

**ΨΗΦΙΑΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ Ι**  
**Λύσεις Θεμάτων Εξεταστικής Περιόδου Ιουνίου 2014**

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>** (3,0 μονάδες)

Δίνεται η λογική συνάρτηση :  $f(x, y, z) = (x + z)(y' + xz)' + x'y'z + xy'z$

- α. Να συμπληρωθεί ο πίνακας αλήθειας της συνάρτησης.
- β. Να απλοποιηθεί η λογική συνάρτηση.
- γ. Να υλοποιηθεί η συνάρτηση με έναν πολυπλέκτη 2 – σε – 1 και πύλες.

**Λύση:**

α.

$$\begin{aligned} f(x, y, z) &= (x + z)(y' + xz)' + x'y'z + xy'z = (x + z)[(y')'(xz)'] + x'y'z + xy'z = (x + z)[y(x' + z')] + x'y'z + xy'z = \\ &= (x + z)(x'y + yz') + x'y'z + xy'z = xx'y + xyz' + x'yz + yzz' + x'y'z + xy'z = \\ &= xyz' + x'yz + x'y'z + xy'z = m_6 + m_3 + m_1 + m_5 \end{aligned}$$

Πίνακας Αλήθειας:

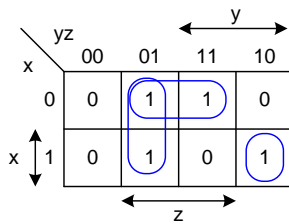
x	y	z	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

β.

Απλοποίηση με άλγεβρα Boole:

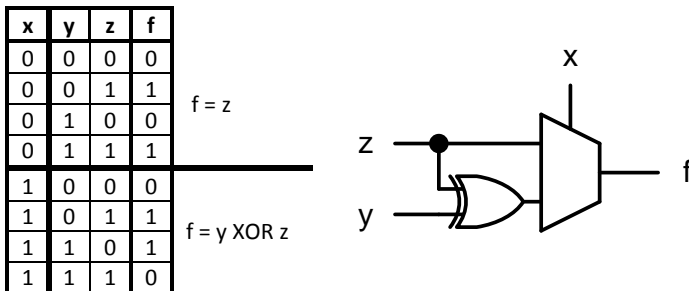
$$\begin{aligned} f(x, y, z) &= m_1 + m_3 + m_5 + m_6 = x'y'z + x'yz + xy'z + xyz' = x'y'z + x'y'z + x'yz + xy'z + xyz' = \\ &= (x'y'z + x'yz) + (x'y'z + xy'z) + xyz' = x'z(y + y') + y'z(x + x') + xyz' = x'z + y'z + xyz' \end{aligned}$$

Απλοποίηση με πίνακα Karnaugh:



$$f(x, y, z) = x'z + y'z + xyz'$$

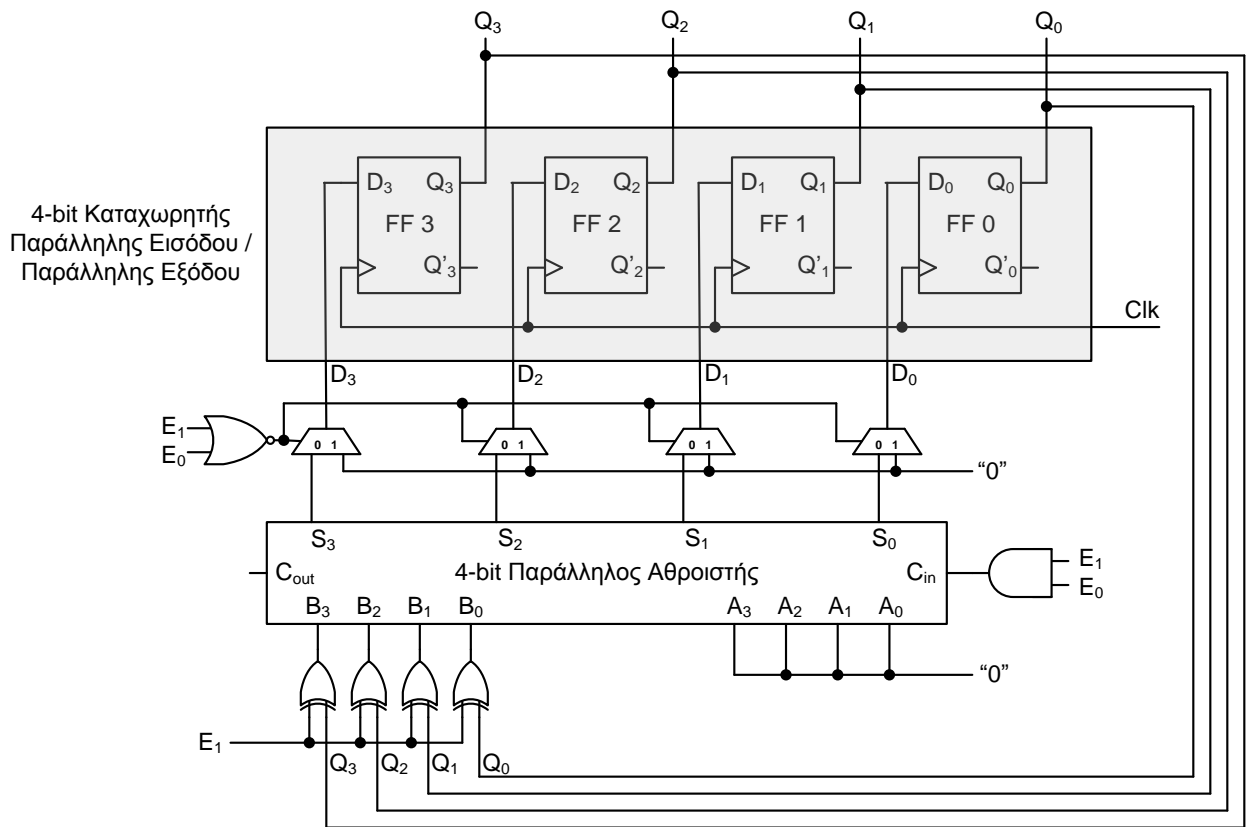
γ. Υλοποίηση με πολυπλέκτη 2 – σε – 1 και πύλες:



**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>** (3,0 μονάδες)

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται κύκλωμα που περιλαμβάνει 4-bit καταχωρητή παράλληλης εισόδου – παράλληλης εξόδου, 4-bit παράλληλο αθροιστή, πολυπλέκτες 2-σε-1 και λογικές πύλες.

Να προσδιοριστεί η λειτουργία του για κάθε δυνατό συνδυασμό τιμών των μεταβλητών  $E_1$  και  $E_0$ .



**Λύση:**

Λαμβάνοντας υπόψη ότι:

$E_1$	$E_0$	$(E_1+E_0)'$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

$E_1$	$Q_i$	$E_1 \text{ XOR } Q_i$
0	0	0 ( $=Q_i$ )
0	1	1 ( $=Q_i$ )
1	0	1 ( $=Q'_i$ )
1	1	0 ( $=Q'_i$ )

$E_1$	$E_0$	$(E_1 E_0)$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Πολυπλέκτης 2-σε-1 με είσοδο ελέγχου E, εισόδους δεδομένων $X_0, X_1$ και έξοδο Y		
E	Y	$Y = E'X_0 + EX_1$
0	$X_0$	
1	$X_1$	

καθώς και ότι:

Συμπλήρωμα ως προς 1 του  $Q_3Q_2Q_1Q_0 = Q'_3Q'_2Q'_1Q'_0$

Συμπλήρωμα ως προς 2 του  $Q_3Q_2Q_1Q_0 = Q'_3Q'_2Q'_1Q'_0 + 1$

ο παρακάτω πίνακας περιγράφει τη λειτουργία του κυκλώματος για κάθε δυνατό συνδυασμό τιμών των μεταβλητών  $E_1$  και  $E_0$ .

$E_1$	$E_0$	$B_3B_2B_1B_0$	$C_{in}$	$S_3S_2S_1S_0$	$D_3D_2D_1D_0$	$Q_3^+Q_2^+Q_1^+Q_0^+$	Περιγραφή λειτουργίας
0	0	X X X X	X	X X X X	0 0 0 0	0 0 0 0	Μηδενισμός
0	1	$Q_3Q_2Q_1Q_0$	0	$Q_3Q_2Q_1Q_0$	$Q_3Q_2Q_1Q_0$	$Q_3Q_2Q_1Q_0$	Διατήρηση
1	0	$Q'_3Q'_2Q'_1Q'_0$	0	$Q'_3Q'_2Q'_1Q'_0$	$Q'_3Q'_2Q'_1Q'_0$	$Q'_3Q'_2Q'_1Q'_0$	Συμπλήρωμα ως προς 1
1	1	$Q'_3Q'_2Q'_1Q'_0$	1	$Q'_3Q'_2Q'_1Q'_0 + 1$	$Q'_3Q'_2Q'_1Q'_0 + 1$	$Q'_3Q'_2Q'_1Q'_0 + 1$	Συμπλήρωμα ως προς 2

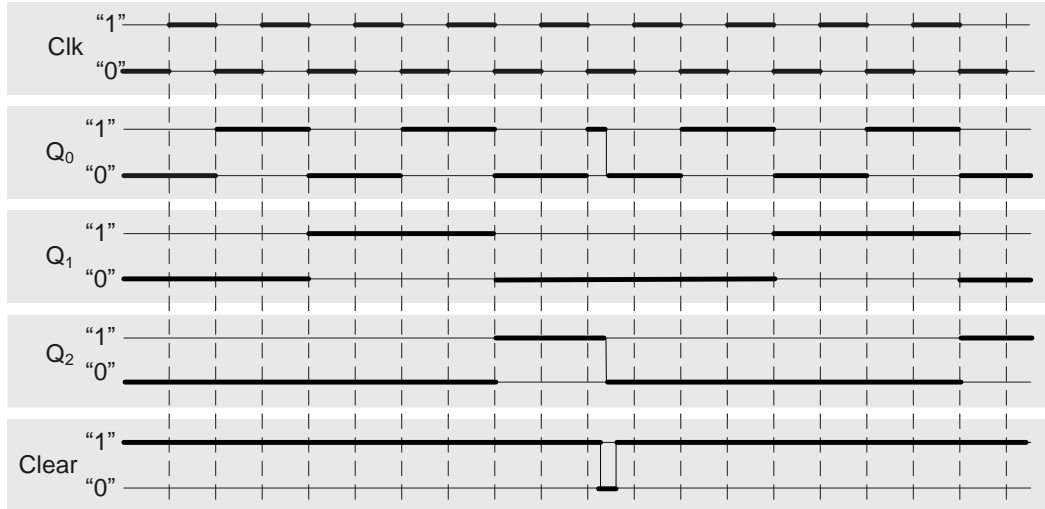
**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>** (3,0 μονάδες)

Να σχεδιαστεί **ασύγχρονος** κυκλικός μετρητής MOD(5) αύξουσας μέτρησης με JK flip flop που διαθέτουν active-low ασύγχρονες εισόδους:

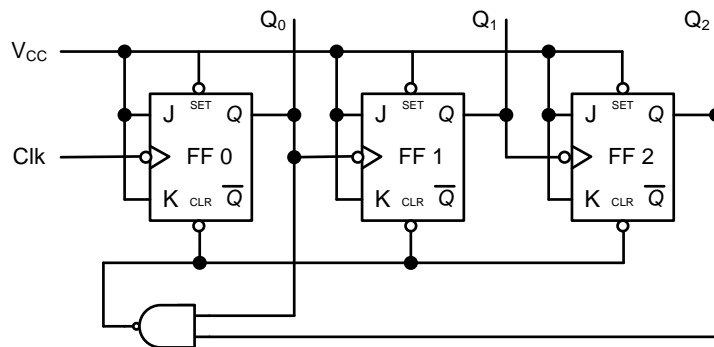
- α. Να σχεδιαστεί το λεπτομερές διάγραμμα χρονισμού (αρχική κατάσταση:  $Q_3Q_2Q_1 = 000$ ).
- β. Να σχεδιαστεί το λογικό κύκλωμα.

**Λύση:**

- α. Διάγραμμα χρονισμού



- β. Λογικό κύκλωμα

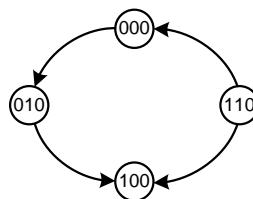


**ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>** (3,0 μονάδες)

- α. Να σχεδιαστεί με T flip-flop **σύγχρονος** κυκλικός μετρητής που απαριθμεί την ακολουθία 0-2-4-6-0.
- β. Αν το σύστημα βρεθεί στην κατάσταση 3, να προσδιοριστεί σε ποια κατάσταση θα μεταβεί μετά από έναν ωρολογιακό παλμό.

**Λύση:**

- α. Το Διάγραμμα Καταστάσεων του ζητούμενου μετρητή είναι το ακόλουθο:



Με βάση τον πίνακα διέγερσης του T flip-flop συμπληρώνουμε τον πίνακα (μετάβασης) καταστάσεων:

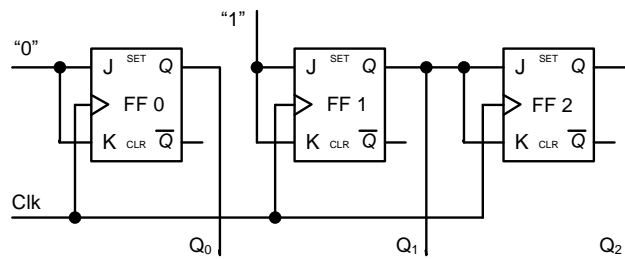
Παρούσα Κατάσταση	Επόμενη Κατάσταση	Είσοδοι FF		
		$T_2$	$T_1$	$T_0$
$Q_2 Q_1 Q_0$	$Q_2^+ Q_1^+ Q_0^+$			
0 0 0	0 1 0	0	1	0
0 1 0	1 0 0	1	1	0
1 0 0	1 1 0	0	1	0
1 1 0	0 0 0	1	1	0

Οι μη χρησιμοποιούμενες καταστάσεις (001, 011, 101 και 111) είναι αδιάφορες καταστάσεις (X).

Από τον πίνακα καταστάσεων προσδιορίζουμε τις συναρτήσεις των εισόδων των Flip-Flop, σε απλοποιημένη μορφή.

Είναι προφανές ότι  $T_0 = 0$ ,  $T_1 = 1$  και  $T_2 = Q_1$

Το κύκλωμα του μετρητή είναι το ακόλουθο:



β.

Παρούσα Κατάσταση			Είσοδοι FF			Επόμενη Κατάσταση		
$Q_2$	$Q_1$	$Q_0$	$T_2 = Q_1$	$T_1 = 1$	$T_0 = 0$	$Q_2^+$	$Q_1^+$	$Q_0^+$
0	1	1	1	1	0	1	0	1