΙΑΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ Ι

Λύσεις Θεμάτων

Β' Εξεταστικής Περιόδου Εαρινού Εξαμήνου 2008 - 09 (Ομάδα Α)

ΘΕΜΑ 1° (20%)

Ένα κύκλωμα δέχεται στην είσοδό του δύο διψήφιους δυαδικούς αριθμούς, $A = A_1A_0$ και $B = B_1B_0$, και παράγει στην έξοδό του τη λογική συνάρτηση $F(A_1, A_0, B_1, B_0)$ που υλοποιεί τη συνθήκη $A = B$.

Να αποδείξετε ότι η λογική συνάρτηση μπορεί να εκφραστεί στη μορφή:

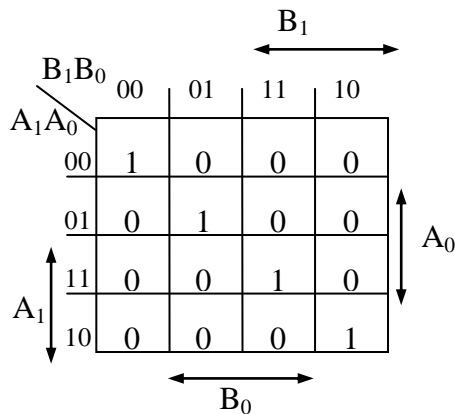
$$F(A_1, A_0, B_1, B_0) = (A_1 \oplus B_1)' \cdot (A_0 \oplus B_0)'$$

και να σχεδιάσετε το κύκλωμα.

Λύση

Ο Πίνακας Αλήθειας του ζητούμενου κυκλώματος είναι ο ακόλουθος:

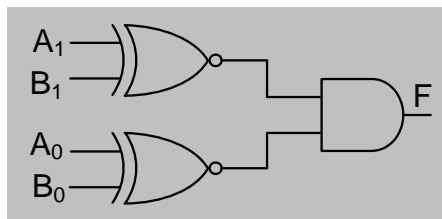
A_1	A_0	B_1	B_0	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1



Από τον πίνακα Karnaugh προκύπτει ότι η συνάρτηση εξόδου F δεν απλοποιείται και είναι:

$$\begin{aligned} F &= A'_1A'_0B'_1B'_0 + A'_1A_0B'_1B_0 + A_1A_0B_1B_0 + A_1A'_0B_1B'_0 = \\ &= A'_1B'_1(A'_0B'_0 + A_0B_0) + A_1B_1(A'_0B'_0 + A_0B_0) = (A'_1B'_1 + A_1B_1) \cdot (A'_0B'_0 + A_0B_0) = \\ &= (A_1 \oplus B_1)' \cdot (A_0 \oplus B_0)' \end{aligned}$$

Το λογικό κύκλωμα είναι:



ΘΕΜΑ 2° (20%)

Να δείξετε πώς μπορεί μια πύλη XOR τριών εισόδων να υλοποιηθεί με δύο (2) πολυπλέκτες 2 – σε – 1 και δύο (2) πύλες NOT και να σχεδιάσετε το κύκλωμα.

Λύση

Η συνάρτηση της πύλης XOR τριών εισόδων είναι:

$$F = x \oplus y \oplus z = x \oplus (y \oplus z)$$

Αν θέσουμε:

$$A = y \oplus z = y'z + yz'$$

τότε η F γίνεται:

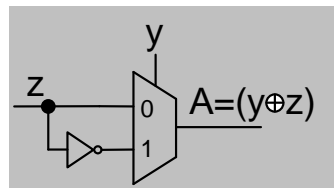
$$F = x \oplus A = x'A + xA'$$

Η συνάρτηση A είναι η συνάρτηση μιας πύλης XOR με δυο εισόδους, y και z, και ο πίνακας αλήθειας είναι:

y	z	A
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

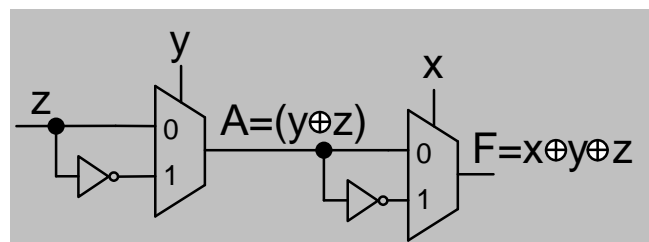
$$A = y'z + yz'$$

Μπορούμε να υλοποιήσουμε τη συνάρτηση A με έναν πολυπλέκτη 2 – σε – 1 με είσοδο ελέγχου y, οπότε από τον πίνακα αλήθειας βλέπουμε ότι για $y = 0$ η είσοδος πρέπει να είναι z ($A = z$) και για $y = 1$ η είσοδος πρέπει να είναι z' ($A = z'$). Δηλαδή η συνάρτηση της XOR δυο εισόδων μπορεί να υλοποιηθεί με έναν πολυπλέκτη 2 – σε – 1 και μια πύλη NOT, όπως στο σχήμα:



Ομοίως, η συνάρτηση F είναι η συνάρτηση μιας XOR με δυο εισόδους, x και A, και μπορεί να υλοποιηθεί με ένα πολυπλέκτη 2 – σε – 1 και μια πύλη NOT, θέτοντας είσοδο ελέγχου x και εισόδους: A για $x = 0$ και A' για $x = 1$.

Επομένως το ζητούμενο κύκλωμα είναι το ακόλουθο:



ΘΕΜΑ 3° (30%)

Να σχεδιάσετε ΣΥΓΧΡΟΝΟ κυκλικό δυαδικό μετρητή με T flip-flop που απαριθμεί την ακολουθία:

1-3-4-5-7-1

Λύση

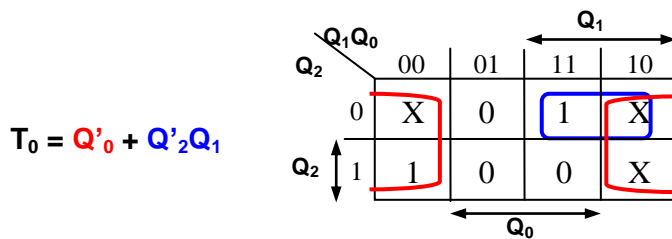
Ο πίνακας (μετάβασης) καταστάσεων θα είναι ο ακόλουθος:

Παρούσα Κατάσταση	Επόμενη Κατάσταση	Είσοδοι FF				
		$Q_2Q_1Q_0$	$Q_2^+Q_1^+Q_0^+$	T_2	T_1	T_0
0 0 1	0 1 1	0	1	0	1	0
0 1 1	1 0 0	1	0	1	1	1
1 0 0	1 0 1	1	0	0	0	1
1 0 1	1 1 1	1	1	0	1	0
1 1 1	0 0 1	1	1	1	1	0

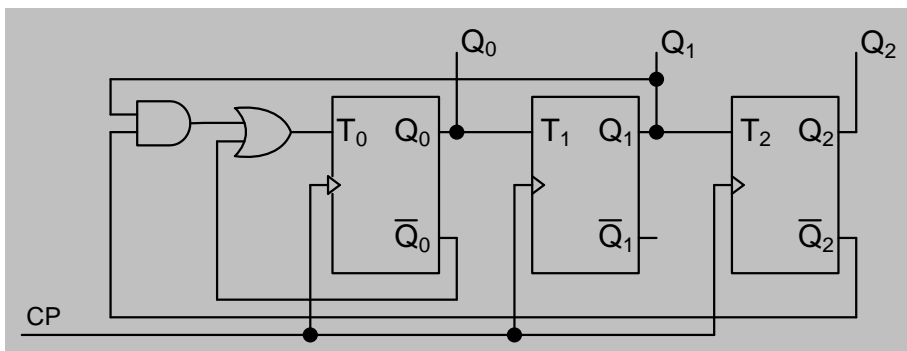
Οι μη χρησιμοποιούμενες καταστάσεις (000, 101 και 110) είναι αδιάφορες καταστάσεις (X).

Από τον πίνακα καταστάσεων προσδιορίζουμε τις συναρτήσεις των εισόδων των Flip-Flop.

Βλέπουμε ότι $T_2 = Q_1$ και $T_1 = Q_0$. Η απλοποιημένη συνάρτηση για το T_0 προσδιορίζεται με τη χρήση πίνακα Karnaugh:



Το κύκλωμα του μετρητή είναι το ακόλουθο:

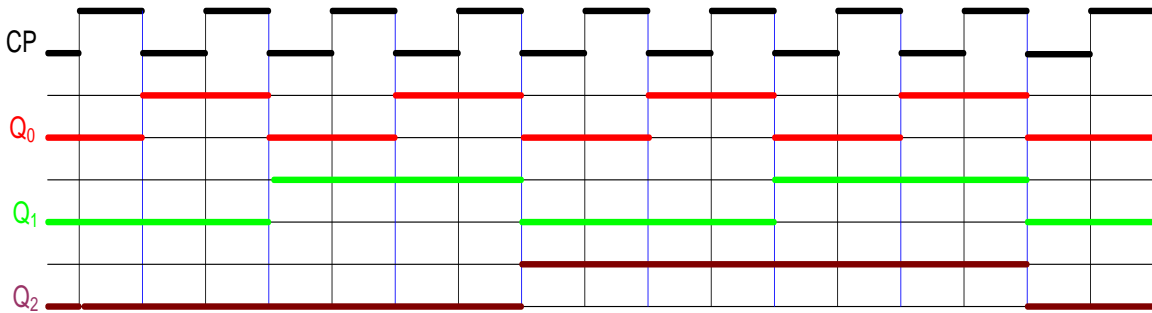


ΘΕΜΑ 4^ο (30%)

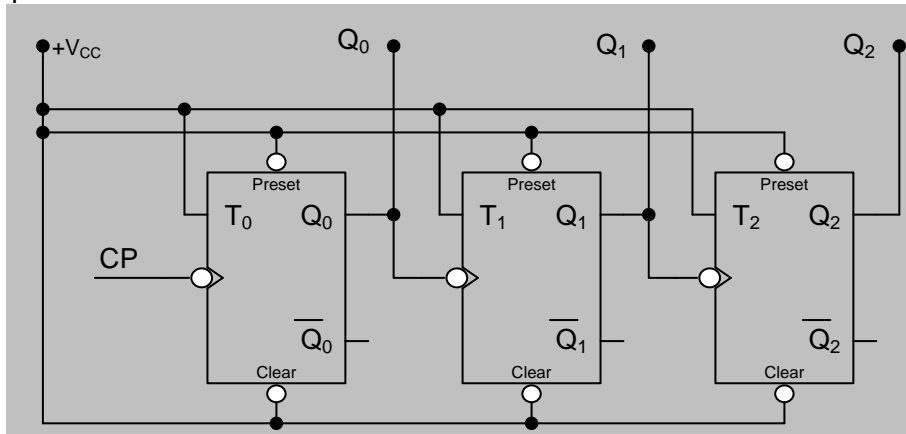
1. Να σχεδιάσετε ΑΣΥΓΧΡΟΝΟ μετρητή 3-bit αύξουσας μέτρησης με T flip-flop και ενεργοποίηση στο κατερχόμενο μέτωπο του παλμού του ρολογιού. Να συμπληρώσετε το διάγραμμα χρονισμού (Σχ. 1) και να σχεδιάσετε το κύκλωμα.
2. Αν στο Preset τη χρονική στιγμή t_1 και στο Clear τη χρονική στιγμή t_2 δοθούν τα σήματα που φαίνονται στο Σχήμα 2, να συμπληρώσετε το διάγραμμα χρονισμού του μετρητή.

Λύση

1. Διάγραμμα Χρονισμού:



Κύκλωμα:



- 2.

