

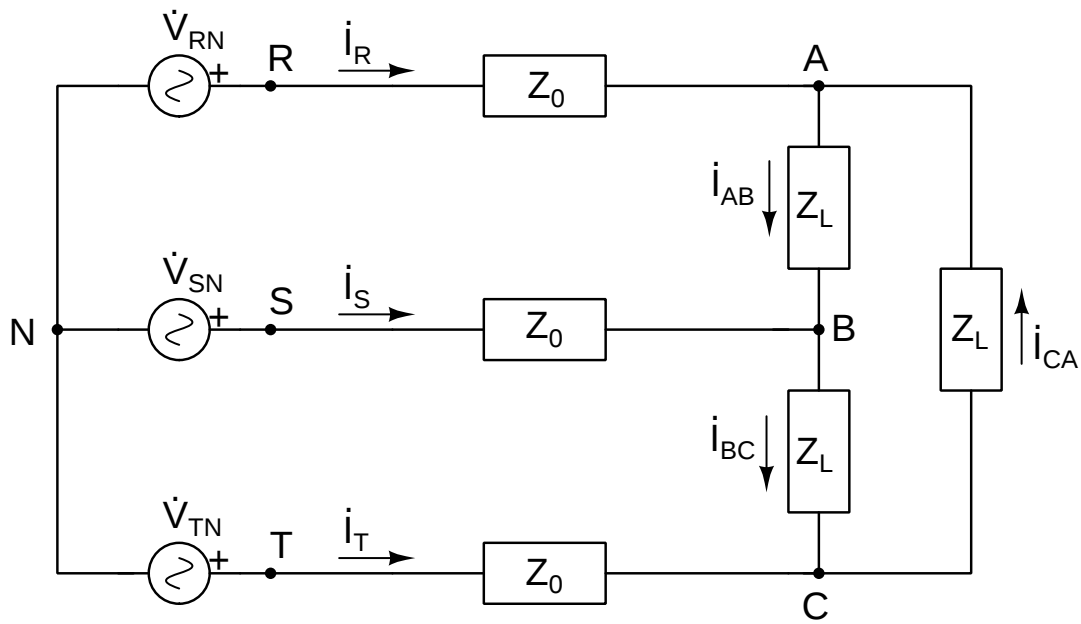
Ηλεκτροτεχνία II - Λύσεις

Διδάσκων: Δροσόπουλος Αναστάσιος

2024-07-04

1 Θέμα (4 μον.)

Στο παρακάτω κύκλωμα έχουμε αρνητική ακολουθία φάσεων με $\dot{V}_{SN} = 430/\underline{62^\circ}$ V, $Z_L = 36 + j18 \Omega$, $Z_0 = 2 + j4 \Omega$.



Να βρεθούν:

1. Ρεύματα γραμμής, κλαδικά ρεύματα και τάσεις στο φορτίο.
2. Μιγαδική, ενεργός και άεργος ισχύς στο φορτίο.
3. Συντελεστής ισχύος φορτίου.

Λύση

Εφόσον έχουμε αρνητική ακολουθία φάσεων

$$\dot{V}_{RN} = \dot{V}_{SN}/\underline{-120^\circ} = 430/\underline{-58^\circ} \text{ V} \quad \dot{V}_{SN} = 430/\underline{62^\circ} \text{ V} \quad \dot{V}_{TN} = \dot{V}_{SN}/\underline{120^\circ} = 430/\underline{-178^\circ} \text{ V}$$

$$\dot{V}_{RS} = \dot{V}_{RN}\sqrt{3}/\underline{-30^\circ} = 774.8/\underline{-88^\circ} \text{ V} \quad \dot{V}_{ST} = \dot{V}_{RS}/\underline{120^\circ} = 774.8/\underline{32^\circ} \text{ V} \quad \dot{V}_{TR} = \dot{V}_{RS}/\underline{-120^\circ} = 774.8/\underline{152^\circ} \text{ V}$$

Κύκλωμα συμμετρικό. Μετατρέπουμε φορτίο Δ σε Y και έχουμε για κύκλωμα $Y-Y$ συνολικό φορτίο στη κάθε γραμμή

$$Z = Z_0 + Z_L/3 = 14 + j10 = 17.2/\underline{35.5^\circ} \Omega$$

Από το πρώτο μονοφασικό κύκλωμα και τη διαδοχή φάσεων

$$\dot{I}_R = \frac{\dot{V}_{RN}}{Z} = 25/\underline{-93.5^\circ} \text{ A} \quad \dot{I}_S = \dot{I}_R/\underline{120^\circ} = 25/\underline{26.5^\circ} \text{ A} \quad \dot{I}_T = \dot{I}_R/\underline{-120^\circ} = 25/\underline{146.5^\circ} \text{ A}$$

Εφόσον το κύκλωμα είναι συμμετρικό και η διαδοχή φάσεων αρνητική, τα κλαδικά ρεύματα στο φορτίο είναι

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{I}_R}{\sqrt{3}}/\underline{-30^\circ} = 14.4/\underline{-123.5^\circ} \text{ A} \quad \dot{I}_{BC} = \dot{I}_{AB}/\underline{120^\circ} = 14.4/\underline{-3.5^\circ} \text{ A} \quad \dot{I}_{CA} = \dot{I}_{AB}/\underline{-120^\circ} = 14.4/\underline{116.5^\circ} \text{ A}$$

και οι τάσεις στο φορτίο

$$\dot{V}_{AB} = \dot{I}_{AB} Z_L = 580.8 \angle -97^\circ \text{ V} \quad \dot{V}_{BC} = \dot{V}_{AB} / 120^\circ = 580.8 \angle 23^\circ \text{ V} \quad \dot{V}_{CA} = \dot{V}_{AB} / -120^\circ = 580.8 \angle 143^\circ \text{ V}$$

Εναλλακτικά, από το αρχικό κύκλωμα και τον επάνω αριστερά βρόχο με κανόνα τάσεων Kirchhoff

$$\dot{V}_{AB} = \dot{V}_{RS} - (\dot{I}_R - \dot{I}_S) Z_0 = 580.8 \angle -97^\circ \text{ V}$$

και από διαδοχή

$$\dot{V}_{BC} = \dot{V}_{AB} / 120^\circ = 580.8 \angle 23^\circ \text{ V} \quad \dot{V}_{CA} = \dot{V}_{AB} / -120^\circ = 580.8 \angle 143^\circ \text{ V}$$

Τα κλαδικά ρεύματα στο φορτίο είναι

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{V}_{AB}}{Z_L} = 14.4 \angle -123.5^\circ \text{ A} \quad \dot{I}_{BC} = \dot{I}_{AB} / 120^\circ = 14.4 \angle -3.5^\circ \text{ A} \quad \dot{I}_{CA} = \dot{I}_{AB} / -120^\circ = 14.4 \angle 116.5^\circ \text{ A}$$

όπως και προηγουμένως.

Η μιγαδική ισχύς φορτίου είναι

$$\dot{S} = 3|\dot{I}_{AB}|^2 Z_L = 22487.8 + j11243.9 = 25142.2 \angle 26.6^\circ \text{ VA}$$

Ενεργός και άεργος φορτίου

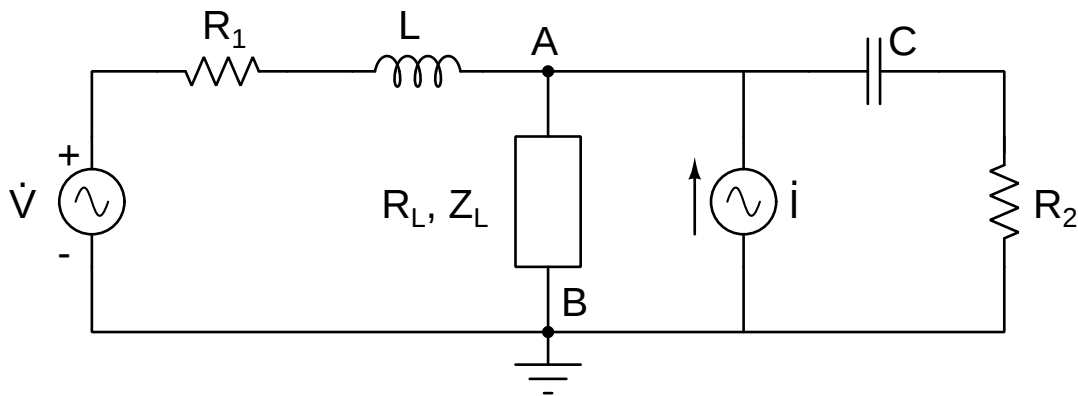
$$P = \Re\{\dot{S}\} = 22487.8 \text{ W} \quad Q = \Im\{\dot{S}\} = 11243.9 \text{ VAR}$$

Συντελεστής ισχύος φορτίου

$$\text{pf} = \cos \phi = \frac{P}{S} = 0.894$$

2 Θέμα (3 μον.)

Στο παρακάτω κύκλωμα έχουμε: $\dot{V} = 580 \angle 85^\circ \text{ V}$, $\dot{I} = 4.6 \angle -42^\circ \text{ A}$, $R_1 = 70 \Omega$, $R_2 = 220 \Omega$, $C = 125 \mu\text{F}$, $L = 42 \text{ mH}$, $f = 85 \text{ Hz}$. Υπολογίστε τα φορτία R_L ή Z_L για τα οποία έχουμε μέγιστη μεταφορά πραγματικής ισχύος καθώς και την αντίστοιχη ισχύ. Στην περίπτωση της σύνθετης αντίστασης Z_L με ποια πραγματικά στοιχεία μπορούμε να την υλοποιήσουμε;



Λύση

Έχουμε

$$z_L = j22.4 \Omega \quad z_C = -j15 \Omega$$

Με κομβική ανάλυση όπου $\dot{V}_{AB} = \dot{V}_{TH}$

$$\frac{\dot{V}_{TH} - \dot{V}}{R_1 + z_L} + \frac{\dot{V}_{TH}}{R_2 + z_C} - \dot{I} = 0 \Rightarrow \dot{V}_{TH} = 431 \angle -45.4^\circ \text{ V}$$

και σβήσιμο πηγών για αντίσταση που φαίνεται στα ανοικτά A, B

$$Z_{TH} = (R_1 + z_L) \parallel (R_2 + z_C) = 54.6 + j12 = 55.9 \angle 12.4^\circ \Omega$$

Οπότε για πραγματικό φορτίο

$$R_L = |Z_{TH}| = 55.9 \, \Omega \quad P_{\max} = \frac{|\dot{V}_{TH}|^2}{4\Re\{Z_{TH}\}} = 851 \, \text{W}$$

και για σύνθετο φορτίο

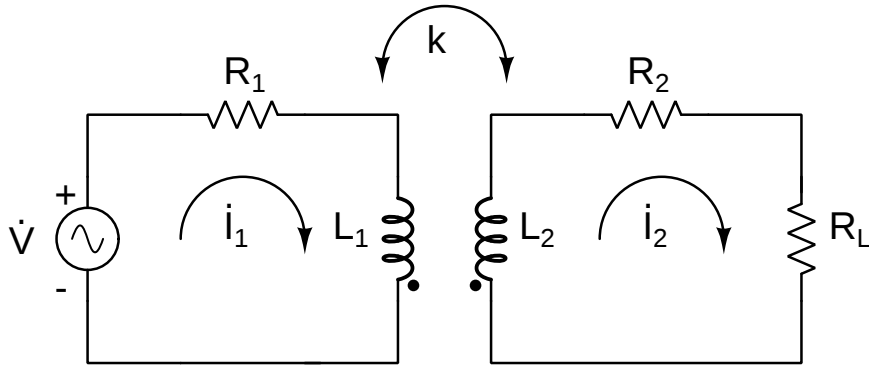
$$Z_L = Z_{TH}^* = 54.6 - j12 = 55.9 \angle -12.4^\circ \, \Omega \quad P_{\max} = \frac{|\dot{V}_{TH}|^2}{2\Re\{Z_{TH}\} + 2|Z_{TH}|} = 841 \, \text{W}$$

Για υλοποίηση σύνθετου φορτίου Z_L

$$R = 54.6 \, \Omega \quad \text{και} \quad C = -\frac{1}{\omega \Im\{Z_{TH}\}} = 156 \, \mu\text{F}$$

3 Θέμα (3 μον.)

Στο παρακάτω κύκλωμα ο συντελεστής σύζευξης είναι $k = 0.7$ και η συχνότητα λειτουργίας $f = 820 \, \text{Hz}$. Δίδονται επίσης: $\dot{V} = 234 \angle 50^\circ \, \text{V}$, $R_1 = 330 \, \Omega$, $R_2 = 156 \, \Omega$, $R_L = 220 \, \Omega$, $L_1 = 48 \, \text{mH}$ και $L_2 = 34 \, \text{mH}$. Να προσδιοριστούν τα ρεύματα των βρόγχων $\dot{I}_1$, $\dot{I}_2$ καθώς και η ισχύς που καταναλώνεται στην αντίσταση R_L .



Λύση

Έχουμε

$$f = 820 \, \text{Hz} \quad \omega = 5152.2 \, \text{rad/s}$$

$$Z_{L_1} = j\omega L_1 = j247.3 \, \Omega \quad Z_{L_2} = j\omega L_2 = j175.2 \, \Omega \quad Z_M = k\sqrt{Z_{L_1}Z_{L_2}} = j145.7 \, \Omega$$

Με τον κανόνα τελείας:

$$\left. \begin{aligned} (R_1 + Z_{L_1})\dot{I}_1 - Z_M\dot{I}_2 &= \dot{V} \\ -Z_M\dot{I}_1 + (R_2 + R_L + Z_{L_2})\dot{I}_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} \dot{I}_1 &= 0.533 \angle 19^\circ \, \text{A} \\ \dot{I}_2 &= 0.187 \angle 84.1^\circ \, \text{A} \end{aligned}$$

Η ισχύς που καταναλώνεται στην αντίσταση R_L :

$$P = |\dot{I}_2|^2 R_L = 7.716 \, \text{W}$$