

Ηλεκτρικά Κυκλώματα II

Σημειώσεις Εργαστηρίου

A. Δροσόπουλος

19 Ιουλίου 2022

Περιεχόμενα

1	Μέτρηση Διαφοράς Φάσης	2
1.1	Στόχος	2
1.2	Θεωρία	2
1.2.1	Διαφορά φάσης δύο κυματομορφών	2
1.2.2	Διαφορά φάσης τάσης ρεύματος σε κυκλώματα RL και RC σειράς	3
1.2.3	Μέτρηση διαφοράς φάσης	4
1.3	Πειραματική διαδικασία	5
1.4	Ερωτήσεις - Υπολογισμοί	6
2	Συντονισμός	6
2.1	Στόχος	6
2.2	Θεωρία	6
2.2.1	Συντονισμός σειράς/ρεύματος	6
2.2.2	Συντονισμός παράλληλος/τάσης	9
2.3	Πειραματική διαδικασία	10
2.4	Ερωτήσεις - Υπολογισμοί	13
3	Μέτρηση ρεύματος, τάσης και ισχύος σε Κυκλώματα AC	14
3.1	Στόχος	14
3.2	Κατηγορίες οργάνων μέτρησης	14
3.3	Σύμβολα αναλογικών οργάνων	15
3.4	Σφάλματα κατά τη διεξαγωγή ηλεκτρικών μετρήσεων	15
3.5	Απόλυτο και σχετικό σφάλμα	15
3.6	Ερωτήσεις - Υπολογισμοί	17
3.7	Ορισμοί ισχύος στο AC	17
3.8	Μέτρηση ενεργού ισχύος	19
3.9	Μέτρηση αέργου ισχύος	20
3.10	Εργαστηριακός πάγκος	20
3.11	Πειραματική διαδικασία	21
4	Διόρθωση Συντελεστή Ισχύος σε Μονοφασικό Καταναλωτή	23
4.1	Στόχος	23
4.2	Θεωρία	23

4.2.1	Ορισμός συντελεστή ισχύος	23
4.2.2	Συνέπειες ροής αέργου ισχύος στο δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας	24
4.2.3	Διόρθωση συντελεστή ισχύος	25
4.2.4	Μέτρηση συντελεστή ισχύος	26
4.2.5	Είδη αντιστάθμισης	28
4.3	Πειραματική διαδικασία	28
4.4	Ερωτήσεις – Υπολογισμοί	29
5	Μετρήσεις Ρεύματος και Ισχύος σε Αστέρα	29
5.1	Στόχος	29
5.2	Θεωρία - ρεύμα	29
5.2.1	Συνδεσμολογίες τριφασικών φορτίων	29
5.2.2	Συνδεσμολογία αστέρα - ρεύμα	29
5.2.3	Μη συμμετρικά τριφασικά φορτία - ρεύμα	31
5.3	Πειραματική διαδικασία - ρεύμα	32
5.4	Ερωτήσεις – Υπολογισμοί - ρεύμα	33
5.5	Θεωρία - ισχύς	33
5.5.1	Ισχύς σε τριφασικά κυκλώματα αστέρα	33
5.5.2	Μέτρηση ισχύος σε τριφασικά συστήματα αστέρα	34
5.6	Πειραματική διαδικασία - ισχύς	36
5.7	Ερωτήσεις – Υπολογισμοί - Ισχύς	36
6	Μετρήσεις Ρεύματος και Ισχύος σε Τρίγωνο	37
6.1	Στόχος	37
6.2	Θεωρία	37
6.3	Πειραματική διαδικασία	39
6.4	Ερωτήσεις – Υπολογισμοί	40

1 Μέτρηση Διαφοράς Φάσης

1.1 Στόχος

Μέτρηση διαφοράς φάσης μεταξύ τάσης πηγής και ρεύματος βρόχου σε κυκλώματα RC και RL.

1.2 Θεωρία

1.2.1 Διαφορά φάσης δύο κυματομορφών

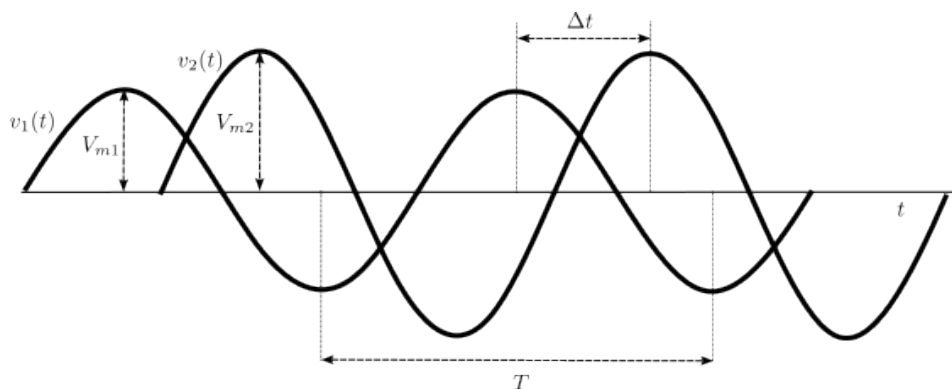
Μια συνάρτηση $v(t)$ ονομάζεται περιοδική με περίοδο T αν

$$v(t) = v(t + T)$$

Ο χρόνος που απαιτείται ώστε να ολοκληρωθεί ένας πλήρης κύκλος ενός περιοδικού μεγέθους ονομάζεται περίοδος T του μεγέθους. Χαρακτηριστικό παράδειγμα περιοδικής συνάρτησης είναι η ημιτονοειδής.

Αν η τάση τροφοδοσίας ενός κυκλώματος είναι ημιτονοειδής και το φορτίο γραμμικό και χρονικά αμετάβλητο, τότε οι κυματομορφές των τάσεων και των ρευμάτων σε όλα τα στοιχεία του κυκλώματος θα είναι επίσης ημιτονοειδείς και θα έχουν την ίδια περίοδο με την τάση τροφοδοσίας.

Για να απεικονίσουμε στην οθόνη του παλμογράφου τις τάσεις στα άκρα δύο στοιχείων ενός κυκλώματος $v_1(t)$, $v_2(t)$ αρκεί να συνδέσουμε στα άκρα τους από ένα κανάλι του παλμογράφου (CH I/CH II με επιλεγμένο το Dual). Η εικόνα που προκύπτει στην οθόνη του παλμογράφου θα έχει τη μορφή του Σχ. 1.



Σχήμα 1: Δύο ημιτονοειδείς κυματομορφές στην οθόνη του παλμογράφου.

Μπορούμε να υπολογίσουμε μέσω του παλμογράφου την περίοδο των κυματομορφών αν μετρήσουμε την απόσταση D επάνω στην οθόνη (δηλαδή τον αριθμό των υποδιαρρέσεων της οθόνης) που αντιστοιχεί σε έναν πλήρη κύκλο οποιασδήποτε εκ των δύο κυματομορφών. Αν πολλαπλασιάσουμε την απόσταση αυτή με την τιμή Time/Div (χρόνος ανά υποδιαίρεση) στην οποία έχει ρυθμιστεί ο παλμογράφος, θα βρούμε την περίοδο T σε μονάδες χρόνου.

Έστω ότι οι κυματομορφές που απεικονίζονται στο Σχ. 1 περιγράφονται από τις συναρτήσεις:

$$v_1(t) = V_{m1} \sin(\omega t + \alpha) \quad \text{και} \quad v_2(t) = V_{m2} \sin(\omega t + \beta)$$

όπου $\omega = 2\pi/T$ η γωνιακή συχνότητα, α, β οι γωνίες φάσης των δύο τάσεων και V_{m1}, V_{m2} τα πλάτη των κυματομορφών.

Παρατηρούμε ότι η κυματομορφή της $v_1(t)$ διέρχεται από την τιμή μηδέν (με τάση να αυξηθεί) τη χρονική στιγμή $t_1 \neq 0$. Ο χρόνος αυτός που διλώνει την προέγερση ή την καθυστέρηση της κυματομορφής σε σχέση με το σημείο $t = 0$ αντιστοιχεί σε μία γωνία α , η οποία ονομάζεται γωνία φάσης. Η σχέση που συνδέει τη γωνία αυτή με το χρόνο είναι η εξής:

$$\alpha = \omega t_1 = \frac{2\pi}{T} t_1$$

Ο αντίστοιχος χρόνος για την $v_2(t)$ είναι t_2 και η γωνία φάσης της είναι β . Η διαφορά φάσης ϕ μεταξύ των δύο τάσεων ορίζεται ως

$$\phi = \alpha - \beta$$

και αντιστοιχεί στο χρόνο $\Delta t = t_1 - t_2$ που προκύπτει ότι είναι

$$\phi = 2\pi \frac{(t_1 - t_2)}{T} = 2\pi \frac{\Delta t}{T} \text{ (rad) } \quad \text{ή} \quad \phi = 360^\circ \frac{\Delta t}{T} \text{ (μοίρες)}$$

Στην πράξη εντοπίζουμε ένα εύκολα αναγνωρίσιμο σημείο σε κάθε ημίτονο (π.χ. το μέγιστο), μετράμε την απόσταση d των γειτονικών μεγίστων των δυο ημιτόνων (αντιστοιχεί στο Δt) και την απόσταση D μεταξύ δυο διαδοχικών μεγίστων στο ίδιο ημίτονο (αντιστοιχεί στο T) και έχουμε σε μοίρες

$$\phi = 360^\circ \frac{d \times \text{Time/Div}}{D \times \text{Time/Div}}$$

1.2.2 Διαφορά φάσης τάσης ρεύματος σε κυκλώματα RL και RC σειράς

Θεωρούμε το κύκλωμα του Σχ. 2(α). Έστω V, I τα πλάτη της τάσης $v(t)$ και του ρεύματος $i(t)$ του κυκλώματος και α, β οι γωνίες φάσης τους. Ζητείται να βρεθεί η διαφορά φάσης μεταξύ της τάσης και του ρεύματος. Η σύνθετη αντίσταση του φορτίου είναι

$$\dot{Z} = R + j\omega L$$

Το μέτρο της είναι

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

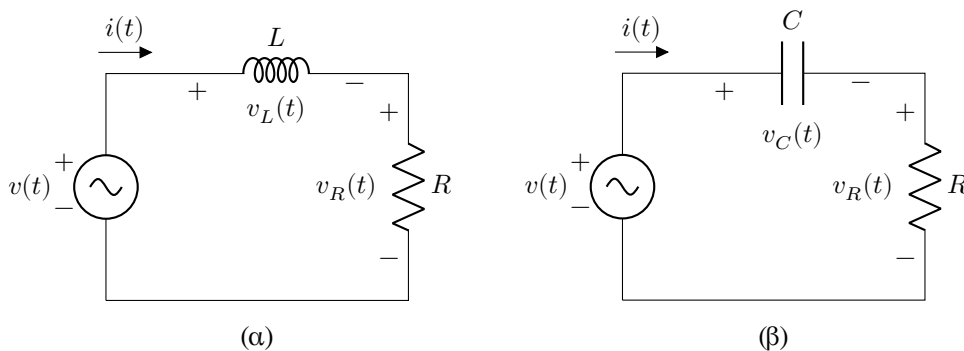
και η γωνία της προκύπτει ως εξής:

$$\tan \phi = \frac{\omega L}{R} \Rightarrow \phi = \tan^{-1} \left(\frac{\omega L}{R} \right)$$

Επίσης, σύμφωνα με το νόμο του Ohm, ισχύει ότι

$$\dot{Z} = \frac{\dot{V}}{\dot{I}} = \frac{V/\alpha}{I/\beta} = \frac{V}{I} \frac{\beta}{\alpha - \beta} = \frac{V}{I} \frac{1}{\phi}$$

Από την παραπάνω εξίσωση προκύπτει ότι η γωνία ϕ της σύνθετης αντίστασης ισούται με τη διαφορά φάσης τάσης-ρεύματος στο κύκλωμα. Προκύπτει επίσης ότι η τιμή της γωνίας αυτής είναι θετική. Αυτό σημαίνει ότι η τάση προηγείται του ρεύματος κατά γωνία ϕ . Το κύκλωμα έχει επαγωγικό χαρακτήρα. Οι φάσορες της τάσης της πηγής \dot{V} , του ρεύματος του φορτίου \dot{I} , της τάσης στην αντίσταση, \dot{V}_R και της τάσης στο πηνίο \dot{V}_L φαίνονται στο Σχ. 2(α) με τον μετασχηματισμό κυματομορφών σε φάσορες.



Σχήμα 2: (α) Αντιστάτης σε σειρά με επαγωγέα, (β) αντιστάτης σε σειρά με πυκνωτή.

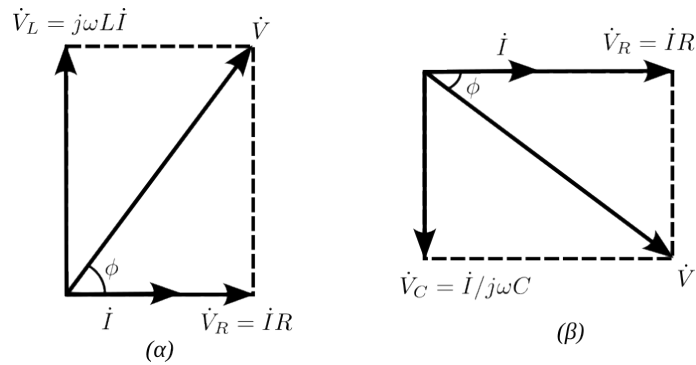
Ας θεωρήσουμε τώρα το κύκλωμα του Σχ. 2(β).

Η σύνθετη αντίσταση του φορτίου στο κύκλωμα αυτό είναι

$$\dot{Z} = R + \frac{1}{j\omega C} = R - \frac{j}{\omega C}$$

Το μέτρο της είναι

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} \right)^2}$$



Σχήμα 3: Διανυσματικό διάγραμμα (α) για το κύκλωμα RL, (β) για το κύκλωμα RC.

και η γωνία της προκύπτει ως εξής:

$$\tan \phi = \frac{1}{\omega C R} = -\frac{1}{\omega RC} \Rightarrow \phi = \tan^{-1} \left(-\frac{1}{\omega RC} \right)$$

Προφανώς η γωνία αυτή είναι και πάλι ίση με τη διαφορά φάσης τάσης-ρεύματος στο κύκλωμα. Το αρνητικό πρόσημο που προκύπτει δείχνει ότι το ρεύμα στην περίπτωση αυτή προηγείται της τάσης κατά γωνία ϕ . Το κύκλωμα έχει χωρητικό χαρακτήρα. Οι φάσορες της τάσης της πηγής \dot{V} , του ρεύματος του φορτίου \dot{I} , της τάσης στην αντίσταση, \dot{V}_R και της τάσης στον πυκνωτή \dot{V}_C φαίνονται στο Σχ. 3(β).

1.2.3 Μέτρηση διαφοράς φάσης

A) Με σύγκριση χρονικών σημμάτων

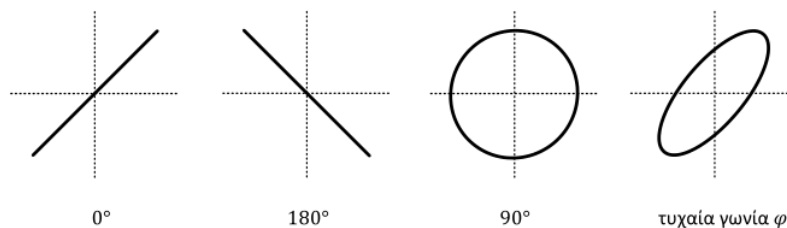
Η διαφορά φάσης ϕ μεταξύ των κυματομορφών τάσης και ρεύματος μπορεί να βρεθεί πειραματικά συγκρίνοντας δύο χρονικά σημεία στην οθόνη του παλμογράφου. Ο παλμογράφος βέβαια δεν καταγράφει ρεύματα αλλά μόνο τάσεις. Θα πρέπει λοιπόν πρώτα να ξεπεράσουμε αυτόν τον περιορισμό. (Με ποιον τρόπο μπορεί να γίνει αυτό;)

Στη συνέχεια βρίσκουμε το χρόνο Δt που αντιστοιχεί στη διαφορά φάσης ϕ , όπως φαίνεται στο Σχ. 1. Ο χρόνος αυτός προκύπτει αν μετρήσουμε την απόσταση d μεταξύ αντίστοιχων σημείων των δύο κυματομορφών και την πολλαπλασιάσουμε με την τιμή Time/Div στην οποία έχει ρυθμιστεί ο παλμογράφος. Ως αντίστοιχα σημεία μπορούμε για παράδειγμα να θεωρήσουμε τις κορυφές των δύο κυματομορφών ή τα σημεία στα οποία μηδενίζονται και τείνουν προς τη θετική κατεύθυνση και οι δύο. Προσοχή: Για σωστή μέτρηση η κυματομορφή που εξετάζεται κάθε φορά πρέπει να είναι κεντραρισμένη σε σχέση με τον οριζόντιο άξονα. Για να βρούμε τη διαφορά φάσης αρκεί να μετατρέψουμε το χρόνο Δt σε γωνία ως εξής:

$$\phi = 360^\circ \frac{\Delta t}{T} = 360^\circ \frac{d \cdot \text{Time/Div}}{D \cdot \text{Time/Div}} = 360^\circ \frac{d}{D}$$

B) Με σχήματα Lissajous

Η διαφορά φάσης μεταξύ δύο χρονικών σημμάτων μπορεί να βρεθεί και ως εξής. Αν τοποθετήσουμε τις δύο κυματομορφές στην οριζόντια και κατακόρυφη απόκλιση (αρκεί να πατήσουμε το κουμπί X-Y του παλμογράφου), τότε ανάλογα με τη διαφορά φάσης μεταξύ τους θα προκύψει στην οθόνη του παλμογράφου μια εικόνα σαν αυτές του Σχ. 4.



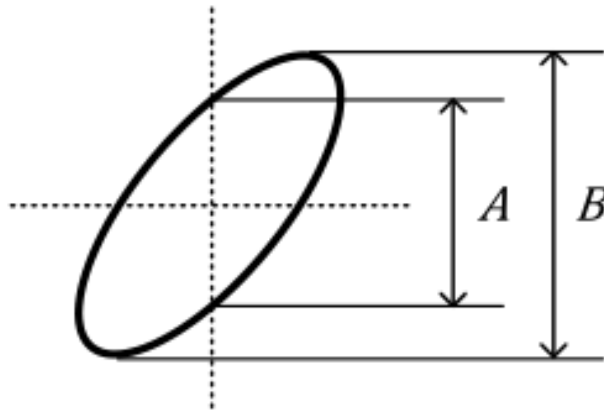
Σχήμα 4: Εύρεση διαφοράς φάσης δύο σημμάτων με σχήματα Lissajous.

Το σχήμα που προκύπτει στην οθόνη μπορεί να είναι από ευθεία μέχρι κύκλος ανάλογα με τη διαφορά φάσης. Στη γενική περίπτωση είναι έλλειψη. Η διαφορά φάσης υπολογίζεται από την έλλειψη αυτή με τη βοήθεια της

σχέσης

$$\phi = \sin^{-1} \frac{A}{B}$$

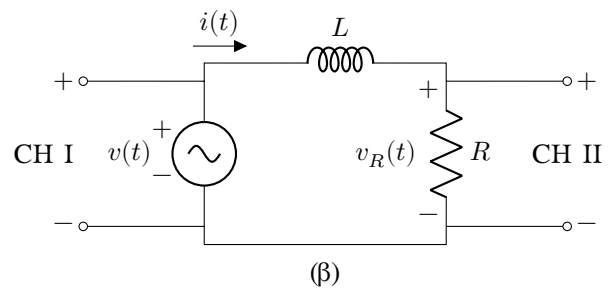
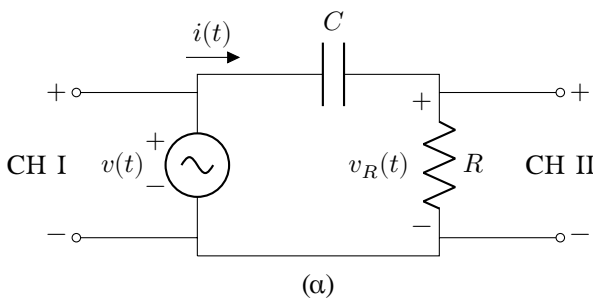
όπου A, B τα μήκη που φαίνονται στο Σχ. 5. Προσοχή: Για σωστή μέτρηση απαιτείται κεντρόρισμα της έλλειψης.



Σχήμα 5: Μήκη A και B για εύρεση διαφοράς φάσης δύο σημάτων.

1.3 Πειραματική διαδικασία

1. Ανοίξτε και ρυθμίστε τον παλμογράφο για μέτρηση.
2. Να πραγματοποιηθεί το κύκλωμα του Σχ. 6(α). Να χρησιμοποιηθεί η τιμή 330Ω για την αντίσταση και $0.1 \mu\text{F}$ για τον πυκνωτή.



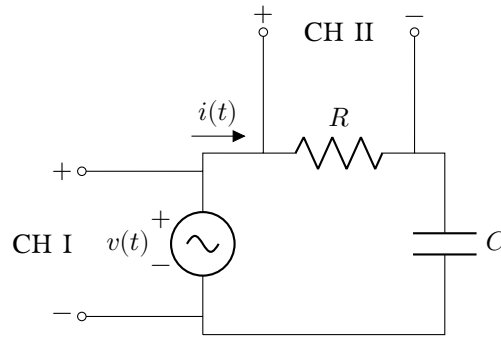
Σχήμα 6: Διάταξη μέτρησης διαφοράς φάσης τάσης-ρεύματος (α) σε κύκλωμα RC, (β) σε κύκλωμα RL.

3. Ρυθμίστε τη γεννήτρια ώστε να λαμβάνετε ημιτονοειδές σήμα στην έξοδο της με rms τιμή 4 V και συχνότητα 2 kHz .
4. (α) Να μετρήσετε τη διαφορά φάσης μεταξύ της τάσης και του ρεύματος στο κύκλωμα με τους δύο τρόπους που αναφέρθηκαν παραπάνω. (β) Να υπολογιστεί η διαφορά φάσης με βάση τη θεωρία. (γ) Να συμπληρωθεί ο Πίνακας 1. Να συγκρίνετε τις τιμές των γωνιών που προέκυψαν πειραματικά με τις θεωρητικές και να εξηγήσετε τις αποκλίσεις.

Πίνακας 1: Διαφορά φάσης από μετρήσεις και θεωρητικός υπολογισμός

	d	D	ϕ Από σύγκριση χρονικών σημάτων	A	B	ϕ Από σχήμα Lissajous	ϕ Από θεωρητικό υπολογισμό
Κύκλωμα RC							
Κύκλωμα RL							

5. Να επαναλάβετε την παραπάνω διαδικασία για το κύκλωμα του Σχ. 6(β). Να χρησιμοποιηθεί η τιμή 330Ω για την αντίσταση και 20 mH για το πηνίο.
6. Θα μπορούσε να υλοποιηθεί το κύκλωμα όπως φαίνεται στο Σχ. 7; Να εξηγήσετε την απάντησή σας.



Σχήμα 7: Κύκλωμα ερωτήματος 6

1.4 Ερωτήσεις - Υπολογισμοί

1. Σε RC κύκλωμα έχουμε $R = 900 \Omega$, $C = 1 \mu\text{F}$ και η τάση της πηγής είναι $v(t) = 20 \sin(628t) \text{ V}$. Να σχεδιαστούν σε κατάλληλο διάγραμμα η τάση της πηγής $v(t)$ και το ρεύμα $i(t)$ του κυκλώματος συναρτήσει του χρόνου. Ο άξονας του χρόνου να είναι κοινός για τα δύο μεγέθη.
2. Σε RLC κύκλωμα σειράς έχουμε $R = 100 \Omega$, $C = 1 \mu\text{F}$ και $L = 15 \text{ mH}$. Η συχνότητα της τάσης της πηγής είναι 1 kHz και το πλάτος της είναι 100 V .
 - Να βρεθεί η διαφορά φάσης τάσης-ρεύματος.
 - Να σχεδιαστεί το διανυσματικό διάγραμμα των τάσεων \dot{V}_L , \dot{V}_C , \dot{V}_R , \dot{V} .
 - Το κύκλωμα εμφανίζει χωρητική ή επαγωγική συμπεριφορά; Να εξηγήσετε την απάντησή σας.

2 Συντονισμός

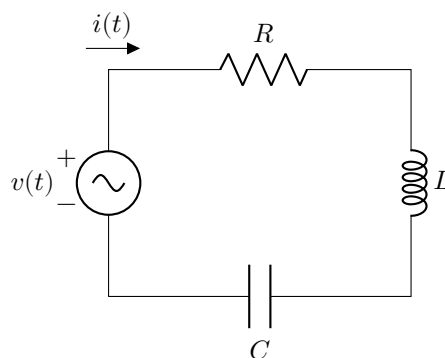
2.1 Στόχος

Μελέτη συντονισμού σειράς/ρεύματος και συντονισμού παράλληλου/τάσης.

2.2 Θεωρία

2.2.1 Συντονισμός σειράς/ρεύματος

Θεωρούμε το κύκλωμα του Σχ. 8 που τροφοδοτείται από πηγή ημιτονοειδούς τάσης σταθερής rms τιμής V . Η κυκλική συχνότητα $\omega = 2\pi f$ της τάσης μπορεί να μεταβάλλεται.



Σχήμα 8: Κύκλωμα συντονισμού ρεύματος

Η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος δίνεται από τη σχέση

$$\dot{Z} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

Το μέτρο της είναι

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

Παρατηρούμε ότι η ωμική αντίσταση είναι ανεξάρτητη της συχνότητας, όμως η επαγωγική και η χωρητική αντίδραση εξαρτώνται και οι δύο από αυτή. Όταν η συχνότητα μεταβάλλεται, τότε μεταβάλλονται και αυτές, άρα και η συνολική σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος. Ο φάσορας του ρεύματος στο κύκλωμα είναι

$$\dot{i} = \frac{\dot{V}}{\dot{Z}}$$

και η rms τιμή του είναι

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{V}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad (1)$$

Όταν λοιπόν μεταβάλλεται η συχνότητα της τάσης, μεταβάλλεται και η rms τιμή του ρεύματος. Στο Σχ. 9 έχει σχεδιαστεί η καμπύλη του ρεύματος συναρτήσει της συχνότητας για κύκλωμα με $V = 4 \text{ V}$, $R = 1 \text{ k}\Omega$, $L = 30 \text{ mH}$, $C = 20 \text{ nF}$. Σύμφωνα με την εξ. (1) η μέγιστη τιμή του ρεύματος προκύπτει όταν ο παρονομαστής του γίνεται ελάχιστος, δηλαδή όταν η συχνότητα της τάσης τροφοδοσίας πάρει τιμή ω_0 τέτοια ώστε

$$\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0 \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (2)$$

ή αλλιώς όταν

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (3)$$

τότε, όπως προκύπτει από την εξ. (1), η rms τιμή του ρεύματος γίνεται μέγιστη και έχουμε συντονισμό ρεύματος. Η εξ. (3) δίνει τη συχνότητα συντονισμού.

Η rms τιμή του ρεύματος στο συντονισμό είναι

$$I_0 = \frac{V}{R}$$

Στο Σχ. 10 έχουν σχεδιαστεί οι φάσορες των τάσεων και του ρεύματος για το κύκλωμα του Σχ. 8 για τρεις διαφορετικές τιμές της συχνότητας της τάσης τροφοδοσίας.

Στο Σχ. 10(α) είναι $\omega < \omega_0$, επομένως η επαγωγική αντίδραση του πηνίου είναι μικρότερη από τη χωρητική αντίδραση του πυκνωτή. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η τάση στα άκρα του συνδυασμού πηνίου-πυκνωτή $\dot{V}_L + \dot{V}_C$ να έπεται του ρεύματος κατά 90° . Η συνισταμένη της τάσης $\dot{V}_L + \dot{V}_C$ και της τάσης στα άκρα της αντίστασης \dot{V}_R είναι η τάση της πηγής \dot{V} . Η τάση \dot{V} , όπως προκύπτει από το σχήμα για τη συχνότητα αυτή, έπεται του ρεύματος κατά γωνία ϕ και ο χαρακτήρας του κυκλώματος είναι RC. Στη συχνότητα συντονισμού ω_0 (Σχ. 10(β)) η επαγωγική αντίδραση γίνεται ίση με τη χωρητική, η τάση $\dot{V}_L + \dot{V}_C = 0$ και ο χαρακτήρας του κυκλώματος είναι καθαρά ωμικός. Στο Σχ. 10(γ) είναι $\omega > \omega_0$, επομένως η επαγωγική αντίδραση είναι μεγαλύτερη από τη χωρητική, η τάση $\dot{V}_L + \dot{V}_C$ προηγείται του ρεύματος κατά 90° και ο χαρακτήρας του κυκλώματος είναι RL.

Στην πράξη μας ενδιαφέρει μια περιοχή συχνοτήτων από f_1 έως f_2 (Σχ.2) για την οποία

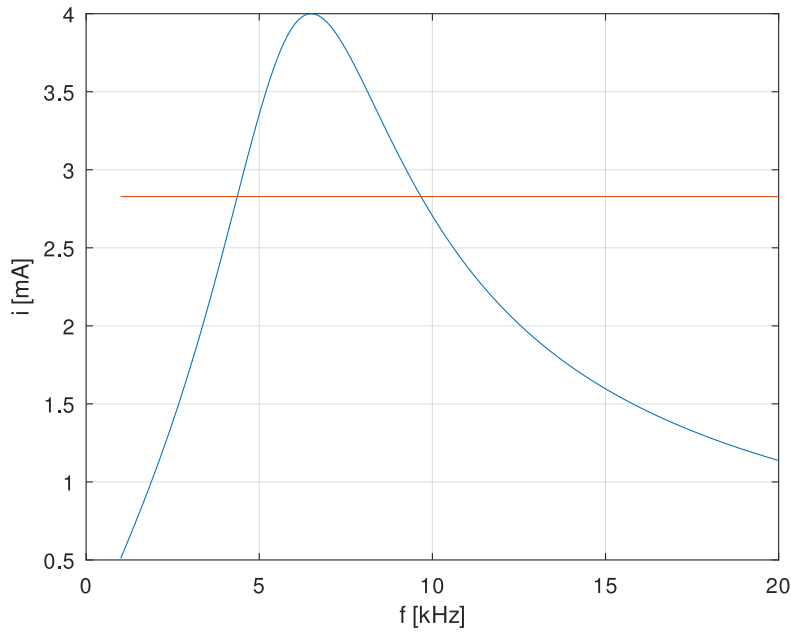
$$I \geq \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

Την περιοχή αυτή των συχνοτήτων την ονομάζουμε ωφέλιμη ζώνη συχνοτήτων $\Delta f = f_2 - f_1$. Αν οι τιμές του ρεύματος στις συχνοότητες f_1 και f_2 είναι I_1 και I_2 αντίστοιχα τότε

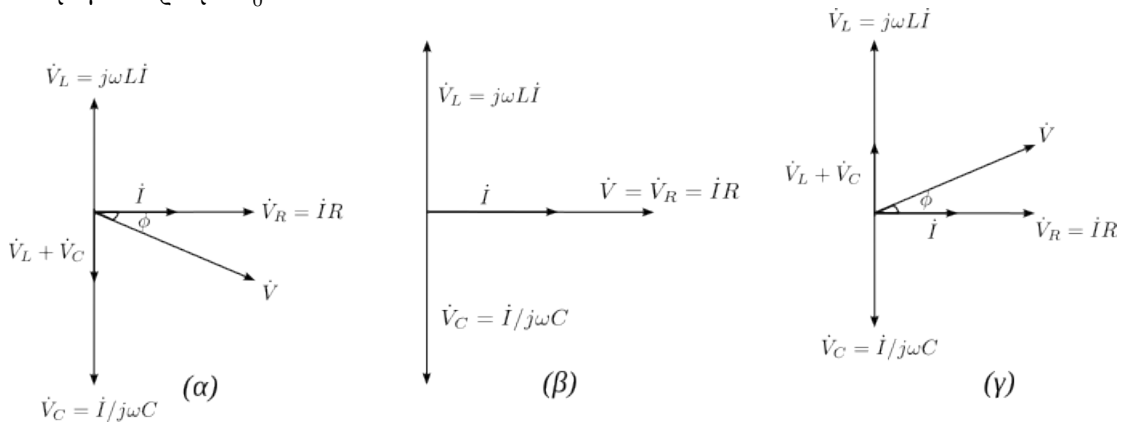
$$I_1 = I_2 = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{V}{R\sqrt{2}}$$

Ισχύουν επίσης τα εξής:

$$\frac{V}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{V}{R\sqrt{2}} \Rightarrow \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 = R^2 \Rightarrow \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = \pm R \quad (4)$$



Σχήμα 9: Καμπύλη ρεύματος συναρτήσει της συχνότητας. Η οριζόντια γραμμή είναι στο σημείο $I_0/\sqrt{2}$ ή 3 dB κάτω από το μέγιστο ρεύμα I_0 .



Σχήμα 10: Διάγραμμα (α) για συχνότητα μικρότερη της συχνότητας συντονισμού, (β) για τη συχνότητα συντονισμού και (γ) για συχνότητα μεγαλύτερη της συχνότητας συντονισμού.

Επειδή $\omega_2 > \omega_1$ από την εξ. (4) προκύπτει ότι

$$\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C} = R \quad \text{και} \quad \omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} = -R \quad (5)$$

Με πρόσθεση των εξ. (5) κατά μέλη προκύπτει ότι

$$\begin{aligned} \omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C} + \omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} &= 0 \Rightarrow \omega_1 \omega_2^2 LC - \omega_1 + \omega_1^2 \omega_2 LC - \omega_2 = 0 \Rightarrow \\ \omega_1 \omega_2 LC (\omega_1 + \omega_2) - (\omega_1 + \omega_2) &= 0 \Rightarrow \\ \omega_1 \omega_2 LC - 1 &= 0 \Rightarrow \omega_1 \omega_2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \omega_1 \omega_2 = \omega_0^2 \end{aligned}$$

και επομένως

$$f_1 f_2 = f_0^2 \quad (6)$$

Με αφαίρεση των εξ. (5) κατά μέλη προκύπτει ότι

$$(\omega_2 - \omega_1)L + \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_1 \omega_2 C} = 2R \Rightarrow \Delta\omega \cdot L + \frac{\Delta\omega}{\omega_0^2 C} = 2R \quad (7)$$

όπου $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$. Από την εξ. (2) όμως προκύπτει ότι

$$\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0 \Rightarrow L = \frac{1}{\omega_0^2 C}$$

Επομένως η εξ. (7) γράφεται ως εξής:

$$\Delta\omega \cdot 2L = 2R \Rightarrow \Delta\omega = \frac{R}{L} \Rightarrow \Delta f = \frac{R}{2\pi L} \quad (8)$$

Δηλαδή το εύρος της ωφέλιμης ζώνης συχνοτήτων εξαρτάται από τα στοιχεία του κυκλώματος.

Στις συχνοότητες f_1 και f_2 η ενεργός ισχύς στο κύκλωμα είναι

$$P_1 = P_2 = \left(\frac{I_0}{\sqrt{2}}\right)^2 R = \frac{I_0^2}{2} R = \frac{P_0}{2}$$

όπου

$$P_0 = I_0^2 R$$

είναι η ενεργός ισχύς στο συντονισμό. Γι' αυτό οι f_1 και f_2 ονομάζονται και συχνοότητες μισής ισχύος. Επίσης ορίζεται ο συντελεστής ποιότητας του κυκλώματος ως εξής:

$$Q_0 = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC} \quad (9)$$

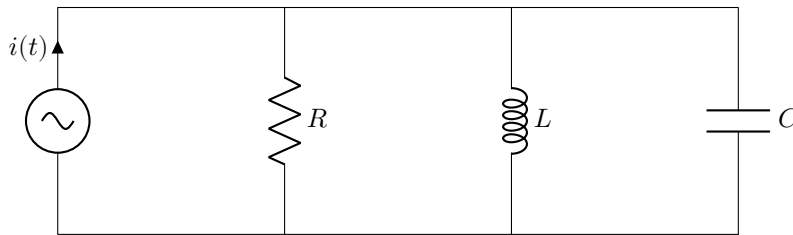
Από τις εξ. (8) και (9) προκύπτει ότι

$$\Delta f = \frac{R\omega_0}{2\pi L\omega_0} = \frac{\omega_0}{2\pi Q_0} \Rightarrow \Delta f = \frac{f_0}{Q_0}$$

Παρατηρούμε δηλαδή ότι όσο μεγαλύτερος είναι ο συντελεστής ποιότητας Q_0 τόσο μικρότερο είναι το εύρος ζώνης Δf και επομένως τόσο μεγαλύτερη είναι η ικανότητα επιλογής μιας συγκεκριμένης συχνότητας από το κύκλωμα.

2.2.2 Συντονισμός παράλληλος/τάσης

Θεωρούμε το κύκλωμα του Σχ. 11 το οποίο τροφοδοτείται από πηγή ρεύματος $i(t)$.



Σχήμα 11: Κύκλωμα συντονισμού τάσης

Η σύνθετη αγωγιμότητα του κυκλώματος είναι

$$\dot{Y} = G + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$$

όπου $G = 1/R$. Το μέτρο της \dot{Y} είναι

$$Y = \sqrt{G^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}$$

Η τάση στα άκρα των παράλληλα συνδεδεμένων στοιχείων είναι

$$\dot{V} = \frac{\dot{I}}{\dot{Y}}$$

Η μέγιστη τιμή της τάσης προκύπτει όταν η γωνιακή συχνότητα της τάσης τροφοδοσίας πάρει τιμή ω_0 τέτοια ώστε

$$\omega_0 C - \frac{1}{\omega_0 L} = 0 \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Δηλαδή και πάλι ισχύει η εξ. (2) για τη συχνότητα συντονισμού.

Στην συχνότητα f_0 έχουμε συντονισμό τάσης και η τιμή της τάσης στα άκρα των στοιχείων γίνεται

$$V_0 = \frac{I}{G}$$

Μπορεί να σχεδιαστεί μια καμπύλη συντονισμού για την τάση παρόμοια με αυτή του ρεύματος (Σχ. 9). Επίσης ορίζεται και πάλι η ωφέλιμη ζώνη συχνοτήτων $\Delta f = f_2 - f_1$. Για τις τάσεις V_1 και V_2 στις συχνότητες f_1 και f_2 ισχύει

$$V_1 = V_2 = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$$

Στην ωφέλιμη ζώνη συχνοτήτων η τάση είναι

$$V \geq \frac{V_0}{\sqrt{2}}$$

Στις συχνότητες f_1 και f_2 ισχύει ότι

$$P_1 = P_2 = \frac{V_0^2}{2R} = \frac{P_0}{2}$$

Όπως και παραπάνω αποδεικνύεται ότι ισχύει η εξ. (6) και επίσης

$$\Delta f = \frac{G}{\omega_0 L}$$

Ο συντελεστής ποιότητας είναι

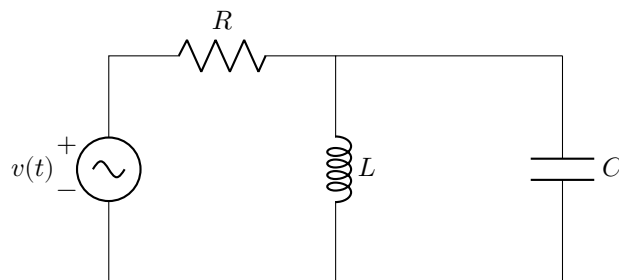
$$Q_0 = \frac{R}{\omega_0 L}$$

Επίσης πάλι

$$\Delta f = \frac{G}{2\pi C} = \frac{f_0}{Q_0}$$

2.3 Πειραματική διαδικασία

1. Να συνδέσετε το κύκλωμα του Σχ.8 με $R = 1 \text{ k}\Omega$, $L = 30 \text{ mH}$, $C = 0.02 \text{ }\mu\text{F}$.
2. Να υπολογίσετε τη συχνότητα συντονισμού του κυκλώματος.
3. Να ρυθμίσετε τη συχνότητα της γεννήτριας στο 1 kHz και την rms τιμή στα 4 V. Να μετρήσετε με βολτόμετρο τις τάσεις V_R, V_L, V_C στα άκρα των στοιχείων R, L, C αντίστοιχα. Να υπολογίσετε επίσης την τιμή $|\dot{V}_L + \dot{V}_C|$. Να καταγράψετε τα αποτελέσματα στον Πίνακα 1. Να επαναλάβετε τη διαδικασία αυτή για όλες τις συχνότητες του πίνακα αυτού.
4. Να υπολογιστούν τα υπόλοιπα στοιχεία του Πίνακα 1.
5. Να σχεδιαστεί η καμπύλη του ρεύματος συναρτήσει της συχνότητας.
6. Να βρεθεί από την καμπύλη η συχνότητα συντονισμού. Να υπολογιστεί η τιμή αυτή θεωρητικά και να συγκριθούν οι δύο τιμές.
7. Να βρεθούν από την καμπύλη οι συχνότητες f_1 και f_2 και να υπολογιστεί η Δf . Να υπολογιστεί ο συντελεστής ποιότητας.
8. Να σχεδιαστούν τα X_L και X_C συναρτήσει της συχνότητας στο ίδιο διάγραμμα.
9. Να συνδεθεί το κύκλωμα του Σχ. 12 με $R = 10 \text{ k}\Omega$, $L = 30 \text{ mH}$, $C = 0.05 \text{ }\mu\text{F}$. Το κύκλωμα αυτό θα χρησιμοποιηθεί για την εξέταση του παράλληλου συντονισμού αντί αυτού του Σχ. 11.



Σχήμα 12: Κύκλωμα πειραματικής διερεύνησης συντονισμού τάσης

10. Να ρυθμίσετε τη συχνότητα της γεννήτριας στο 1 kHz και την rms τιμή στα 4 V. Να μετρήσετε με βολτόμετρο τις τάσεις V_R, V_L στα άκρα των στοιχείων R και L ή C αντίστοιχα. Να καταγράψετε τα αποτελέσματα στον Πίνακα 2. Να επαναλάβετε τη διαδικασία για όλες τις συχνότητες του πίνακα αυτού.
11. Να σχεδιάσετε την σύνθετη αντίσταση του παράλληλου συνδυασμού L και C συναρτήσει της συχνότητας. Να σχεδιαστεί στο ίδιο διάγραμμα η καμπύλη συντονισμού.
12. Να βρεθεί από την καμπύλη η συχνότητα συντονισμού. Να υπολογιστεί η τιμή αυτή θεωρητικά και να συγκριθούν οι δύο τιμές.
13. Να βρεθούν από την καμπύλη οι συχνότητες f_1 και f_2 και να υπολογιστεί η Δf . Να υπολογιστεί ο συντελεστής ποιότητας.

Πίνακας 1: Τιμές τάσης στα άκρα των στοιχείων και υπολογισμοί

f (kHz)	U_R (V)	U_C (V)	U_L (V)	$ \dot{U}_L + \dot{U}_C $ (V)	$I = \frac{U_R}{R}$ (mA)	$X_C = \frac{U_C}{I}$ (Ω)	$X_L = \frac{U_L}{I}$ (Ω)	$\frac{X_L - X_C}{I} = \frac{ \dot{U}_L + \dot{U}_C }{I}$ (Ω)
1								
2								
3								
4								
5								
5.3								
5.6								
5.9								
6.2								
6.5								
6.8								
7								
8								
9								
10								
11								
12								

Πίνακας 2: Τιμές τάσης στα άκρα των στοιχείων και υπολογισμοί

f (kHz)	U_R (V)	$U_L = U_C$ (V)	$I = \frac{U_R}{R}$ (mA)	$Z = \frac{U_{\text{πηγής}}}{I}$ (Ω)
1				
2				
3				
3.3				
3.6				
3.9				
4.2				
4.5				
4.8				
5				
6				
7				
8				

2.4 Ερωτήσεις – Υπολογισμοί

1. Σε κύκλωμα συντονισμού σειράς η συχνότητα συντονισμού είναι $f_0 = 2$ kHz, η τάση της πηγής είναι $V = 10$ V και το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα στο συντονισμό είναι 10 mA. Δίνεται επίσης ο συντελεστής ποιότητας $Q = 5$. Να προσδιοριστούν οι τιμές των στοιχείων του κυκλώματος.
2. Σε κύκλωμα συντονισμού σειράς η τάση είναι

$$v(t) = 7.7 \sin(500t + 30^\circ) \text{ V}$$

και το ρεύμα είναι

$$i(t) = 2.83 \sin(500t + 30^\circ) \text{ A}$$

Η τιμή της αυτεπαγωγής του πηνίου είναι $L = 0.5$ H. Να βρεθούν οι τιμές των R και C .

3. Τα στοιχεία ενός κυκλώματος συντονισμού σειράς είναι $R = 10 \Omega$, $L = 0.02$ H, $C = 10 \mu\text{F}$. Να βρεθούν τα εξής:
 - Η συχνότητα συντονισμού.
 - Η σύνθετη αντίσταση στο συντονισμό.
 - Το εύρος ζώνης.
 - Ο συντελεστής ποιότητας.

3 Μέτρηση ρεύματος, τάσης και ισχύος σε Κυκλώματα AC

3.1 Στόχος

- Μέτρηση ρεύματος, τάσης και ισχύος σε μονοφασικά κυκλώματα εναλλασσομένου ρεύματος.
- Υπολογισμός απόλυτου και σχετικού σφάλματος μέτρησης.
- Υπολογισμός αέργου και φαινομένης ισχύος καθώς και συντελεστή ισχύος φορτίου.

3.2 Κατηγορίες οργάνων μέτρησης

Η κατηγοριοποίηση των οργάνων μέτρησης μπορεί να γίνει με βάση διάφορα κριτήρια. Παρακάτω αναφέρονται μερικά από αυτά.

- Ανάλογα με το ρεύμα λειτουργίας τους διακρίνονται σε όργανα συνεχούς ρεύματος, εναλλασσομένου ρεύματος, συνεχούς και εναλλασσομένου ρεύματος.
- Ανάλογα με τον τρόπο που λαμβάνουμε από αυτά την τιμή του μετρούμενου μεγέθους τα όργανα διακρίνονται στις εξής κατηγορίες:
 - Ενδεικτικά όργανα: Η μετρούμενη τιμή γίνεται αντιληπτή με απόκλιση κάποιου δείκτη, με ψηφιακή ένδειξη (σε οθόνη LED ή LCD), με παλλόμενα ελάσματα κλπ. Παράδειγμα: Αμπερόμετρο, βολτόμετρο, συχνόμετρο κλπ.
 - Καταγραφικά όργανα: Παρέχουν τη δυνατότητα παρακολούθησης της μεταβολής της τιμής ενός φυσικού μεγέθους συναρτήσει του χρόνου. Διαθέτουν μηχανισμό κίνησης και γραφίδα. Παράδειγμα: Σεισμογράφος.
 - Παλμογράφοι: Παρέχουν τη δυνατότητα μέτρησης ενός μεγέθους και ταυτόχρονα παρακολούθησης της χρονικής μεταβολής της τιμής του μεγέθους.
 - Αθροιστικά όργανα: Η ένδειξη του μετρούμενου μεγέθους είναι αθροιστική, δηλαδή παρουσιάζεται το συνολικό αποτέλεσμα σε κάποιο χρονικό διάστημα. Παράδειγμα: Μετρητής ηλεκτρικής ενέργειας.
- Ανάλογα με την αρχή λειτουργίας τους διακρίνονται σε αναλογικά ή ψηφιακά. Τα ψηφιακά όργανα διαθέτουν αισθητήρες και μετατρέπουν το μετρούμενο μέγεθος σε ηλεκτρικό σήμα, το οποίο ενεργοποιεί τη μονάδα απεικόνισης. Παρέχουν δυνατότητες τηλε-εποπτείας και σύνδεσης με Η/Υ. Παρέχουν ταχύτητα στη μέτρηση και αποφεύγονται υποκειμενικά σφάλματα όπως τα σφάλματα παράλλαξης. Τα αναλογικά όργανα είναι συχνά πιο κατάλληλα για περιβάλλοντα με αντίξοες συνθήκες όπως στη βιομηχανία, δίνουν τη δυνατότητα παρακολούθησης της μεταβολής μιας μετρούμενης τιμής και διευκολύνουν στην εκτίμηση της απόστασης μιας τιμής από το μέγιστο της κλίμακας του οργάνου ή από κάποιο προκαθορισμένο όριο.
- Τα αναλογικά όργανα διακρίνονται με βάση την αρχή λειτουργίας τους στις εξής κατηγορίες:
 - Ηλεκτρομαγνητικά: Η κίνηση της βελόνας βασίζεται στη δύναμη που ασκείται από μαγνητικό πεδίο σε αγωγό που διαρρέεται από ρεύμα.
 - Ηλεκτροστατικά: Η κίνηση της βελόνας βασίζεται στη δύναμη που ασκείται σε μεταλλική πλάκα μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο. Μετρούν απευθείας τάση.
 - Θερμικά: Η κίνηση της βελόνας βασίζεται σε θερμικά φαινόμενα όπως η διαστολή των υλικών σε ένα διμεταλλικό στοιχείο.
- Τα αναλογικά όργανα που πρόκειται να χρησιμοποιηθούν ανήκουν στην κατηγορία των ηλεκτρομαγνητικών οργάνων. Τα ηλεκτρομαγνητικά όργανα διακρίνονται στις εξής κατηγορίες:
 - Κινητού ή στρεπτού πηνίου: Η λειτουργία του στηρίζεται σε κίνηση πηνίου εντός του πεδίου μόνιμου μαγνήτη. Δείχνει τη μέση τιμή μεγέθους. Χρησιμοποιείται για μέτρηση DC μεγεθών (ρεύματος ή τάσης).
 - Ανορθωτικά: Όργανα κινητού πηνίου που διαθέτουν ανορθωτική διάταξη έτσι ώστε να μπορούν να χρησιμοποιηθούν για εναλλασσόμενα μεγέθη.
 - Διασταυρωμένων πηνίων: Χρησιμοποιούνται ως ωμόμετρα.
 - Ηλεκτροδυναμικά: Περιέχουν ένα πηνίο που μπορεί να στρέφεται εντός του πεδίου δύο σταθερών πηνίων. Χρησιμοποιούνται για τη μέτρηση κυρίως ισχύος στο AC.
 - Ηλεκτροδυναμικά διασταυρωμένων πηνίων: Όπως τα παραπάνω αλλά με δύο στρεφόμενα πηνία κάθετα μεταξύ τους. Χρησιμοποιούνται για μέτρηση συντελεστή ισχύος.
 - Κινητού σιδήρου: Βασίζονται στην κίνηση μεταλλικών πλακών που βρίσκονται εντός του πεδίου ρευματοφόρου πηνίου. Μετρούν κυρίως rms τιμές AC τάσεων ή ρευμάτων.
 - Επαγωγικά: Περιέχουν δίσκο αλουμινίου εντός στρεφόμενου μαγνητικού πεδίου. Χρησιμοποιούνται κυρίως για μέτρηση ηλεκτρικής ενέργειας στο AC.
 - Παλλομένων ελασμάτων: Χρησιμοποιούνται για μέτρηση συχνότητας.
 - Κινητού μαγνήτη: Παρόμοια λειτουργία με κινητού πηνίου. Βασίζονται στην κίνηση μιας μαγνητικής βελόνας μέσα σε μαγνητικό πεδίο σταθερού πηνίου.

3.3 Σύμβολα αναλογικών οργάνων

Τα αναλογικά όργανα έχουν συνήθως στην πρόσοψη μια σειρά χαρακτηριστικών συμβόλων. Αυτά οφείλουμε να τα εξετάσουμε πριν από τη χρήση του οργάνου, καθώς μας δίνουν χρήσιμες πληροφορίες για τον τύπο και τη σωστή χρήση του. Στα Σχ. 13 και Σχ. 14 φαίνονται τα σύμβολα που συναντάμε σε αναλογικά όργανα και η ερμηνεία τους.

Κύκλωμα	Σύμβολο	Κύκλωμα	Σύμβολο
Όργανο συνεχούς ρεύματος		Τριφασικό όργανο εναλλασσόμενου ρεύματος με ένα κύκλωμα ρεύματος και ένα κύκλωμα τάσης	
Όργανο εναλλασσόμενου ρεύματος		Τριφασικό όργανο εναλλασσόμενου ρεύματος με δύο κυκλώματα ρεύματος και δύο κυκλώματα τάσης	
Όργανο συνεχούς και εναλλασσόμενου ρεύματος		Τριφασικό όργανο εναλλασσόμενου ρεύματος με τρία κυκλώματα ρεύματος και τρία κυκλώματα τάσης	
Θέση τοποθέτησης του οργάνου			
Κύκλωμα	Σύμβολο	Κύκλωμα	Σύμβολο
Χρήση του οργάνου σε κατακόρυφη θέση		Χρήση του οργάνου σε θέση υπό κλίση	
Χρήση του οργάνου σε οριζόντια θέση		Χρήση του οργάνου σε θέση υπό κλίση 60°	
Τάση δοκιμής και ακρίβεια			
Κύκλωμα	Σύμβολο	Κύκλωμα	Σύμβολο
Τάση δοκιμής 500V		Τάση δοκιμής 5KV	
Τάση δοκιμής 2KV		Όργανο που εξαιρείται από δοκιμή τάσης	
Κλάση, αναφερομένη στην μέγιστη τιμή της κλίμακας του οργάνου	1,5	Κλάση, αναφερομένη στην τιμή που δείχνει το όργανο	

Σχήμα 13: Σύμβολα ηλεκτρικών μετρήσεων 1

3.4 Σφάλματα κατά τη διεξαγωγή ηλεκτρικών μετρήσεων

Τα σφάλματα των οργάνων μέτρησης οφείλονται στις παρακάτω αιτίες:

- Αλλαγή της κατάστασης του κυκλώματος με τη σύνδεση του οργάνου. Ένα αμπερόμετρο διαθέτει μια πολύ μικρή εσωτερική αντίσταση. Όταν συνδέεται σε σειρά με ένα φορτίο για να μετρήσει το ρεύμα του προκαλεί μια μικρή πτώση τάσης μεταβάλλοντας έτσι την τάση στο φορτίο. Ένα βολτόμετρο διαθέτει πολύ μεγάλη εσωτερική αντίσταση. Όταν συνδέεται παράλληλα σε ένα φορτίο για να μετρήσει την τάση του διαρρέεται από ένα πολύ μικρό ρεύμα μεταβάλλοντας έτσι το ρεύμα του κυκλώματος.
- Εσωτερικές αιτίες: Σφάλματα μηχανικά λόγω ποιότητας του οργάνου, τριβών, κλίσης. Σφάλματα βαθμονόμησης του οργάνου.
- Εξωτερικές αιτίες: Σφάλματα λόγω επίδρασης θερμοκρασίας, συχνότητας, μαγνητικών εδίων, απόκλισης του δείκτη από το μηδέν κατά την ισορροπία.
- Υποκειμενικές αιτίες: Σφάλματα παράλλαξης. Σφάλματα λόγω στρογγυλοποιήσεων, λόγω εριοχής δύσκολης ανάγνωσης, λόγω της επιλεγμένης μεθόδου μέτρησης κλπ.

3.5 Απόλυτο και σχετικό σφάλμα

Ως απόλυτο σφάλμα ΔX ορίζεται η διαφορά της πραγματικής τιμής X_{π} ενός μεγέθους και της μετρούμενης τιμής αυτού X_{μ} , δηλαδή:

$$\Delta X = X_{\mu} - X_{\pi}$$

Έχει την ίδια μονάδα μέτρησης με το μετρούμενο μέγεθος. Το απόλυτο σφάλμα δεν χαρακτηρίζει την ποιότητα μιας μέτρησης. Είναι διαφορετική η βαρύτητα απόλυτου σφάλματος 2 V σε μέτρηση 10 V από ότι σε μέτρηση 300 V.

Πίνακας 3.3 Χαρακτηριστικά λειτουργίας των αναλογικών οργάνων

Όργανο	Σύμβολο	Όργανο	Σύμβολο
Όργανο στρεπτού πηνίου με μόνιμο μαγνήτη		Όργανο στρεπτών διασταυρούμενων πηνίων με μόνιμο μαγνήτη για μέτρηση	
Όργανο κινητού σιδήρου		Όργανο κινητού σιδήρου για χρήση ως όργανο πηλίκου ή διαφορικής μέτρησης	
Όργανο κινητού μαγνήτη		Όργανο κινητού μαγνήτη με διασταυρούμενα πηνία	
Ηλεκτροδυναμικό όργανο		Ηλεκτροδυναμικό όργανο με διασταυρωμένα πηνία ως όργανο πηλίκου	
Ηλεκτροδυναμικό όργανο με θωράκιση		Ηλεκτροδυναμικό όργανο με διασταυρωμένα πηνία ως όργανο πηλίκου με θωράκιση	
Επαγωγικό όργανο		Επαγωγικό όργανο πηλίκου, ή διαφορικής μέτρησης	
Θερμού νήματος ασφάλεια υπερφόρτισης		Διμεταλλικό ελάσματος ασφάλεια υπερφόρτισης	
Ηλεκτροστατικό όργανο		Όργανο παλλομένων ελασμάτων.	
Θερμοηλεκτρικό στοιχείο		Θερμοηλεκτρικό στοιχείο με μόνωση.	
Όργανο στρεπτού πηνίου με θερμοηλεκτρικό στοιχείο		Όργανο στρεπτού πηνίου με θερμοηλεκτρικό στοιχείο μονωμένο	
Ανορθωτικό στοιχείο		Όργανο στρεπτού πηνίου με ανορθωτική διάταξη	
Κλωβός FARADAY		Ηλεκτροστατικός κλωβός	

Σχήμα 14: Σύμβολα ηλεκτρικών μετρήσεων 2

Ως σχετικό σφάλμα $\Sigma\Phi$ ορίζεται το πηλίκο του απολύτου σφάλματος και της πραγματικής τιμής X_π του μεγέθους επί τοις εκατό, δηλαδή

$$\Sigma\Phi = \frac{\Delta X}{X_\pi} \times 100 (\%)$$

Το σχετικό σφάλμα αποτελεί ποιοτικό χαρακτηριστικό μιας μέτρησης. Είναι όμως προφανές ότι ο τύπος αυτός δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην πράξη για τον υπολογισμό του σχετικού σφάλματος μιας μέτρησης, αφού η πραγματική τιμή X_π ενός μετρούμενου μεγέθους δεν είναι διαθέσιμη. Στον παρονομαστή του κλάσματος η τιμή αυτή μπορεί να αντικατασταθεί από τη μετρούμενη τιμή X_μ , δεν μπορεί όμως να γίνει το ίδιο και στον αριθμητή. Μπορούμε ωστόσο να υπολογίσουμε το μέγιστο αναμενόμενο σχετικό σφάλμα μιας μέτρησης αν χρησιμοποιήσουμε ως αριθμητή το μέγιστο απόλυτο σφάλμα του οργάνου, το οποίο προκύπτει εύκολα μέσω της κλάσης του. Η κλάση είναι ένα από τα χαρακτηριστικά στοιχεία του οργάνου που παρέχεται από τον κατασκευαστή του.

Κλάση G (%) ενός οργάνου μέτρησης είναι το μέγιστο σχετικό σφάλμα που είναι δυνατό να παρουσιάσει ένα όργανο σύμφωνα με τον κατασκευαστή του στους 20°C ως προς το μέγιστο της κλίμακάς του X_{\max} , δηλαδή

$$G = \frac{\Delta X_{\max}}{X_{\max}} \times 100$$

Η ποσότητα ΔX_{\max} είναι το ζητούμενο μέγιστο απόλυτο σφάλμα.

Η κλάση ενός οργάνου καθορίζεται από τον κατασκευαστή του στο εργαστήριο και προκύπτει από σύγκριση των τιμών που λαμβάνονται από αυτό με τις τιμές προτύπων οργάνων υψηλής ακρίβειας. Μπορεί να έχει μία από τις παρακάτω τυποποιημένες τιμές:

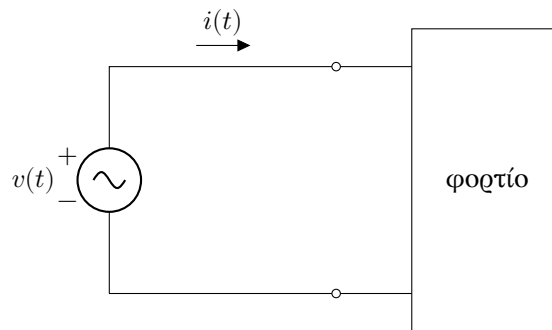
0.05 και 0.1:	πρότυπα όργανα
0.2:	φορητά όργανα μεγάλης ακρίβειας για ειδικές εργαστηριακές μετρήσεις
0.3 και 0.5:	φορητά όργανα ακρίβειας για εργαστηριακές μετρήσεις
1.0:	φορητά όργανα ελέγχου λειτουργίας ηλεκτρικών εγκαταστάσεων
1.5:	όργανα ακρίβειας ηλεκτρικών πινάκων και κανονικά φορητά όργανα
2.5 και 5:	κανονικά όργανα ηλεκτρικών πινάκων

3.6 Ερωτήσεις – Υπολογισμοί

1. Να βρεθεί το μέγιστο απόλυτο και το σχετικό σφάλμα αμπερομέτρου όταν η ένδειξή του είναι 20 A. Η κλάση του οργάνου είναι 1.5 και το μέγιστο της κλίμακας του είναι 100 A.
2. Διαθέτουμε ένα βολτόμετρο 0 – 500 V και θέλουμε να μετρήσουμε μια τάση που γνωρίζουμε ότι θα είναι περίπου 380 V. Αν θέλουμε το σχετικό σφάλμα της μέτρησης να μην ξεπερνά το 2% να βρεθεί η μέγιστη τιμή της κλάσης του οργάνου που πρέπει να χρησιμοποιήσουμε.
3. Να βρεθεί το μέγιστο απόλυτο και σχετικό σφάλμα βατομέτρου κλάσης 0.5 με μέγιστο κλίμακας 2000 W, όταν η ένδειξή του είναι α) 1500 W και β) 200 W.

3.7 Ορισμοί ισχύος στο AC

Θεωρούμε ότι το φορτίο του Σχ. 15 τροφοδοτείται από το δίκτυο με τάση $v(t) = V\sqrt{2}\cos(\omega t + \phi_v)$ και διαρρέεται από ρεύμα $i(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t + \phi_i)$ όπου V και I οι rms τιμές τάσης και ρεύματος αντίστοιχα.



Σχίμα 15: Φορτίο που τροφοδοτείται από τάση $v(t)$ και διαρρέεται από ρεύμα $i(t)$.

Η στιγμιαία ηλεκτρική ισχύς του φορτίου υπολογίζεται:

$$p(t) = v(t)i(t) = \dots = VI \left[\cos(\phi_v - \phi_i) + \cos(2\omega t + \phi_v + \phi_i) \right]$$

και βλέπουμε ένα τμήμα σταθερό με το χρόνο και ένα δεύτερο που μεταβάλλεται με συχνότητα διπλάσια από αυτή της τάσης ή του ρεύματος.

Η στιγμιαία ισχύς του φορτίου στη γενική περίπτωση έχει θετικό και αρνητικό μέρος. Το πρόσημο εκφράζει φορά ροής ενέργειας. Όταν αυτό είναι θετικό η ενέργεια ρέει από την πηγή προς το φορτίο ενώ όταν είναι αρνητικό ρέει από το φορτίο προς την πηγή. Όταν το φορτίο είναι καθαρά ωμικό ($\phi = \phi_v - \phi_i = 0$) προκύπτει στιγμιαία ισχύς μόνο θετική, κάτι που είναι αναμενόμενο, αφού το ωμικό φορτίο απορροφά ενέργεια από την πηγή και την μετατρέπει σε θερμότητα και δεν είναι δυνατό να επιστρέφει ενέργεια στην πηγή. Όταν το φορτίο έχει και επαγωγική ή χωρητική συνιστώσα τότε μέρος της ενέργειας που παρέχει η πηγή αποθηκεύεται στο μαγνητικό πεδίο επαγωγού ή το ηλεκτρικό πεδίο πυκνωτή για ένα χρονικό διάστημα και στη συνέχεια επιστρέφει πίσω στην πηγή.

Η τιμή της στιγμιαίας ισχύος μεταβάλλεται με το χρόνο και δεν παρέχει κάποια χρήσιμη πληροφορία. Επίσης δεν είναι εύκολο να μετρηθεί. Μεγαλύτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η μέση τιμή της, η οποία ονομάζεται πραγματική ή ενεργός ισχύς και είναι

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \dots = VI \cos \phi$$

όπου T η περίοδος του εναλλασσομένου. Μονάδα μέτρησης της ενεργού ισχύος είναι το W.

Η ενεργός ισχύς εκφράζει το μέρος εκείνο της ηλεκτρικής ενέργειας που μεταφέρεται από την πηγή στο φορτίο και μετατρέπεται σε άλλη μορφή, όπως θερμότητα, κινητική ενέργεια, φωτεινή ενέργεια κλπ. Συχνά η ενέργεια αυτή χαρακτηρίζεται ως ωφέλιμη αλλά περιλαμβάνει και τις θερμικές απώλειες. Είναι μηδέν στην περίπτωση καθαρά επαγωγικού ή χωρητικού φορτίου, όπως φαίνεται και από τον παραπάνω τύπο αν θέσουμε $\phi = \pm 90^\circ$.

Στην περίπτωση επαγωγικού ή χωρητικού φορτίου, η ηλεκτρική ενέργεια μεταφέρεται από την πηγή στο φορτίο, όπου αποθηκεύεται στο μαγνητικό πεδίο του επαγωγού ή στο ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή, και μετά από κάποιο διάστημα επιστρέφει πίσω στην πηγή χωρίς να υπάρξει κάποια μόνιμη μετατροπή σε άλλη μορφή. Ορίζεται επίσης η άεργος ισχύς ως εξής:

$$Q = VI \sin \phi$$

με μονάδα μέτρησης το VAR.

Η άεργος ισχύς εκφράζει την ενέργεια που ανταλλάσσεται μεταξύ πηγής και μαγνητικού πεδίου επαγωγού ή ηλεκτρικού πεδίου πυκνωτή. Είναι μηδέν στην περίπτωση καθαρά ωμικού φορτίου, δηλαδή όταν $\phi = 0$. Γενικά η ισχύς αυτή προκύπτει όταν η τάση και το ρεύμα του φορτίου έχουν διαφορά φάσης $\phi \neq 0$. Όταν $\phi > 0$, δηλαδή όταν το ρεύμα έπεται της τάσης, η άεργος είναι θετική και το φορτίο λέμε ότι έχει επαγωγικό χαρακτήρα. Τότε θεωρούμε ότι το φορτίο απορροφά άεργο ισχύ από το κύκλωμα (καταναλώνει). Όταν $\phi < 0$, δηλαδή όταν το ρεύμα προηγείται της τάσης, η άεργος είναι αρνητική και το φορτίο λέμε ότι έχει χωρητικό χαρακτήρα. Τότε θεωρούμε ότι το φορτίο δίνει άεργο ισχύ στο κύκλωμα (παράγει). Στη γενική περίπτωση ενός RL ή RC φορτίου προκύπτει και ενεργός και άεργος ισχύς στους ακροδέκτες του φορτίου.

Η φαινομένη ισχύς ορίζεται ως εξής:

$$S = VI$$

με μονάδα μέτρησης το VA. Θυμηθείτε επίσης και την μιγαδική ισχύ

$$\dot{S} = \dot{V}\dot{I}^* = P + jQ$$

Η φαινομένη ισχύς σαν μέτρο της μιγαδικής εκφράζεται επίσης ως:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Η φαινομένη ισχύς δείχνει πόσο επιβαρύνει το φορτίο το δίκτυο, δεδομένου ότι η ποσότητα αυτή περιλαμβάνει ενεργό και άεργο ισχύ, η οποία μπορεί να μην εκφράζει κάποια ωφέλιμη μετατροπή ενέργειας αλλά απαιτεί πόρους του δικτύου για να μεταφερθεί.

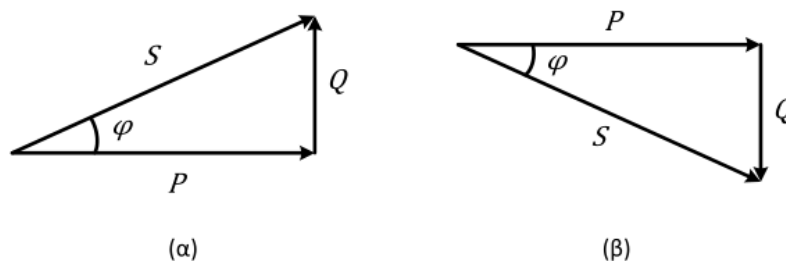
Ορίζεται ο συντελεστής ισχύος (Power Factor) ως εξής:

$$\text{PF} = \frac{P}{S}$$

Ο συντελεστής ισχύος εκφράζει το ποσοστό της φαινομένης ισχύος που αντιστοιχεί στην ενεργό ισχύ. Αν θεωρήσουμε την ενεργό ως ωφέλιμη ισχύ, προκύπτει ότι όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του συντελεστή αυτού τόσο καλύτερα εκμεταλλευόμαστε τους πόρους του δικτύου. Αν αντικαταστήσουμε την ενεργό και τη φαινομένη ισχύ από προηγούμενες σχέσεις προκύπτει ότι:

$$\text{PF} = \cos \phi$$

Με βάση τα παραπάνω μπορεί κανείς να παραστήσει τις τρεις συνιστώσες της ισχύος με τη μορφή ενός τριγώνου, όπως φαίνεται στο Σχ. 16.



Σχήμα 16: Τρίγωνο ισχύος α) για φορτίο RL, β) για φορτίο RC.

Για φορτίο RL η άεργος είναι θετική και γιαυτό σχεδιάζεται με φορά προς τα πάνω. Για φορτίο RC η άεργος είναι αρνητική και γιαυτό σχεδιάζεται με φορά προς τα κάτω.

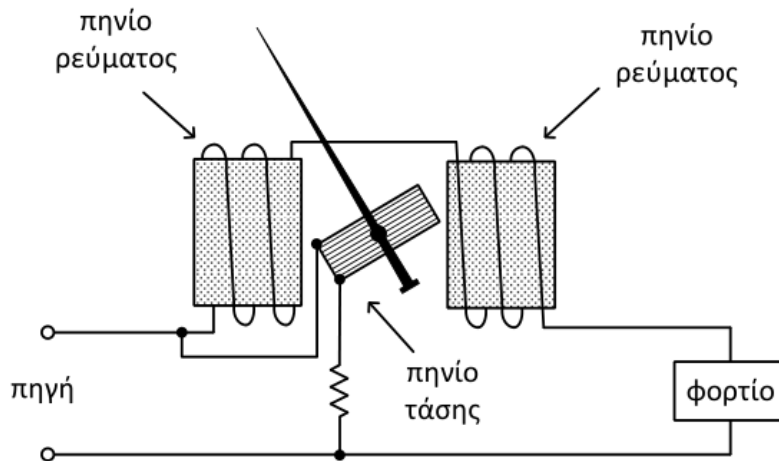
3.8 Μέτρηση ενεργού ισχύος

Η μέτρηση της ενεργού ισχύος γίνεται με το βαττόμετρο, Σχ. 17.



Σχήμα 17: Ηλεκτροδυναμικό βαττόμετρο και σύμβολο.

Το όργανο αυτό ανήκει στην κατηγορία των ηλεκτροδυναμικών οργάνων και αποτελείται από ένα σταθερό μέρος, το οποίο περιλαμβάνει το πηνίο έντασης, και ένα κινητό μέρος, το οποίο περιλαμβάνει το πηνίο τάσης και το οποίο βρίσκεται εντός του πηνίου έντασης. Για κατασκευαστικούς λόγους το σταθερό πηνίο είναι χωρισμένο σε δύο τμήματα, όπως φαίνεται στο Σχ. 18. Το πηνίο τάσης μπορεί να στραφεί γύρω από άξονα που φέρει ελατήριο και έχει στην άκρη του βελόνα. Το πηνίο τάσης συνδέεται έτσι ώστε να υφίσταται την τάση του φορτίου και το πηνίο έντασης έτσι ώστε να διαρρέεται από το ρεύμα του φορτίου.

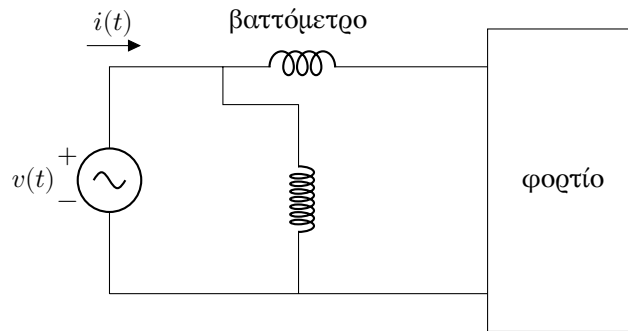


Σχήμα 18: Εσωτερικός μηχανισμός τυπικού ηλεκτροδυναμικού βαττομέτρου.

Αν εξετάσει κανείς τα τυλίγματα των δύο πηνίων του βαττομέτρου θα διαπιστώσει ότι το πηνίο έντασης διαθέτει λίγες και μεγάλης διατομής σπείρες ενώ το πηνίο τάσης πολλές και μικρής διατομής. Όπως είναι γνωστό, το μήκος και η διατομή σύρματος χαλκού καθορίζουν μαζί με την ειδική του αντίσταση την ωμική αντίσταση που παρουσιάζει ο αγωγός. Προκύπτει λοιπόν ότι το πηνίο έντασης του βαττομέτρου έχει μια πολύ μικρή αντίσταση, με αποτέλεσμα η πτώση τάσης στα άκρα του να είναι αμελητέα και να μην επηρεάζει την τάση στα άκρα του φορτίου. Το πηνίο τάσης αντίθετα έχει πολύ μεγάλη αντίσταση με αποτέλεσμα να διαρρέεται από αμελητέο ρεύμα και να μην επηρεάζει το ρεύμα του φορτίου. Σε σειρά με το πηνίο τάσης συνδέονται ωμικές αντιστάσεις, όπως φαίνεται στο Σχ. 18, οι οποίες αυξάνουν περαιτέρω την ωμική του αντίσταση.

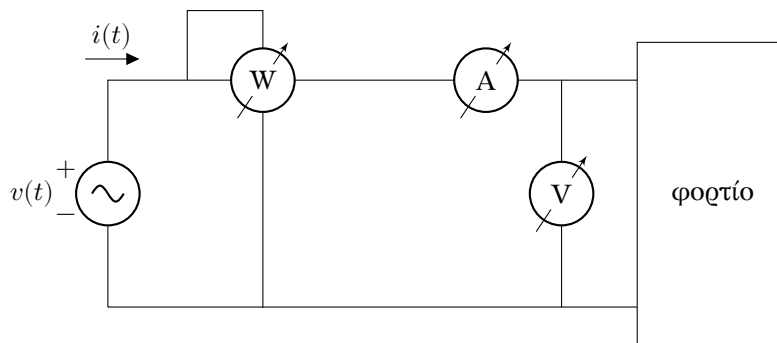
Η λειτουργία του οργάνου βασίζεται στην αλληλεπίδραση των ηλεκτρομαγνητικών πεδίων των δύο πηνίων όταν αυτά διαρρέονται από ρεύμα. Εφόσον το σταθερό πηνίο συνδέεται σε σειρά με το φορτίο, το πεδίο που δημιουργείται όταν διαρρέεται από ρεύμα είναι ανάλογο του ρεύματος του φορτίου. Το κινητό μέρος συνδέεται παράλληλα με το φορτίο και λόγω της μεγάλης ωμικής αντίστασης που παρουσιάζει το ρεύμα του είναι σχεδόν συμφασικό με την τάση του φορτίου. Όταν λοιπόν τροφοδοτείται από την τάση του φορτίου το πεδίο που δημιουργείται είναι ανάλογο με την τάση αυτή. Λόγω αλληλεπίδρασης μεταξύ των δύο πεδίων όταν τα πηνία διαρρέονται από ρεύμα το κινητό μέρος που φέρει τη βελόνα υφίσταται ροπή στρέψης που είναι ανάλογη του γινομένου των ρευμάτων των πηνίων και επομένως του γινομένου $v(t)i(t)$. Δηλαδή το κινητό μέρος τείνει

να στραφεί κατά μία γωνία ανάλογη της στιγμιαίας ισχύος. Λόγω αδράνειας των κινουμένων μερών τελικά η απόκλιση της βελόνας είναι ανάλογη της μέσης τιμής του γινομένου $v(t)i(t)$ δηλαδή της ενεργού ισχύος. Όπως προκύπτει από τα παραπάνω, το βαττόμετρο θα πρέπει να διαθέτει δύο ζεύγη ακροδεκτών, ένα για το πηνίο τάσης και ένα για το πηνίο έντασης. Συνδέεται στο κύκλωμα όπως φαίνεται στο Σχ. 19. Επειδή ένας ακροδέκτης από κάθε πηνίο συνδέεται στο ίδιο σημείο είναι δυνατό το βαττόμετρο να διαθέτει μόνο τρεις ακροδέκτες και το κοινό σημείο σύνδεσης των δύο πηνίων να υπάρχει στο εσωτερικό του οργάνου.



Σχήμα 19: Σύνδεση βαττομέτρου στους ακροδέκτες του φορτίου για τη μέτρηση της ενεργού ισχύος.

Αν συνδέσουμε αμπερόμετρο και βολτόμετρο κατάλληλα στο κύκλωμα είναι δυνατό να βρούμε τη φαινομένη ισχύ. Στο Σχ. 20 φαίνεται το κύκλωμα με το βαττόμετρο συνδεδεμένο έτσι ώστε να μετρά την ενεργό ισχύ που απορροφά το φορτίο, καθώς και βολτόμετρο για μέτρηση της τάσης και αμπερόμετρο για μέτρηση του ρεύματος.



Σχήμα 20: Βαττόμετρο, βολτόμετρο και αμπερόμετρο συνδεδεμένα στο φορτίο.

Το αμπερόμετρο έχει μια πολύ μικρή αντίσταση (ιδανικά μηδενική), το βολτόμετρο μια πολύ μεγάλη αντίσταση (ιδανικά άπειρη). Κάτι αντίστοιχο συμβαίνει με τα πηνία έντασης και τάσης του βαττομέτρου. Λόγω όμως της μη ιδανικής συμπεριφοράς των οργάνων στην πραγματικότητα η σύνδεσή τους αλλοιώνει τη συμπεριφορά του κυκλώματος και εισάγεται σφάλμα στη μέτρηση λόγω των πραγματικών αντιστάσεων των οργάνων.

3.9 Μέτρηση αέργου ισχύος

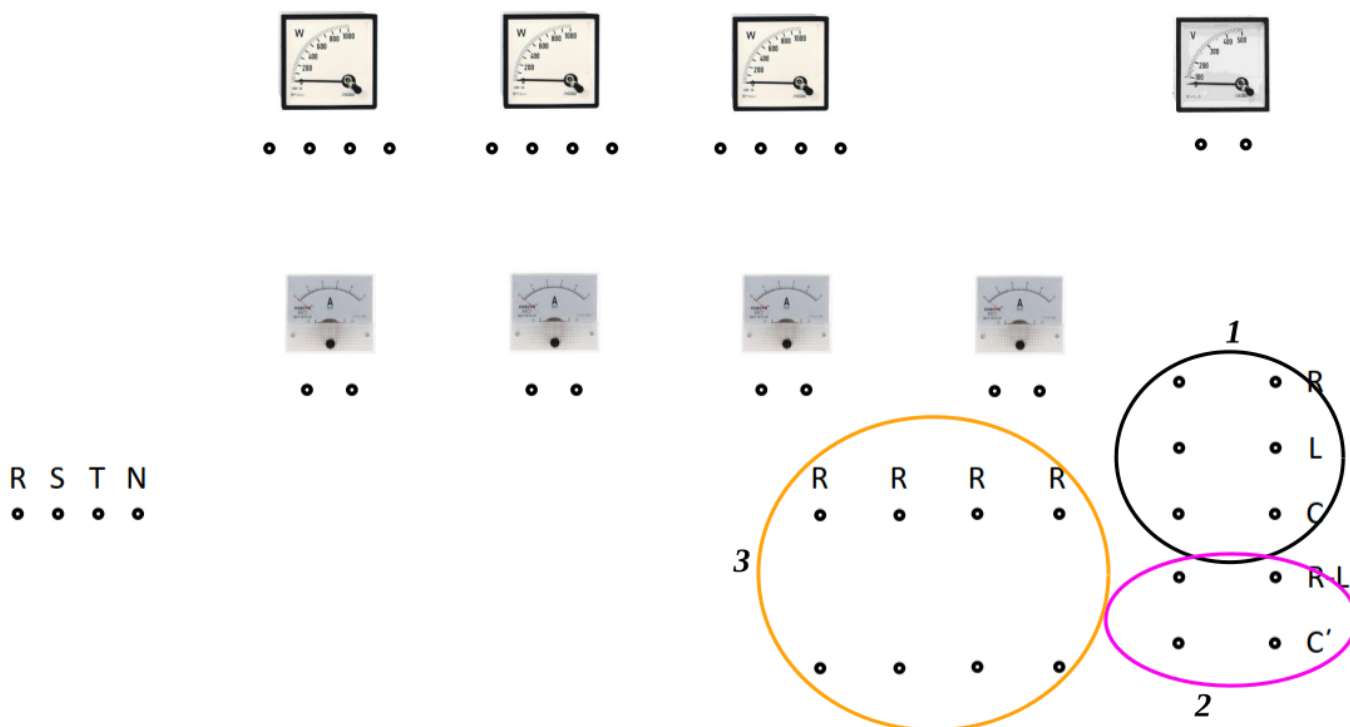
Η άεργος ισχύς μπορεί να μετρηθεί με τη βοήθεια βαρμέτρου. Το όργανο αυτό λειτουργεί όπως το βαττόμετρο με τη διαφορά ότι περιλαμβάνει διάταξη μετατόπισης φάσης με την οποία η τάση που υφίσταται το πηνίο τάσης στρέφεται πρώτα κατά 90° . Τότε η ένδειξη του οργάνου θα είναι $Q = VI \sin \phi$. Υπάρχει βέβαια και η δυνατότητα έμμεσης μέτρησης με τη χρήση βαττομέτρου, βολτομέτρου και αμπερομέτρου. Αφού βρεθούν η ενεργός και η φαινομένη, τότε μπορεί να υπολογιστεί και η άεργος.

3.10 Εργαστηριακός πάγκος

Οι υπόλοιπες εργαστηριακές ασκήσεις εκτελούνται στον πάγκο, Σχ. 21. Έχουμε πλήρη πρόσβαση στην τριφασική παροχή του δικτύου R,S,T και N (κάτω αριστερά). Η επάνω σειρά έχει 3 βαττόμετρα και ένα βολτόμετρο. Σε κάθε βαττόμετρο έχουμε 4 ακροδέκτες. Οι δυο πρώτοι από αριστερά είναι για το πηνίο έντασης και οι άλλοι δυο δεξιά για το πηνίο τάσης. Η μεσαία σειρά έχει 4 αμπερόμετρα. Τα φορτία φαίνονται στην δεξιά κάτω μεριά σε τρεις ομάδες.

Η πρώτη ομάδα (1) έχει πίσω από τον πάγκο πραγματικά φορτία. Λαμπτήρες πυρακτώσεως και φθορισμού καθώς και πυκνωτές με κύρια χαρακτηριστικά ωμικά, R, επαγωγικά, L και χωρητικά, C. Η ομάδα (2) είναι

για τον συντελεστή ισχύος. Φορτίο R-L το οποίο διορθώνουμε με τον πυκνωτή C'. Η ομάδα (3) έχει 4 «ίσες» παράλληλες ωμικές αντιστάσεις. Χρησιμοποιούμε τρεις από αυτές για να φτιάξουμε συμμετρικό αστέρα ή τρίγωνο και την τέταρτη μπορούμε να την συνδέσουμε παράλληλα σε μια από τις άλλες αντιστάσεις για να «χαλάσουμε» τη συμμετρία και να έχουμε ασύμμετρο φορτίο.



Σχήμα 21: Εργαστηριακός πάγκος

3.11 Πειραματική διαδικασία

1. Να μετρηθούν με ωμόμετρο οι ωμικές αντιστάσεις του βολτομέτρου και του αμπερομέτρου. Να μετρηθεί η ωμική αντίσταση πρώτα μεταξύ του πρώτου ζεύγους ακροδεκτών του βαττομέτρου και στη συνέχεια μεταξύ του δεύτερου. Ποιοι είναι οι ακροδέκτες του πηνίου έντασης και ποιοι του πηνίου τάσης; Πώς το συμπεραίνετε αυτό; Να συμπληρωθεί ο Πίνακας 1.

Πίνακας 1: Ωμικές αντιστάσεις οργάνων

Όργανο μέτρησης		Αντίσταση
Βολτόμετρο		
Αμπερόμετρο		
Βαττόμετρο	Πηνίο έντασης	
	Πηνίο τάσης	

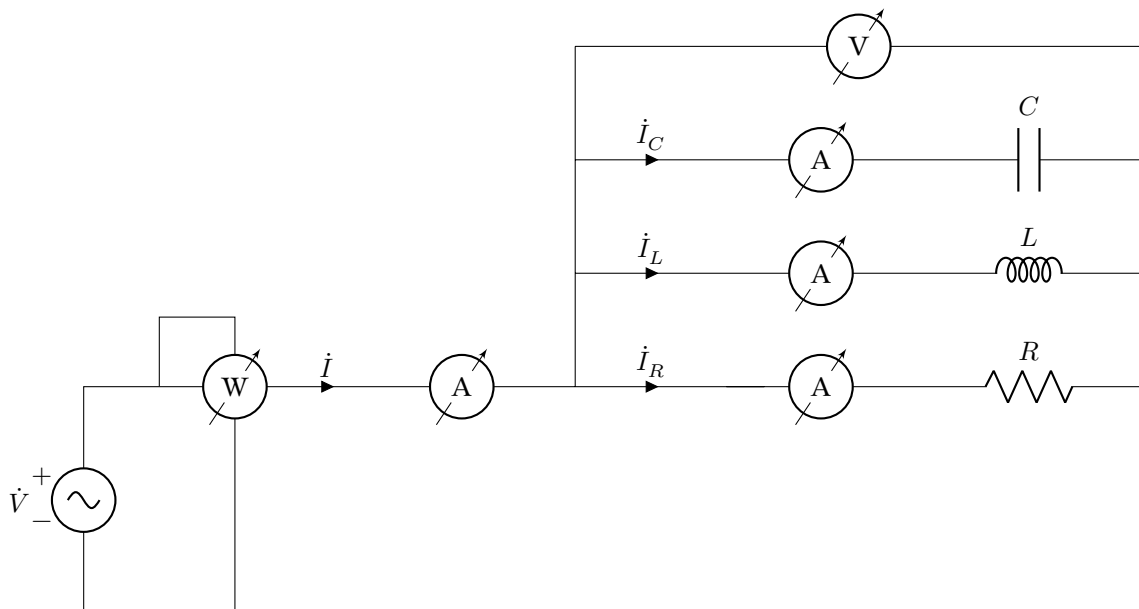
2. Α) Να συνδέσετε ωμικό φορτίο στην πηγή. Να συνδέσετε τα κατάλληλα όργανα για να μετράτε την τάση,

το ρεύμα και την ενεργό ισχύ που απορροφά το φορτίο. Να συμπληρώσετε τις τιμές αυτές στον πίνακα 2. Β) Να επαναλάβετε το ίδιο για επαγωγικό φορτίο, Γ) Να επαναλάβετε το ίδιο για χωρητικό φορτίο.

Πίνακας 2: Τάση, ρεύμα και ενεργός ισχύς στο φορτίο

Είδος φορτίου	U (V)	I (A)	I_R (A)	I_L (A)	I_C (A)	P (W)	S (VA)	Q (Var)	PF	φ
Ωμικό			×	×	×					
Επαγωγικό			×	×	×					
Χωρητικό			×	×	×					
Ωμικό // επαγωγικό					×					
Ωμικό // χωρητικό				×						
Ωμικό // επαγωγικό // χωρητικό										

3. Α) Να συνδέσετε ωμικό παράλληλα με επαγωγικό φορτίο στην πηγή. Να συνδέσετε τα κατάλληλα όργανα για να μετράτε την τάση, το συνολικό ρεύμα, το ρεύμα σε κάθε επιμέρους κλάδο του φορτίου και τη συνολική ενεργό ισχύ που απορροφά το φορτίο. Να συμπληρώσετε τις τιμές αυτές στον Πίνακα 2. Β) Να επαναλάβετε το ίδιο για ωμικό και χωρητικό φορτίο συνδεδεμένα παράλληλα. Γ) Να επαναλάβετε το ίδιο για ωμικό, χωρητικό και επαγωγικό φορτίο συνδεδεμένα παράλληλα. Το κύκλωμα με τα απαραίτητα όργανα μέτρησης για την τελευταία περίπτωση φαίνεται στο Σχ. 22.



Σχήμα 22: Κύκλωμα μετρήσεων για όλα τα επιμέρους παράλληλα φορτία.

4. Για τα φορτία του Πίνακα 2 να υπολογίσετε τη φαινομένη ισχύ, την άεργη ισχύ, το συντελεστή ισχύος και τη διαφορά φάσης μεταξύ της τάσης και του ρεύματος του συνολικού φορτίου. Να συμπληρώσετε τις τιμές στις αντίστοιχες στήλες.
 5. Να υπολογίσετε το απόλυτο και το σχετικό σφάλμα για κάθε μέτρηση τάσης και ισχύος του Πίνακα 2 και να συμπληρώσετε τον πίνακα 3(α) και τον πίνακα 3(β).

Πίνακας 3(α): Σφάλματα μετρήσεων τάσης

Είδος φορτίου	U (V)	Κλάση οργάνου	Μέγιστο κλίμακας	Απόλυτο σφάλμα	Σχετικό σφάλμα
Ωμικό					
Επαγωγικό					
Χωρητικό					
Ωμικό // επαγωγικό					
Ωμικό // χωρητικό					
Ωμικό // επαγωγικό // χωρητικό					

Πίνακας 3(β): Σφάλματα μετρήσεων ισχύος

Είδος φορτίου	P (W)	Κλάση οργάνου	Μέγιστο κλίμακας	Απόλυτο σφάλμα	Σχετικό σφάλμα
Ωμικό					
Επαγωγικό					
Χωρητικό					
Ωμικό // επαγωγικό					
Ωμικό // χωρητικό					
Ωμικό // επαγωγικό // χωρητικό					

6. Για όλες τις περιπτώσεις των κυκλωμάτων του Πίνακα 2 να σχεδιάσετε το τρίγωνο ισχύος.
7. Τι συμπεριφορά παρουσιάζει το συνολικό φορτίο στην περίπτωση του ερωτήματος 3(Γ); Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

4 Διόρθωση Συντελεστή Ισχύος σε Μονοφασικό Καταναλωτή

4.1 Στόχος

Μετρήσεις τάσης, ρεύματος, ισχύος σε μονοφασικό RL φορτίο και διόρθωση συντελεστή ισχύος. Μέτρηση με ηλεκτροδυναμικό όργανο συντελεστή ισχύος.

4.2 Θεωρία

4.2.1 Ορισμός συντελεστή ισχύος

Ορίζεται ο συντελεστής ισχύος στους ακροδέκτες ενός φορτίου ως

$$PF = \frac{P}{S}$$

Για κυκλώματα με ημιτονοειδείς κυματομορφές, όπως είναι αυτά που εξετάζουμε, προκύπτει ότι

$$PF = \frac{P}{S} = \frac{VI \cos \phi}{VI} = \cos \phi$$

Ο συντελεστής ισχύος είναι αδιάστατο μέγεθος. Έχει μέγιστη τιμή τη μονάδα και είναι πάντα θετικός. Όταν το ρεύμα του φορτίου έπεται της τάσης χαρακτηρίζεται ως επαγωγικός, ενώ όταν προηγείται ως χωρητικός.

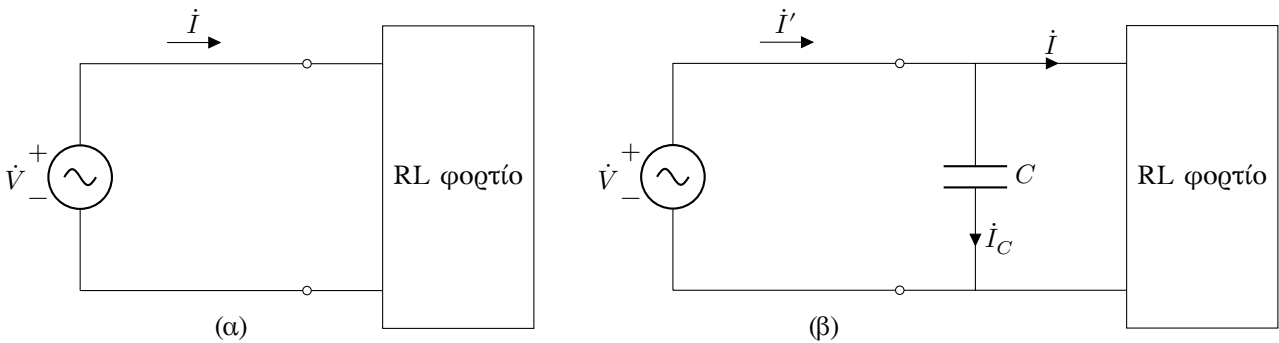
Ο συντελεστής ισχύος δείχνει τι ποσοστό της φαινομένης είναι η ενεργός ισχύς. Όσο μικρότερη είναι η άεργος του φορτίου τόσο υψηλότερος είναι ο συντελεστής ισχύος του και αντίστροφα.

Πρέπει εδώ να διευκρινιστεί ότι ο όρος «φορτίο» έχει ευρύτατη έννοια και μπορεί για παράδειγμα να αναφέρεται σε ένα από τα φορτία του πάγκου σας στο εργαστήριο, ένα συνδυασμό αυτών των φορτίων, έναν κινητήρα, μια ομάδα λαμπτήρων φθορισμού ή ακόμη και ολόκληρη την εγκατάσταση ενός καταναλωτή. Σε κάθε περίπτωση για να βρούμε το συντελεστή εξετάζουμε την τάση και το ρεύμα στους ακροδέκτες που μας ενδιαφέρουν.

4.2.2 Συνέπειες ροής αέργου ισχύος στο δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας

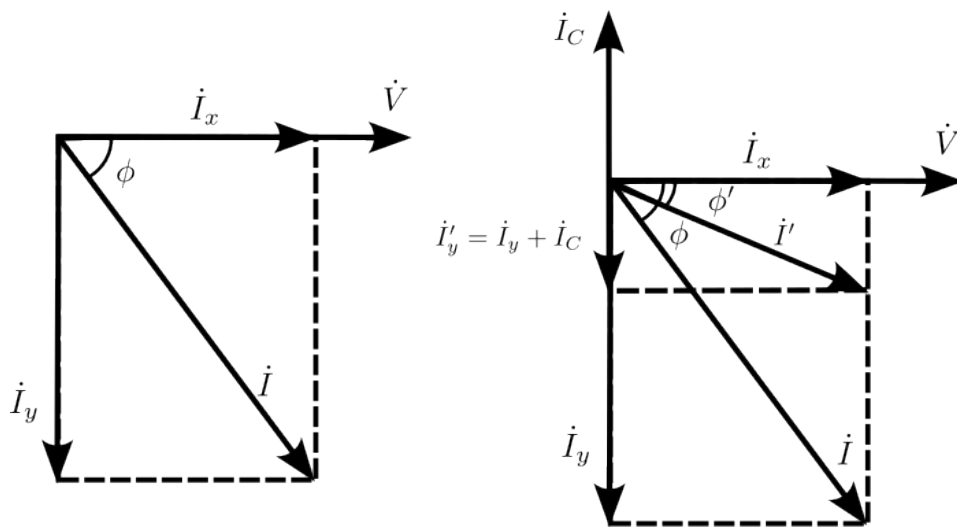
Επειδή οι καταναλωτές που συνδέονται στο δίκτυο έχουν συνήθως επαγωγική συμπεριφορά, θα θεωρήσουμε στην ανάλυση που ακολουθεί RL φορτίο. Παρόμοια ανάλυση μπορεί να γίνει για RC φορτίο, μόνο που για την αντιστάθμιση της αέργου ισχύος θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί επαγωγός αντί για πυκνωτή.

Η άεργος ισχύς που απορροφά ένα RL φορτίο από το δίκτυο (Σχ. 23 (α)) έχει ως αποτέλεσμα τη ροή αέργου ρεύματος μέσω των γραμμών, με αποτέλεσμα το συνολικό ρεύμα στις γραμμές να αυξάνεται. Περιορίζονται έτσι οι δυνατότητες μεταφοράς ενέργειας από το δίκτυο και αυξάνονται οι απώλειες, αφού αυτές εξαρτώνται από το συνολικό ρεύμα που ρέει στις γραμμές.



Σχήμα 23: (α) Κύκλωμα με φορτίο RL , (β) Κύκλωμα με πυκνωτή αντιστάθμισης παράλληλα στο φορτίο.

Πράγματι, ο φάσοντας του ρεύματος του φορτίου \dot{I} στο Σχ. 23 (α) μπορεί να αναλυθεί σε δύο συνιστώσες όπως φαίνεται στο Σχ. 24 (α). Από τις συνιστώσες αυτές, η \dot{I}_x είναι παράλληλη προς την τάση και η \dot{I}_y είναι κάθετη στην τάση.



Σχήμα 24: (α) Φάσορες της τάσης \dot{V} και του ρεύματος \dot{I} για το κύκλωμα με RL φορτίο και ανάλυση του ρεύματος σε ενεργό και άεργο συνιστώσα. (β) Φάσορες της τάσης \dot{V} και του ρεύματος \dot{I} του φορτίου RL , του ρεύματος \dot{I}_C του πυκνωτή και του συνολικού ρεύματος \dot{I}' όταν τοποθετηθεί πυκνωτής αντιστάθμισης παράλληλα στο RL φορτίο.

Όπως προκύπτει από το ορθογώνιο τρίγωνο που σχηματίζουν το διάνυσμα του ρεύματος στο Σχ. 24 (α) και οι

δύο συνιστώσες του, τα μέτρα των συνιστωσών αυτών είναι

$$I_x = I \cos \phi \quad \text{και} \quad I_y = I \sin \phi$$

Παρατηρούμε ότι η συνιστώσα $I_x = I \cos \phi$ σχετίζεται με την $P = VI \cos \phi$ και ότι η συνιστώσα $I_y = I \sin \phi$ σχετίζεται με την $Q = VI \sin \phi$. Για το λόγο αυτό η \dot{I}_x χαρακτηρίζεται και ως ενεργός συνιστώσα του ρεύματος ενώ η \dot{I}_y χαρακτηρίζεται ως άεργος. Το συνολικό ρεύμα έχει rms τιμή

$$I = \sqrt{I_x^2 + I_y^2}$$

Δηλαδή η συνιστώσα του ρεύματος που σχετίζεται με την άεργο ισχύ (την οποία δεν αξιοποιούμε) αποτελεί μέρος του συνολικού ρεύματος που ρέει στο κύκλωμα.

Στο σημείο αυτό πρέπει να διευκρινιστεί το εξής. Στο κύκλωμα που εξετάζουμε θεωρήσαμε ότι οι αγωγοί είναι ιδανικοί, όμως αυτό στην πραγματικότητα δεν ισχύει. Οι αγωγοί που τροφοδοτούν το φορτίο έχουν και αυτοί μια σύνθετη αντίσταση. Το συνολικό ρεύμα I που ρέει στη γραμμή προκαλεί πτώση τάσης στη σύνθετη αντίσταση της γραμμής και θερμικές απώλειες της μορφής $I^2 R$.

Οι διατομές των αγωγών και ο υπόλοιπος εξοπλισμός του συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας υπολογίζονται με βάση αυτό το συνολικό ρεύμα. Άρα στο κόστος μεταφοράς της ηλεκτρικής ενέργειας από το δίκτυο σε έναν καταναλωτή συμβάλλει και η άεργος.

Για το λόγο αυτό η Επιχείρηση Ηλεκτρισμού επιβάλλει (σε μέσους και μεγάλους καταναλωτές) ο συντελεστής ισχύος της εγκατάστασης να είναι μεγαλύτερος ή ίσος από μια συγκεκριμένη τιμή. Με τη διόρθωση του συντελεστή ισχύος της εγκατάστασης θα μειώσουμε την άεργο ισχύ που απορροφά η εγκατάσταση από το δίκτυο. Ταυτόχρονα θα μειώσουμε την άεργο συνιστώσα του ρεύματος, άρα και το συνολικό ρεύμα που ρέει στους αγωγούς.

4.2.3 Διόρθωση συντελεστή ισχύος

Θεωρούμε ότι το φορτίο είναι δεδομένο και δεν μπορούμε να επεμβούμε στην ενεργό ισχύ P που απορροφά, ούτε και στην τάση V του δικτύου. Για να μειώσουμε το ρεύμα που ρέει στη γραμμή πρέπει να βρούμε έναν τρόπο να μειώσουμε την άεργο ισχύ που απορροφά το φορτίο από το δίκτυο, δηλαδή να αυξήσουμε το συντελεστή ισχύος του. Αυτό λέγεται αντιστάθμιση άεργου ισχύος ή διόρθωση του συντελεστή ισχύος.

Τα περισσότερα οικιακά αλλά και βιομηχανικά φορτία έχουν επαγωγικό χαρακτήρα. Αυτό σημαίνει ότι απορροφούν άεργο από το δίκτυο. Ένα RL φορτίο καταναλώνει άεργο ($Q > 0$) ενώ ένας πυκνωτής παράγει ($Q < 0$). Αν συνδέσουμε λοιπόν παράλληλα στο φορτίο πυκνωτή, όπως φαίνεται στο Σχ. 23 (β), τότε ο συνδυασμός τους θα απορροφά λιγότερη άεργο ισχύ από το δίκτυο.

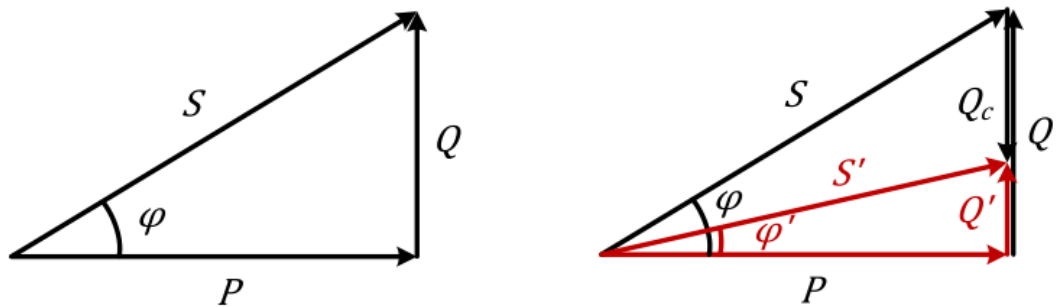
Πρέπει να τονίσουμε εδώ ότι η σύνθετη αντίσταση του φορτίου και η τάση στα άκρα του δεν μεταβάλλονται με τη σύνδεση του πυκνωτή, επομένως το φορτίο εξακολουθεί να διαρρέεται από το ίδιο ρεύμα \dot{I} . Αυτό ισχύει βέβαια επειδή θεωρούμε ότι οι αγωγοί που συνδέουν το φορτίο με την πηγή δεν έχουν εσωτερική αντίσταση. Επιπλέον η ενεργός ισχύς που απορροφά ο συνδυασμός φορτίου-πυκνωτή οφείλεται μόνο στο RL φορτίο. Αφού η τάση και το ρεύμα στο φορτίο δεν αλλάζουν, η ενεργός ισχύς παραμένει ίδια.

Το συνολικό ρεύμα του κυκλώματος \dot{I}' με τον πυκνωτή συνδεδεμένο παράλληλα στο φορτίο φαίνεται στο Σχ. 24 (β). Προκύπτει ως συνισταμένη του ρεύματος φορτίου \dot{I} (που είναι ίδιο με πριν) και του ρεύματος του πυκνωτή \dot{I}_C . Από αυτό το διανυσματικό διάγραμμα συμπεραίνουμε ότι το μέτρο του φάσορα \dot{I}' είναι μικρότερο από το μέτρο του φάσορα \dot{I} , δηλαδή το συνολικό ρεύμα που ρέει στους αγωγούς που τροφοδοτούν τον παράλληλο συνδυασμό φορτίου-πυκνωτή είναι μειωμένο σε σχέση με το ρεύμα στο κύκλωμα χωρίς τον πυκνωτή.

Στο Σχ. 25 (α) έχει σχεδιαστεί το τρίγωνο ισχύος του κυκλώματος χωρίς τον πυκνωτή και στο Σχ. 25 (β) με τον πυκνωτή παράλληλα στο φορτίο RL . Η ενεργός ισχύς P θεωρούμε ότι παραμένει σταθερή, οπότε είναι ίδια και στα δύο τρίγωνα.

Έστω Q και S η άεργος και η φαινομένη ισχύς που απαιτεί το φορτίο από το δίκτυο στο κύκλωμα του Σχ. 23 (α). Επίσης έστω Q' και S' η άεργος και η φαινομένη που απαιτεί ο παράλληλος συνδυασμός φορτίου-πυκνωτή από το δίκτυο στο κύκλωμα του Σχ. 23 (β). Παρατηρούμε ότι ο συνδυασμός φορτίου-πυκνωτή απορροφά λιγότερη άεργο ισχύ από το δίκτυο, η φαινομένη έχει μειωθεί, το ρεύμα έχει μειωθεί, η διαφορά φάσης τάσης ρεύματος ϕ έχει μειωθεί και επομένως το $\cos \phi$ (που ισούται με το συντελεστή ισχύος) έχει αυξηθεί.

Εδώ πρέπει να τονίσουμε ότι η άεργος ισχύς που απορροφά το φορτίο δεν μεταβλήθηκε με την τοποθέτηση του πυκνωτή. Απλώς στο κύκλωμα του Σχ. 23 (β) μέρος της παράγεται τοπικά από τον πυκνωτή και δεν χρειάζεται να μεταφέρεται από το δίκτυο. Αυτό σημαίνει ότι στους αγωγούς από το σημείο της αντιστάθμισης μέχρι το φορτίο εξακολουθεί να ρέει το αρχικό ρεύμα, άρα εξακολουθούν να εμφανίζονται τα προβλήματα που προκαλεί ο χαμηλός συντελεστής ισχύος.



Σχήμα 25: (α) Τρίγωνο ισχύος για το RL φορτίο. (β) Τρίγωνο ισχύος για το κύκλωμα για το RL φορτίο με πυκνωτή αντιστάθμισης συνδεδεμένο παράλληλα.

Μπορούμε να υπολογίσουμε τον πυκνωτή που χρειάζεται για συγκεκριμένη διόρθωση του συντελεστή ισχύος ως εξής. Αν διαιρέσουμε κατά μέλη τις σχέσεις $Q = VI \sin \phi$ και $P = VI \cos \phi$ προκύπτει ότι

$$Q = P \tan \phi$$

Έστω ότι με την τοποθέτηση του πυκνωτή ο αρχικός συντελεστής ισχύος $\cos \phi$ αυξάνεται σε $\cos \phi'$. Η άεργος που απορροφά ο παράλληλος συνδυασμός από το δίκτυο μειώνεται, όπως αναφέρθηκε παραπάνω, από Q σε Q' . Ο πυκνωτής πρέπει να παράγει την άεργο Q_C που απαιτείται έτσι ώστε το φορτίο να εξακολουθήσει να απορροφά άεργο Q . Επομένως

$$Q = Q' + Q_C \Rightarrow Q_C = Q - Q' = P \tan \phi - P \tan \phi' = P(\tan \phi - \tan \phi')$$

Αν μας ζητηθεί, μπορούμε από την τιμή αυτή της άεργου Q_C να υπολογίσουμε τη χωρητικότητα του πυκνωτή.

Το ρεύμα του πυκνωτή προκύπτει ως εξής:

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{V}}{\frac{1}{j\omega C}} = j\omega C \dot{V} \Rightarrow I_C = \omega C V$$

Η άεργος που παράγει είναι

$$Q_C = VI_C \sin 90^\circ = VI_C = \omega C V^2$$

Επομένως

$$C = \frac{Q_C}{\omega V^2} = \frac{P(\tan \phi - \tan \phi')}{\omega V^2}$$

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, αν το φορτίο είναι RC , τότε η διαδικασία είναι παρόμοια, όμως τότε απαιτείται σύνδεση επαγωγού αντί για πυκνωτή για διόρθωση του συντελεστή ισχύος και ο υπολογισμός γίνεται με παρόμοια λογική.

4.2.4 Μέτρηση συντελεστή ισχύος

Μέτρηση του συντελεστή ισχύος μπορεί να πραγματοποιηθεί με ειδικό όργανο (συνημιτονόμετρο), όπως αυτά που φαίνονται στο Σχ. 26. Το συνημιτονόμετρο ως προς την αρχή λειτουργίας του είναι ηλεκτροδυναμικό όργανο διασταυρωμένων πηνίων.

Το όργανο μέτρησης του $\cos \phi$ αποτελείται από δύο σταθερά πηνία εντάσεως, όπως φαίνεται στο Σχ. 27, και από κινητό σύστημα από δύο διασταυρωμένα πηνία τάσεως που έχουν τον ίδιο αριθμό σπειρών. Τα σταθερά πηνία διαρρέονται από το ρεύμα του φορτίου. Τα πηνία της τάσης συνδέονται ως εξής. Σε σειρά με το ένα από αυτά είναι συνδεδεμένη αυτεπαγωγή L ενώ σε σειρά με το δεύτερο ωμική αντίσταση R . Ο εν σειρά συνδυασμός του πηνίου τάσης με L ή R συνδέεται παράλληλα στο φορτίο. Οι τιμές των L και R είναι τέτοιες ώστε για την ονομαστική συχνότητα του δικτύου τα ρεύματα στα πηνία τάσης να είναι ίσα και να διαφέρουν κατά 90° περίπου. Όταν η διαφορά φάσης μεταξύ της τάσης και του ρεύματος του φορτίου είναι μηδέν, τότε επειδή το ρεύμα της αντίστασης R είναι συμφασικό με την τάση θα είναι συμφασικό και με το ρεύμα του φορτίου. Το ρεύμα της αυτεπαγωγής L θα υστερεί ως προς την τάση άρα και ως προς το ρεύμα του φορτίου κατά 90° . Λόγω του πεδίου των σταθερών πηνίων θα ασκείται στο πηνίο με την R μηδενική ροπή, ενώ στο πηνίο με την L θα ασκείται ροπή που θα τείνει να το καταστήσει κάθετο στο μαγνητικό πεδίο των σταθερών πηνίων. Ο δείκτης λοιπόν θα λάβει κατακόρυφη θέση.

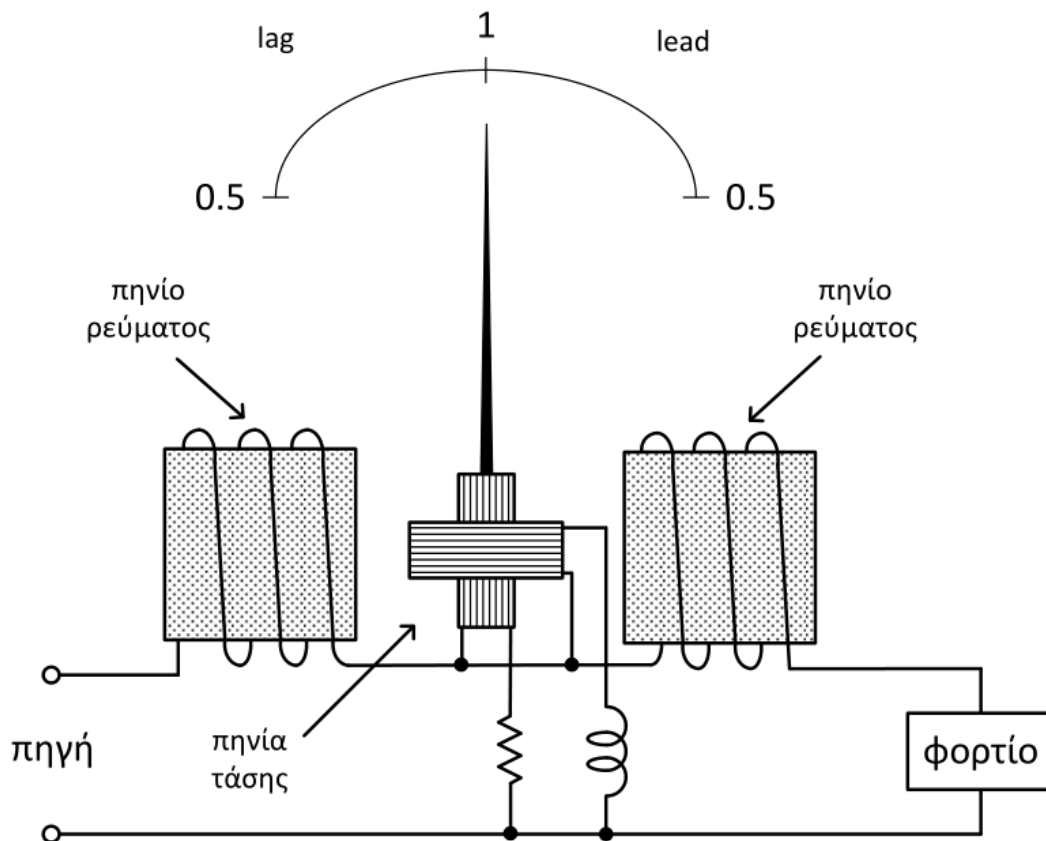


(α)



(β)

Σχήμα 26: (α) Μετρητές συντελεστή ισχύος, (β) σύμβολο.



Σχήμα 27: Μηχανισμός ηλεκτροδυναμικού οργάνου διασταυρωμένων πηνίων.

Όταν η τάση και το ρεύμα παρουσιάζουν διαφορά φάσης 90° , τότε στο πηνίο με την L θα ασκείται μηδενική ροπή, ενώ στο πηνίο με την R θα ασκείται ροπή που θα τείνει να το καταστήσει κάθετο στο μαγνητικό πεδίο των σταθερών πηνίων. Αν το φορτίο είναι χωρητικό τότε ο δείκτης θα λάβει οριζόντια θέση με κατεύθυνση προς τα δεξιά, ενώ αν είναι επαγωγικό θα έχει αντίθετη κατεύθυνση. Για ενδιάμεση τιμή της διαφοράς φάσης ο δείκτης λαμβάνει ενδιάμεση θέση.

Πέρα όμως από την άμεση μέτρηση με το παραπάνω όργανο είναι δυνατός και ο έμμεσος υπολογισμός του συντελεστή ισχύος εφόσον είναι διαθέσιμες οι τιμές της τάσης, του ρεύματος και της ενεργού ισχύος που απορροφά το φορτίο.

4.2.5 Είδη αντιστάθμισης

Η πιο απλή λύση είναι αυτή της ατομικής αντιστάθμισης, δηλαδή της τοποθέτησης διάταξης αντιστάθμισης πλησίον του φορτίου που να συνδέεται και να αποσυνδέεται ταυτόχρονα με αυτό.

Επίσης σε περιπτώσεις πολλών φορτίων με παρόμοια χαρακτηριστικά που λειτουργούν ταυτόχρονα, όπως είναι για παράδειγμα μια ομάδα φωτιστικών λαμπτήρων φθορισμού, εφαρμόζεται ομαδική αντιστάθμιση, δηλαδή υπάρχει μία διάταξη αντιστάθμισης για την ομάδα των φορτίων αυτών. Εξασφαλίζεται με αυτόν τον τρόπο μείωση του κόστους της αντιστάθμισης.

Η αντιστάθμιση μπορεί επίσης να γίνεται σε κάποιο κεντρικό σημείο της εγκατάστασης, λαμβάνοντας υπόψη τη μέτρηση του συνολικού συντελεστή ισχύος της εγκατάστασης αυτής. Μια κεντρική μονάδα λαμβάνει την τιμή του συντελεστή ισχύος που μετρήθηκε και αναλόγως συνδέει ή αποσυνδέει πυκνωτές αντιστάθμισης προκειμένου να βελτιώσει την τιμή αυτή χρησιμοποιώντας ως αναφορά την τιμή που έχουμε θέσει ως στόχο. Η λύση αυτή μπορεί να οδηγήσει σε βελτιστοποίηση της κατανάλωσης αέργου της εγκατάστασης από την πλευρά του δικτύου παροχής ηλεκτρικής ενέργειας, ωστόσο έχει και μειονεκτήματα. Πιο συγκεκριμένα, η ροή αέργου από τα φορτία μέχρι και τη θέση της διάταξης αντιστάθμισης παραμένει στα αρχικά επίπεδα και επομένως ο ίδιος ο καταναλωτής εξακολουθεί να έχει τα ίδια προβλήματα αυξημένων απωλειών, πτώσης τάσης κλπ που είχε και πριν την αντιστάθμιση.

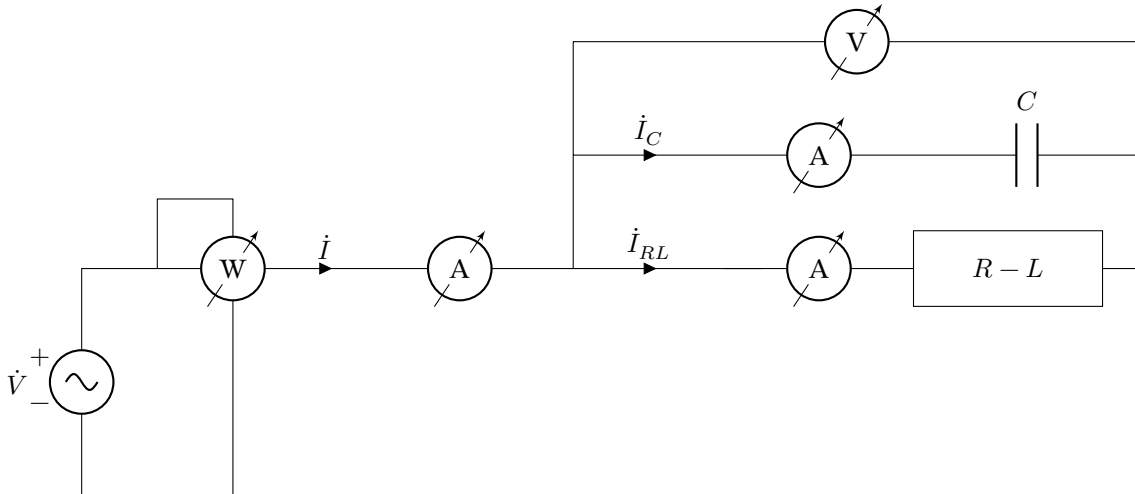
Επίσης εφαρμόζεται και συνδυασμός των παραπάνω λύσεων, όπως για παράδειγμα σε βιομηχανική εγκατάσταση που μπορεί να περιλαμβάνει κάποια μεγάλα φορτία με σημαντικές απαιτήσεις σε άεργο. Συνδυασμός κεντρικής αντιστάθμισης με ατομική στην περίπτωση των φορτίων αυτών μπορεί να είναι η βέλτιστη λύση στην περίπτωση αυτή.

4.3 Πειραματική διαδικασία

1. Να συνδέσετε στην πηγή το $R - L$ φορτίο. Προσοχή: Πρόκειται για το 4ο φορτίο στον εργαστηριακό πάγκο σας. Να συνδέσετε κατάλληλα όργανα ώστε να μετράτε την τάση, το ρεύμα και την ενεργό ισχύ που απορροφά το φορτίο. Να συμπληρώσετε την πρώτη γραμμή του Πίνακα 1. Σημείωση: Το φορτίο αυτό στην πραγματικότητα είναι ένας λαμπτήρας φθορισμού. Για τη λειτουργία τέτοιων λαμπτήρων απαιτείται βοηθητικό κύκλωμα με υψηλή αυτεπαγωγή με αποτέλεσμα, όπως θα διαπιστώσετε και εσείς, ο συντελεστής ισχύος του συνολικού φορτίου να είναι χαμηλός.
2. Να υπολογίσετε τη φαινομένη ισχύ, την άεργο ισχύ, το συντελεστή ισχύος και τη διαφορά φάσης μεταξύ της τάσης και του ρεύματος του φορτίου.
3. Να σχεδιάσετε το τρίγωνο ισχύος.
4. Να συνδέσετε παράλληλα στο $R - L$ φορτίο πυκνωτή C (πρόκειται για το 5ο φορτίο στον εργαστηριακό πάγκο), όπως φαίνεται στο Σχ. 28. Να συνδέσετε κατάλληλα όργανα ώστε να μετράτε την τάση στο φορτίο, το συνολικό ρεύμα, το ρεύμα του $R - L$ φορτίου, το ρεύμα στον πυκνωτή και τη συνολική ενεργό ισχύ που απορροφάται. Να συμπληρώσετε τη δεύτερη γραμμή του Πίνακα 1.
5. Να υπολογίσετε τη φαινομένη ισχύ, την άεργο ισχύ, το συντελεστή ισχύος και τη διαφορά φάσης μεταξύ της τάσης και του συνολικού ρεύματος στην περίπτωση του παράλληλου συνδυασμού φορτίου και πυκνωτή αντιστάθμισης.
6. Να σχεδιάσετε το νέο τρίγωνο ισχύος μαζί με το αρχικό.
7. Να υπολογίσετε τη χωρητικότητα του πυκνωτή που συνδέσατε παράλληλα στο φορτίο.

Πίνακας 1: Τάση, ρεύμα και ενεργός ισχύς στο φορτίο

Είδος Φορτίου	U (V)	I (A)	I_{RL} (A)	I_C (A)	P (W)	S (VA)	Q (Var)	PF	φ
R-L φορτίο									
R-L//C φορτίο									



Σχήμα 28: Συνδεσμολογία βήματος 4.

4.4 Ερωτήσεις – Υπολογισμοί

1. Για ποιο λόγο δεν επιλέγεται πλήρης αντιστάθμιση αέργου ισχύος ώστε ο συντελεστής να γίνει μονάδα;
2. Για τις τιμές ενεργού ισχύος, αέργου ισχύος και συντελεστή ισχύος του φορτίου $R-L$ που χρησιμοποιήθηκε στις μετρήσεις να υπολογίσετε τη χωρητικότητα του πυκνωτή που απαιτείται ώστε ο συντελεστής ισχύος να γίνει 0.92

5 Μετρήσεις Ρεύματος και Ισχύος σε Αστέρα

5.1 Στόχος

- Μετρήσεις ρεύματος σε συμμετρικό και ασύμμετρο αστέρα, με και χωρίς ουδέτερο.
- Μετρήσεις ισχύος σε συμμετρικό και ασύμμετρο αστέρα, με και χωρίς ουδέτερο. Γίνεται χρήση 3 ή 2 βαττομέτρων (μέθοδος Aron).

5.2 Θεωρία - ρεύμα

5.2.1 Συνδεσμολογίες τριφασικών φορτίων

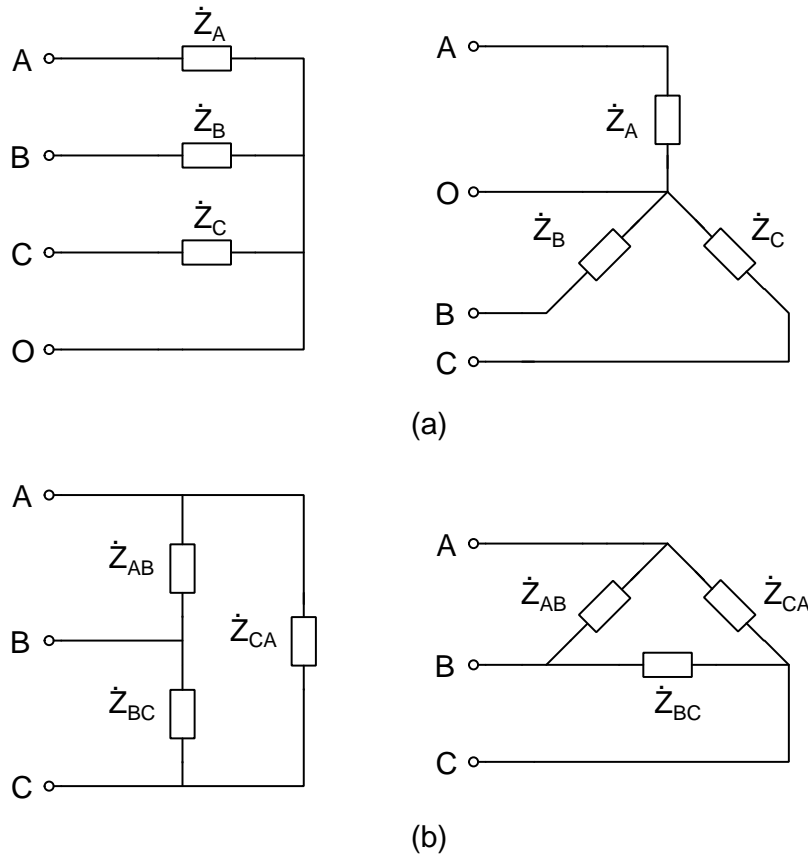
Όπως οι πηγές έτσι και τα φορτία μπορεί να συνδέονται σε αστέρα (Y) ή σε τρίγωνο (Δ) όπως φαίνεται στο Σχ. 29. Στην πρώτη περίπτωση οι σύνθετες αντιστάσεις συνδέονται σε έναν κοινό κόμβο O, ενώ στη δεύτερη συνδέονται σε βρόχο. Αν $\dot{Z}_A = \dot{Z}_B = \dot{Z}_C$ στην περίπτωση του αστέρα ή $\dot{Z}_{AB} = \dot{Z}_{BC} = \dot{Z}_{CA}$ στην περίπτωση του τριγώνου, τότε το φορτίο είναι συμμετρικό.

Όταν το φορτίο συνδέεται σε αστέρα ο κόμβος O μπορεί να συνδέεται με τον κόμβο N της πηγής, οπότε έχουμε συνδεσμολογία αστέρα 4 αγωγών, ή να μην συνδέεται, οπότε έχουμε συνδεσμολογία αστέρα 3 αγωγών. Στην περίπτωση συνδεσμολογίας τριγώνου δεν υπάρχει ουδέτερος αγωγός.

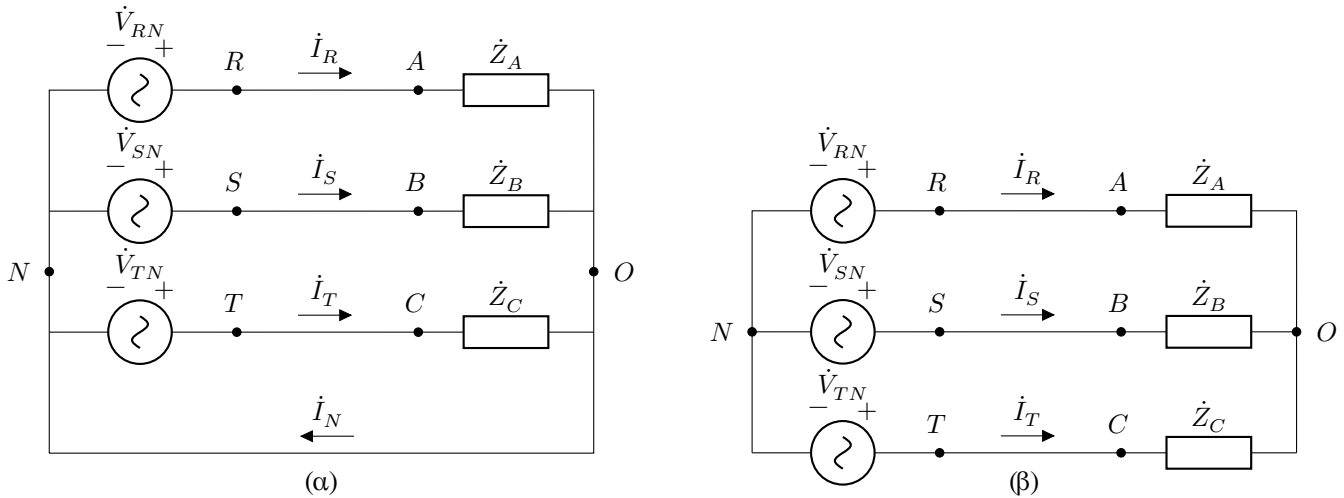
5.2.2 Συνδεσμολογία αστέρα - ρεύμα

Έστω ότι έχουμε συνδεσμολογία αστέρα 4 αγωγών, όπως φαίνεται στο Σχ. 30 (α).

Εφόσον δεν υπάρχουν εμπεδισεις στις γραμμές μεταφοράς, η τάση σε κάθε κλάδο του φορτίου είναι ίση με την αντίστοιχη φασική της πηγής, $\dot{V}_{RN} = \dot{V}_{AO}$, $\dot{V}_{SN} = \dot{V}_{BO}$, $\dot{V}_{TN} = \dot{V}_{CO}$ και επιπλέον $\dot{V}_{ON} = 0$. Για συμμετρικό φορτίο έχουμε επίσης $\dot{Z}_A = \dot{Z}_B = \dot{Z}_C$ με κοινό μέτρο Z_Y .



Σχήμα 29: Συνδεσμολογίες τριφασικού φορτίου: (α) συνδεσμολογία Υ με ουδέτερο, (β) συνδεσμολογία Δ.



Σχήμα 30: Συνδεσμολογία αστέρα - αστέρα. α) 4 αγωγών. β) 3 αγωγών

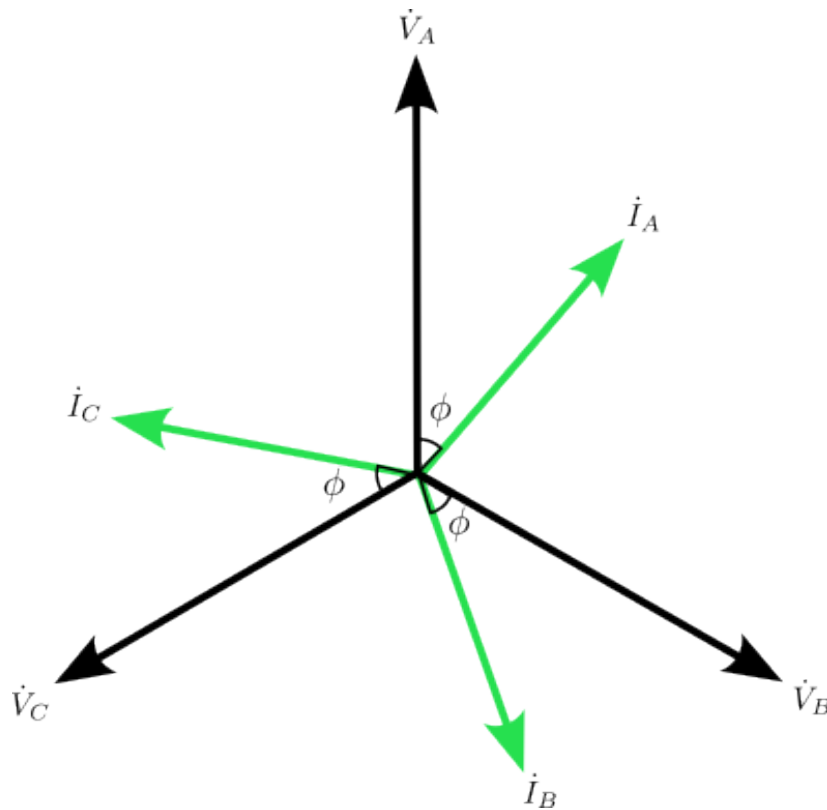
Για θετική ακολουθία φάσεων δεχόμαστε (ελλείπει άλλης πληροφορίας) ότι οι φασικές τάσεις είναι:

$$\dot{V}_{RN} = V_\phi / 90^\circ \quad \dot{V}_{SN} = V_\phi / -30^\circ \quad \dot{V}_{TN} = V_\phi / -150^\circ$$

Τα ρεύματα στους κλάδους του αστέρα για συμμετρικό φορτίο είναι:

$$\begin{aligned} \dot{I}_R = \dot{I}_A &= \frac{\dot{V}_{AO}}{\dot{Z}_A} = \frac{V_\phi / 90^\circ}{Z_Y / \phi} = \frac{V_\phi}{Z_Y} / 90^\circ - \phi \\ \dot{I}_S = \dot{I}_B &= \frac{\dot{V}_{BO}}{\dot{Z}_B} = \frac{V_\phi / -30^\circ}{Z_Y / \phi} = \frac{V_\phi}{Z_Y} / -30^\circ - \phi \\ \dot{I}_T = \dot{I}_C &= \frac{\dot{V}_{CO}}{\dot{Z}_C} = \frac{V_\phi / -150^\circ}{Z_Y / \phi} = \frac{V_\phi}{Z_Y} / -150^\circ - \phi \end{aligned}$$

Παρατηρούμε ότι τα ρεύματα έχουν ίσα μέτρα και παρουσιάζουν διαφορά φάσης ϕ με τις αντίστοιχες φασικές τάσεις. Στο διανυσματικό διάγραμμα του Σχ. 31 έχουν σχεδιαστεί οι φασικές τάσεις και τα ρεύματα στους κλάδους του αστέρα.



Σχήμα 31: Διάγραμμα φασικών τάσεων και ρευμάτων για συνδεσμολογία συμμετρικού αστέρα.

Τα τρία ρεύματα για συμμετρικό φορτίο είναι συμμετρικά όπως οι τάσεις. Το ρεύμα στον ουδέτερο προκύπτει αν εφαρμόσουμε το νόμο ρευμάτων του Kirchhoff και είναι:

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$$

Δηλαδή δεν ρέει ρεύμα στον ουδέτερο και επομένως όποια και αν είναι η αντίστασή του, ακόμη και αν είναι ανοιχτοκύκλωμα (συνδεσμολογία Y-Y 3 αγωγών), τα παραπάνω αποτελέσματα δεν αλλάζουν.

Συνοψίζοντας, στην περίπτωση συμμετρικού αστέρα οι τάσεις στους κλάδους του αστέρα είναι οι φασικές τάσεις της πηγής είτε συνδέεται ο ουδέτερος είτε όχι. Επομένως για να τις μετρήσουμε αρκεί να συνδέσουμε ένα βολτόμετρο σε κάθε κλάδο φορτίου.

Για να μετρήσουμε τα ρεύματα στο κύκλωμα μπορούμε να συνδέσουμε από ένα αμπερόμετρο σε κάθε γραμμή. Αν είμαστε απολύτως σίγουροι για τη συμμετρία του φορτίου μπορούμε να συνδέσουμε αμπερόμετρο μόνο σε μία γραμμή, δεδομένου ότι οι rms τιμές των ρευμάτων των άλλων δύο γραμμών θα είναι ίδιες και το ρεύμα στον ουδέτερο θα είναι μηδέν είτε είναι συνδεδεμένος είτε όχι.

5.2.3 Μη συμμετρικά τριφασικά φορτία - ρεύμα

Ένα κύκλωμα μπορεί να είναι ασύμμετρο λόγω των τάσεων της πηγής, της σύνθετης αντίστασης του φορτίου ή και για τους δυο λόγους μαζί. Θα θεωρήσουμε τη δεύτερη περίπτωση, δηλαδή ότι οι σύνθετες αντιστάσεις των κλάδων του φορτίου είναι διαφορετικές ως προς το μέτρο ή τη γωνία ή και τα δύο. Επίσης θα θεωρήσουμε ότι οι γραμμές είναι ιδανικές, δηλαδή δεν έχουν σύνθετη αντίσταση.

Στον ασύμμετρο αστέρα 4 αγωγών οι τάσεις στους κλάδους του αστέρα \dot{V}_{AO} , \dot{V}_{BO} , \dot{V}_{CO} , όπως προκύπτει από το Σχ. 30 είναι οι φασικές τάσεις της πηγής. Αυτό ισχύει είτε είναι συμμετρικό το φορτίο είτε όχι. Για να υπολογίσουμε λοιπόν τα ρεύματα αρκεί να λύσουμε τις παρακάτω εξισώσεις:

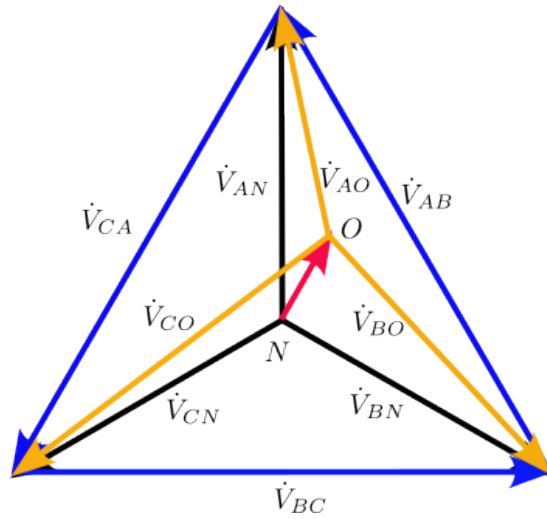
$$\dot{I}_A = \frac{\dot{V}_{AN}}{\dot{Z}_A} \quad \dot{I}_B = \frac{\dot{V}_{BN}}{\dot{Z}_B} \quad \dot{I}_C = \frac{\dot{V}_{CN}}{\dot{Z}_C}$$

και

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$$

Για να μετρήσουμε τα ρεύματα αυτά απαιτούνται 4 αμπερόμετρα. Προφανώς, αν σχεδιάσουμε το διανυσματικό διάγραμμα ρευμάτων, δεν θα υπάρχει πια συμμετρία στα ρεύματα.

Όταν δεν υπάρχει σύνδεση ουδέτερου (3 αγωγοί) οι τάσεις στους κλάδους του αστέρα \dot{V}_{AO} , \dot{V}_{BO} , \dot{V}_{CO} , δεν είναι ίσες με τις φασικές τάσεις της πηγής και θα πρέπει να υπολογιστούν ή να μετρηθούν με βολτόμετρο. Οι πολικές τάσεις βέβαια εξακολουθούν να είναι ίδιες. Προκύπτει τότε ένα διανυσματικό διάγραμμα όπως αυτό που φαίνεται στο Σχ. 32.



Σχήμα 32: Διανυσματικό διάγραμμα τάσεων σε ασύμμετρο αστέρα 3 αγωγών.

Όπως φαίνεται από το διάγραμμα από δύο φασικές τάσεις π.χ. τις \dot{V}_{BO} , \dot{V}_{CO} προκύπτει η πολική \dot{V}_{BC} . Η ίδια πολική τάση προκύπτει και από τις \dot{V}_{BN} , \dot{V}_{CN} . Η τάση μεταξύ του κόμβου O του φορτίου και του κόμβου N της πηγής είναι \dot{V}_{ON} και όχι μηδέν όπως θα ήταν αν υπήρχε σύνδεση του ουδέτερου ή αν το φορτίο ήταν συμμετρικό με ή χωρίς σύνδεση ουδέτερου. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται μετατόπιση του ουδέτερου και μπορεί να προκύψει σε μια πραγματική τριφασική εγκατάσταση αν για κάποιο λόγο κοπεί ο ουδέτερος.

Για τον υπολογισμό των ρευμάτων στο ασύμμετρο σύστημα 3 αγωγών εφαρμόζουμε κομβική ανάλυση:

$$\frac{\dot{V}_{ON} - \dot{V}_{AN}}{\dot{Z}_A} + \frac{\dot{V}_{ON} - \dot{V}_{BN}}{\dot{Z}_B} + \frac{\dot{V}_{ON} - \dot{V}_{CN}}{\dot{Z}_C} = 0$$

από όπου βγαίνει (τάση Millman):

$$\dot{V}_{ON} = \frac{\frac{\dot{V}_{AN}}{\dot{Z}_A} + \frac{\dot{V}_{BN}}{\dot{Z}_B} + \frac{\dot{V}_{CN}}{\dot{Z}_C}}{\frac{1}{\dot{Z}_A} + \frac{1}{\dot{Z}_B} + \frac{1}{\dot{Z}_C}}$$

και:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{V}_{AN} - \dot{V}_{ON}}{\dot{Z}_A} \quad \dot{I}_B = \frac{\dot{V}_{BN} - \dot{V}_{ON}}{\dot{Z}_B} \quad \dot{I}_C = \frac{\dot{V}_{CN} - \dot{V}_{ON}}{\dot{Z}_C}$$

5.3 Πειραματική διαδικασία - ρεύμα

1. Να μετρήσετε τις τιμές των τεσσάρων αντιστάσεων του πάγκου σας με το πολύμετρο. Να καταγράψετε τις τιμές στον Πίνακα 1.

Πίνακας 1: Τιμές αντιστάσεων πάγκου

	Τιμή	Φάση που συνδέθηκε
R_1		
R_2		
R_3		
R_4		

2. Να συνδέσετε τις τρεις ωμικές αντιστάσεις του πάγκου σας (2η, 3η και 4η αντίσταση) σε συνδεσμολογία αστέρα 4 αγωγών. Να συνδέσετε αμπερόμετρα ώστε να μετρήσετε τα ρεύματα. Να καταγράψετε τις μετρήσεις στον Πίνακα 2. Να καταγράψετε επίσης στον Πίνακα 1 σε ποια φάση της πηγής συνδέσατε την κάθε αντίσταση.

Πίνακας 2: Ρεύματα σε τριφασικό φορτίο σε συνδεσμολογία αστέρα

Αστέρας	Σύνδεση ουδετέρου	Μετρήσεις				Υπολογισμοί			
		I_A	I_B	I_C	I_N	I_A	I_B	I_C	I_N
Συμμετρικός	Ναι								
	Όχι								
Ασύμμετρος	Ναι								
	Όχι								

3. Να αφαιρέσετε τον αγωγό του ουδετέρου. Να καταγράψετε τις μετρήσεις για το κύκλωμα αυτό (αστέρας 3 αγωγών) στον Πίνακα 2. Τι παρατηρείτε;
4. Να συνδέσετε την 1η αντίσταση του πάγκου παράλληλα σε μία από τις αντιστάσεις του αστέρα έτσι ώστε το φορτίο να γίνει ασύμμετρο. Να μετρήσετε τα ρεύματα πρώτα με τον αγωγό του ουδετέρου συνδεδεμένο και μετά χωρίς αυτόν. Να καταγράψετε τις μετρήσεις στον Πίνακα 2. Τι παρατηρείτε;
5. Στην τελευταία περίπτωση του βήματος 4 δηλαδή στην περίπτωση του ασύμμετρου αστέρα 3 αγωγών να μετρήσετε τις τάσεις μεταξύ κάθε φάσης και του κόμβου Ο. Να καταγράψετε τις τιμές στον Πίνακα 3.

Πίνακας 3: Τιμές τάσεων στους κλάδους ασύμμετρου αστέρα 3 αγωγών

Τάση	Μετρήσεις	Υπολογισμοί
U_{AO}		
U_{BO}		
U_{CO}		
U_{ON}		

5.4 Ερωτήσεις – Υπολογισμοί - ρεύμα

- Με βάση τις τιμές των αντιστάσεων του Πίνακα 1 και φασική τάση $V_\phi = 230 \text{ V}$, να υπολογίσετε τις τιμές των ρευμάτων σε κάθε περίπτωση του Πίνακα 2 και να καταγράψετε τις τιμές στις κατάλληλες στήλες.
- Να υπολογίσετε τις τάσεις στους κλάδους του φορτίου στην περίπτωση του ασύμμετρου αστέρα 3 αγωγών και να καταγράψετε τις τιμές στην αντίστοιχη στήλη του Πίνακα 3.
- Να σχεδιάσετε υπό κατάλληλη κλίμακα το διανυσματικό διάγραμμα τάσεων και ρευμάτων σε κάθε περίπτωση του Πίνακα 2.
- Τι πρόβλημα προκύπτει αν διακοπεί ο ουδέτερος σε μια τριφασική εγκατάσταση;

5.5 Θεωρία - ισχύς

5.5.1 Ισχύς σε τριφασικά κυκλώματα αστέρα

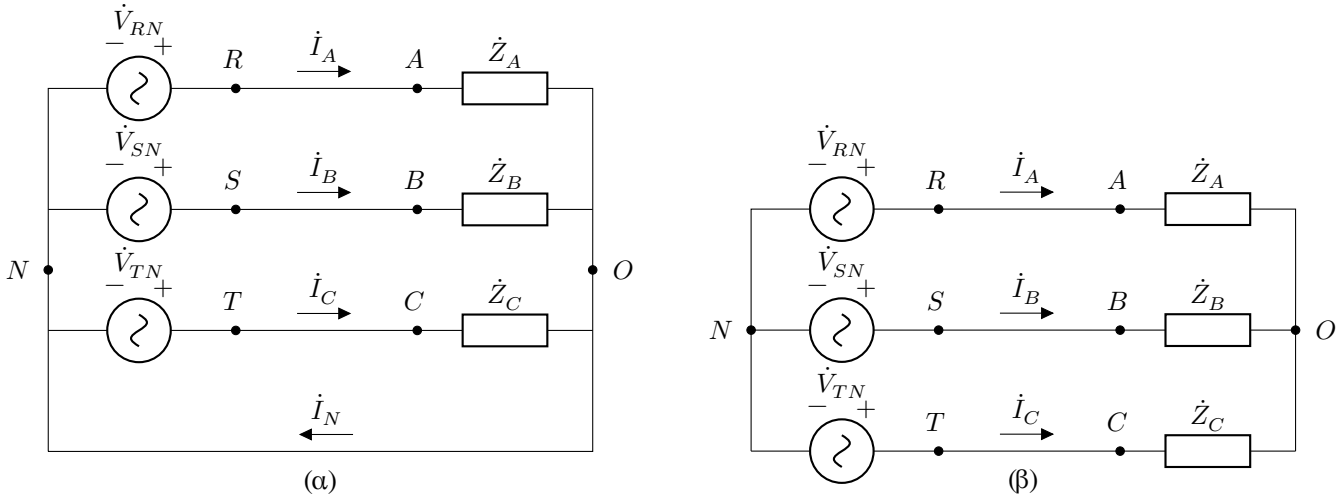
Έστω ότι το φορτίο είναι συνδεδεμένο σε αστέρα, όπως φαίνεται στο Σχ. 33. Η ενεργός ισχύς που απορροφά γενικά είναι

$$P = P_A + P_B + P_C = V_{AO}I_A \cos \phi_A + V_{BO}I_B \cos \phi_B + V_{CO}I_C \cos \phi_C \quad (10)$$

όπου V_{AO} , V_{BO} , V_{CO} , οι rms τιμές των τάσεων στα άκρα των κλάδων του αστέρα, I_A , I_B , I_C οι rms τιμές των ρευμάτων των κλάδων του αστέρα (που είναι ίδια με τα ρεύματα των γραμμών) και ϕ_A , ϕ_B , ϕ_C , οι γωνίες μεταξύ

των τάσεων και των αντίστοιχων ρευμάτων. Αυτές είναι και οι γωνίες των συνθέτων αντιστάσεων \dot{Z}_A , \dot{Z}_B και \dot{Z}_C .

Εναλλακτικά, η ενεργός ισχύς π.χ. P_A μπορεί να υπολογιστεί και από $\Re\{\dot{S}_A\}$ όπου $\dot{S}_A = \dot{V}_{AO}\dot{I}_A^*$ η μιγαδική ισχύς για το \dot{Z}_A .



Σχήμα 33: Συνδεσμολογία αστέρα - αστέρα. α) 4 αγωγών. β) 3 αγωγών

Η ενεργός ισχύς ενός φορτίου σε συνδεσμολογία αστέρα 4 αγωγών είναι

$$P = P_A + P_B + P_C = V_{AN}I_A \cos \phi_A + V_{BN}I_B \cos \phi_B + V_{CN}I_C \cos \phi_C \quad (11)$$

όπου V_{AN} , V_{BN} , V_{CN} , οι rms τιμές των φασικών τάσεων της πηγής.

Η πηγή θεωρείται συμμετρική, επομένως

$$V_{AN} = V_{BN} = V_{CN} = V_\phi$$

Αν το φορτίο είναι επίσης συμμετρικό, τότε είτε είναι συνδεδεμένος ο κόμβος O του φορτίου με τον ουδέτερο κόμβο N της πηγής είτε όχι θα ισχύει ότι

$$V_{AO} = V_{BO} = V_{CO} = V_\phi$$

$$I_A = I_B = I_C = I$$

$$\phi_A = \phi_B = \phi_C = \phi$$

Επομένως

$$P = 3V_\phi I \cos \phi$$

Με τον ίδιο τρόπο προκύπτει ότι στην περίπτωση του συμμετρικού αστέρα η άεργος ισχύς είναι

$$Q = 3V_\phi I \sin \phi$$

και η φαινομένη ισχύς είναι

$$S = 3V_\phi I$$

5.5.2 Μέτρηση ισχύος σε τριφασικά συστήματα αστέρα

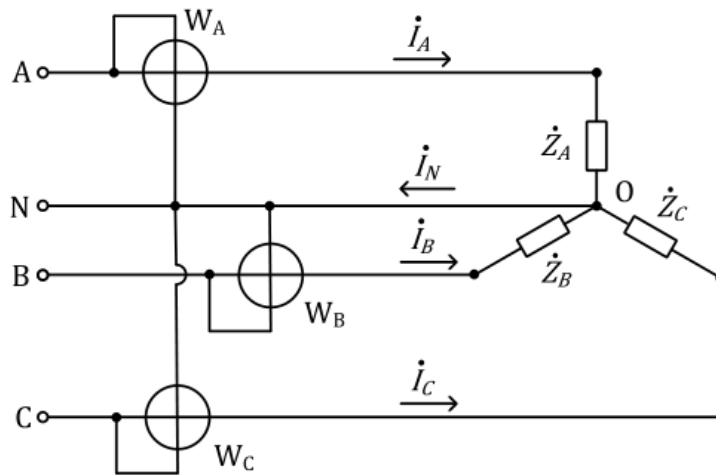
Η ενεργός ισχύς ενός φορτίου σε συνδεσμολογία αστέρα 4 αγωγών υπολογίζεται από την εξ. (11). Η ισχύς αυτή μπορεί να μετρηθεί με ένα τριφασικό βαττόμετρο ή με 3 μονοφασικά. Στο εργαστήριο θα χρησιμοποιήσουμε μονοφασικά βαττόμετρα.

Για να μετρήσουμε την ενεργό ισχύ σε σύστημα αστέρα 4 αγωγών αρκεί να συνδέσουμε 3 μονοφασικά βαττόμετρα, όπως φαίνεται στο Σχ. 34. Οι ενδείξεις τους θα είναι

$$W_A = V_{AO}I_A \cos \phi_A = V_{AN}I_A \cos \phi_A$$

$$W_B = V_{BO}I_B \cos \phi_B = V_{BN}I_B \cos \phi_B$$

$$W_C = V_{CO}I_C \cos \phi_C = V_{CN}I_C \cos \phi_C$$



Σχήμα 34: Μέτρηση ενεργού ισχύος σε αστέρα 4 αγωγών με 3 μονοφασικά βαττόμετρα.

Η ένδειξη του κάθε βαττομέτρου είναι η ενεργός ισχύς της κάθε φάσης του φορτίου. Η συνολική ενεργός ισχύς θα είναι

$$P = W_A + W_B + W_C$$

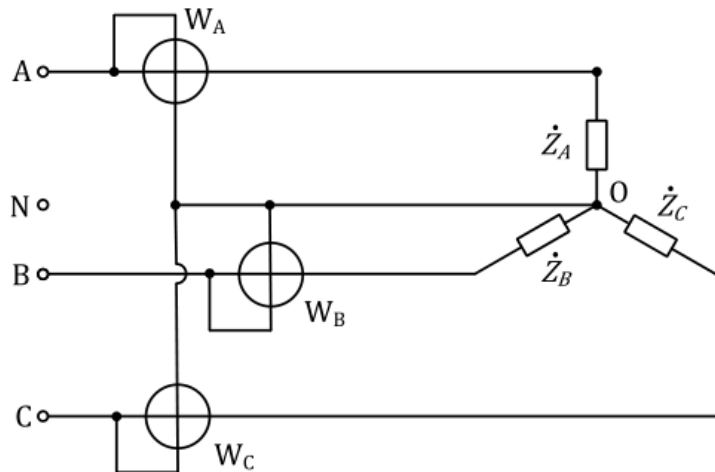
Αν δεν υπάρχει αγωγός ουδέτερου, δηλαδή αν έχουμε συνδεσμολογία αστέρα 3 αγωγών, τότε η ισχύς υπολογίζεται από την εξ. (10). Στην περίπτωση αυτή μπορούμε και πάλι να χρησιμοποιήσουμε 3 βαττόμετρα, αρκεί να υπάρχει πρόσβαση στον κόμβο Ο του φορτίου. Δημιουργούμε τότε έναν εικονικό ουδέτερο, όπως φαίνεται στο Σχ. 35. Οι ενδείξεις των βαττομέτρων θα είναι

$$W_A = V_{AO} I_A \cos \phi_A$$

$$W_B = V_{BO} I_B \cos \phi_B$$

$$W_C = V_{CO} I_C \cos \phi_C$$

Δηλαδή και πάλι το κάθε βαττόμετρο μετρά την ενεργό ισχύ μιας φάσης του φορτίου.

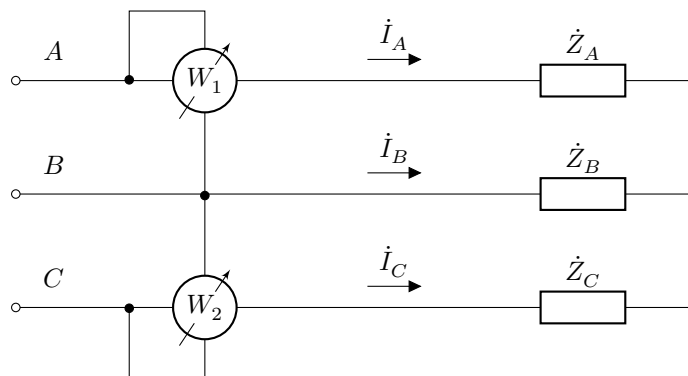


Σχήμα 35: Μέτρηση ενεργού ισχύος σε αστέρα 3 αγωγών με 3 μονοφασικά βαττόμετρα και εικονικό ουδέτερο.

Υπάρχει όμως περίπτωση να μην έχουμε πρόσβαση στον κοινό κόμβο του φορτίου του αστέρα ή να μην υπάρχει ουδέτερος, όπως συμβαίνει στην περίπτωση του τριγώνου. Δύο βαττόμετρα συνδεδεμένα σε οποιοσδήποτε δύο γραμμές ενός τριφασικού συστήματος 3 αγωγών, με το φορτίο σε αστέρα ή σε τρίγωνο, συμμετρικό ή ασύμμετρο, όπως είναι για παράδειγμα στο Σχ. 36, δίνουν τη συνολική τριφασική ισχύ αν αθροίσουμε τις ενδείξεις τους (διάταξη Aron).

Αν τα δύο βαττόμετρα συνδεθούν στις φάσεις Α και C, τότε η συνολική ενεργός ισχύς που απορροφά το φορτίο είναι:

$$P = W_1 + W_2$$



Σχήμα 36: Μέτρηση ενεργού ισχύος σε σύστημα 3 αγωγών με 2 μονοφασικά βαττόμετρα. Μέθοδος Aron.

όπου W_1 και W_2 οι ενδείξεις των δύο βαττομέτρων.

Μπορούμε να υπολογίσουμε ποιες θα είναι οι ενδείξεις των δύο βαττομέτρων από τις τάσεις που εφαρμόζονται στα πηνία τάσης τους και τα ρεύματα που διαρρέουν τα πηνία έντασής τους. Στην περίπτωση του Σχ. 36 θα είναι

$$P = W_1 + W_2 = V_{AB}I_A \cos(\phi_{v_{AB}} - \phi_{i_A}) + V_{CB}I_C \cos(\phi_{v_{CB}} - \phi_{i_C})$$

όπου $\phi_{v_{AB}}$, $\phi_{v_{CB}}$ οι γωνίες των τάσεων \dot{V}_{AB} , \dot{V}_{CB} και ϕ_{i_A} , ϕ_{i_C} οι γωνίες των ρευμάτων των γραμμών \dot{I}_A , \dot{I}_C .

Εναλλακτικά:

$$P = W_1 + W_2 = \Re\{\dot{V}_{AB}\dot{I}_A^*\} + \Re\{\dot{V}_{CB}\dot{I}_C^*\}$$

όπου \dot{V}_{AB} η πολική τάση AB και \dot{V}_{CB} η αντίθετη πολική τάση BC .

Πρέπει να τονίσουμε εδώ ότι η κάθε μία από τις δύο ενδείξεις ξεχωριστά δεν έχει κανένα νόημα, καθώς δεν αντιστοιχεί σε καμιά πραγματική τιμή ενεργού ισχύος του κυκλώματος.

Αν η διαφορά φάσης μεταξύ τάσης και ρεύματος σε ένα από τα βαττόμετρα είναι πάνω από 90° τότε η βελόνα του βαττομέτρου τείνει να στραφεί προς αρνητικές τιμές. Τότε αρκεί να αντιστρέψουμε τη σύνδεση του πηνίου ρεύματος, οπότε η βελόνα θα δείξει θετική τιμή, την οποία πρέπει να λάβουμε υπόψη με αρνητικό πρόσημο κατά την άθροιση των τιμών.

5.6 Πειραματική διαδικασία - ισχύς

1. Να συνδέσετε τις αντιστάσεις του πάγκου σας σε συνδεσμολογία συμμετρικού αστέρα 4 αγωγών. Να συνδέσετε 3 βαττόμετρα για τη μέτρηση της ενεργού ισχύος. Να καταγράψετε τις μετρήσεις στον Πίνακα 1.
2. Να επαναλάβετε τη διαδικασία του προηγούμενου βήματος για συμμετρικό αστέρα 3 αγωγών, για ασύμμετρο αστέρα 4 αγωγών και για ασύμμετρο αστέρα 3 αγωγών.
3. Στην περίπτωση αστέρα 3 αγωγών, συμμετρικού και ασύμμετρου, να μετρήσετε την ενεργό ισχύ με τη μέθοδο των 2 βαττομέτρων (Aron). Να καταγράψετε τις μετρήσεις στον Πίνακα 2.

5.7 Ερωτήσεις – Υπολογισμοί - Ισχύς

1. Να υπολογίσετε τις τιμές της ισχύος σε κάθε μία από τις περιπτώσεις του Πίνακα 1 και του Πίνακα 2 και να καταγράψετε τα αποτελέσματα στις κατάλληλες στήλες. Για τους υπολογισμούς μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τις τιμές τάσεων και ρευμάτων που υπολογίσατε στην Άσκηση 4.
2. Σε κύκλωμα συνδεσμολογίας αστέρα 3 αγωγών πραγματοποιείται μέτρηση της ισχύος με τη μέθοδο Aron. Τα πηνία έντασης των βαττομέτρων συνδέονται στις φάσεις A και C. Να υπολογίσετε τις ενδείξεις των δύο βαττομέτρων και τη συνολική ενεργό ισχύ που απορροφά το φορτίο. Δίνονται τα ρεύματα των γραμμών $\dot{I}_A = 29.72/80^\circ$ A, $\dot{I}_B = 57.3/-9.9^\circ$ A, $\dot{I}_C = 57.3/179.9^\circ$ A. Οι φασικές τάσεις της πηγής είναι 230 V με θετική ακολουθία φάσεων.

Πίνακας 1: Μετρήσεις ενεργού ισχύος σε τριφασικό φορτίο σε συνδεσμολογία αστέρα 3 και 4 αγωγών με τρία βαττόμετρα

		Μετρήσεις				Υπολογισμοί			
Αστέρας	Σύνδεση ουδετέρου	P_A	P_B	P_C	P	P_A	P_B	P_C	P
Συμμετρικός	Ναι								
	Όχι								
Ασύμμετρος	Ναι								
	Όχι								

Πίνακας 2: Μετρήσεις ενεργού ισχύος σε τριφασικό φορτίο σε συνδεσμολογία αστέρα 3 αγωγών με τη μέθοδο Aron

		Μετρήσεις			Υπολογισμοί		
Αστέρας		W_1	W_2	P	W_1	W_2	P
Συμμετρικός							
Ασύμμετρος							

6 Μετρήσεις Ρεύματος και Ισχύος σε Τρίγωνο

6.1 Στόχος

Μετρήσεις ρεύματος και ισχύος (με 2 βαττόμετρα - μέθοδος Aron) σε συμμετρικό και ασύμμετρο φορτίο σε συνδεσμολογία τριγώνου.

6.2 Θεωρία

Έστω ότι το φορτίο είναι συνδεδεμένο σε τρίγωνο, όπως φαίνεται στο Σχ. 37.

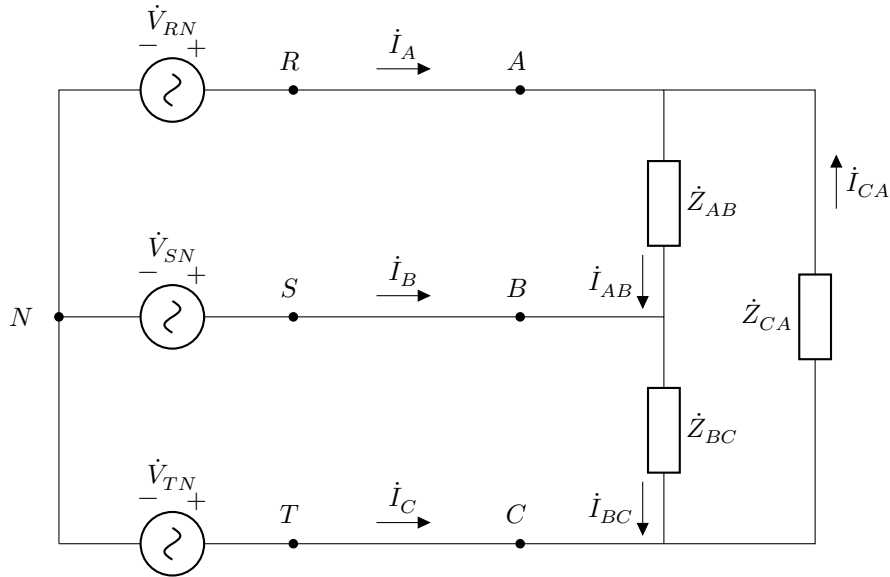
Η τάση στα άκρα κάθε κλάδου του φορτίου (εφόσον οι γραμμές μεταφοράς δεν έχουν κάποια εμπέδηση) είναι ίση με την αντίστοιχη πολική τάση της πηγής. Επομένως τα ρεύματα των κλάδων του τριγώνου είναι:

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{V}_{AB}}{\dot{Z}_{AB}} \quad \dot{I}_{BC} = \frac{\dot{V}_{BC}}{\dot{Z}_{BC}} \quad \dot{I}_{CA} = \frac{\dot{V}_{CA}}{\dot{Z}_{CA}} \quad (12)$$

Τα ρεύματα γραμμών δεν είναι ίδια με τα ρεύματα κλάδων του φορτίου. Αν εφαρμόσουμε το νόμο ρευμάτων του Kirchhoff στις κορυφές του τριγώνου προκύπτουν οι εξισώσεις:

$$\begin{aligned} \dot{I}_A + \dot{I}_{CA} &= \dot{I}_{AB} \Rightarrow \dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} \\ \dot{I}_B + \dot{I}_{AB} &= \dot{I}_{BC} \Rightarrow \dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB} \\ \dot{I}_C + \dot{I}_{BC} &= \dot{I}_{CA} \Rightarrow \dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC} \end{aligned} \quad (13)$$

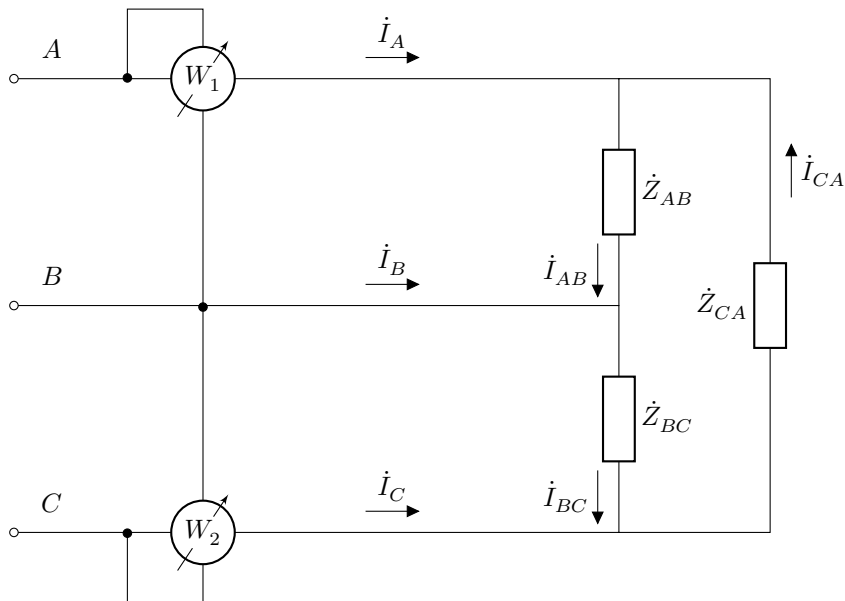
Τα παραπάνω τονίζεται ότι ισχύουν όταν οι γραμμές μεταφοράς δεν έχουν κάποια εμπέδηση. Διαφορετικά μπορούν να γίνουν διάφοροι μετασχηματισμοί: πηγή από φασικές σε πολικές τάσεις και φορτίο από τρίγωνο σε αστέρα έτσι ώστε να απορροφηθούν τυχόν εμπεδήσεις γραμμών και να γίνουν οι υπολογισμοί με τον απλούστερο δυνατό τρόπο. Και φυσικά ισχύουν πάντα οι κανόνες Kirchhoff.



Σχήμα 37: Σύνδεση αστέρας - τρίγωνο

Μέτρηση ρεύματος σημαίνει ότι στη γενική περίπτωση έχουμε 6 διαφορετικά ρεύματα άρα συνδέουμε ένα αμπερόμετρο σε κάθε γραμμή του κυκλώματος (συνολικά 6 αμπερόμετρα).

Για μέτρηση ισχύος δεν υπάρχει κοινός κόμβος στο φορτίο (συδέτερος). Έχουμε 3 αγωγούς, επομένως εφαρμόζουμε διάταξη Aron με 2 βαττόμετρα, Σχ. 38.



Σχήμα 38: Μέτρηση ισχύος φορτίου τριγώνου με διάταξη Aron.

Όπως και στην περίπτωση του αστέρα, αν τα δύο βαττόμετρα συνδεθούν στις φάσεις A και C, τότε η συνολική ενεργός ισχύς που απορροφά το φορτίο είναι:

$$P = W_1 + W_2$$

όπου W_1 και W_2 οι ενδείξεις των δύο βαττομέτρων.

Μπορούμε να υπολογίσουμε ποιες θα είναι οι ενδείξεις των δύο βαττομέτρων από τις τάσεις που εφαρμόζονται στα πηνία τάσης τους και τα ρεύματα που διαρρέουν τα πηνία έντασής τους. Στην περίπτωση του Σχ. 38 θα είναι

$$P = W_1 + W_2 = V_{AB}I_A \cos(\phi_{v_{AB}} - \phi_{i_A}) + V_{CB}I_C \cos(\phi_{v_{CB}} - \phi_{i_C})$$

όπου $\phi_{v_{AB}}$, $\phi_{v_{CB}}$ οι γωνίες των τάσεων \dot{V}_{AB} , \dot{V}_{CB} και ϕ_{i_A} , ϕ_{i_C} οι γωνίες των ρευμάτων των γραμμών \dot{I}_A , \dot{I}_C .

Εναλλακτικά:

$$P = W_1 + W_2 = \Re\{\dot{V}_{AB}\dot{I}_A^*\} + \Re\{\dot{V}_{CB}\dot{I}_C^*\}$$

όπου \dot{V}_{AB} η πολική τάση AB και $\dot{V}_{CB} = -\dot{V}_{BC}$ η αντίθετη πολική τάση BC.

6.3 Πειραματική διαδικασία

1. Να συνδέσετε τις τρεις ωμικές αντιστάσεις του πάγκου σας (2η, 3η και 4η αντίσταση) σε συνδεσμολογία συμμετρικού τριγώνου. Να συνδέσετε αμπερόμετρα για μέτρηση των ρευμάτων των κλάδων του τριγώνου και των ρευμάτων των γραμμών. Να τροφοδοτήσετε το φορτίο και να καταγράψετε τις τιμές των ρευμάτων στον Πίνακα 1.

Πίνακας 1: Ρεύματα σε τριφασικό φορτίο σε συνδεσμολογία Δ

	Μετρήσεις						Υπολογισμοί					
Τρίγωνο	I_{AB}	I_{BC}	I_{CA}	I_A	I_B	I_C	I_{AB}	I_{BC}	I_{CA}	I_A	I_B	I_C
Συμμετρικό												
Ασύμμετρο												

2. Να εντοπίσετε τις φάσεις μεταξύ των οποίων έχετε συνδέσει την κάθε αντίσταση του πάγκου και να τις καταγράψετε στον Πίνακα 2. Τις τιμές των αντιστάσεων μπορείτε να τις βρείτε στον Πίνακα 1 της Άσκησης 4.
3. Να συνδέσετε την τέταρτη αντίσταση του πάγκου παράλληλα με έναν από τους κλάδους του τριγώνου για να δημιουργήσετε ασύμμετρο φορτίο. Να μετρήσετε τα ρεύματα και να καταγράψετε τις τιμές στον Πίνακα 1.
4. Να συνδέσετε βαττόμετρα στο κύκλωμα για μέτρηση της ενεργού ισχύος. Να σημειώσετε σε ποιες φάσεις συνδέσατε τα πηνία έντασης των βαττομέτρων. Να καταγράψετε τις ενδείξεις των βαττομέτρων και τη συνολική ισχύ στον Πίνακα 3.

Πίνακας 2: Τιμές αντιστάσεων πάγκου

	Τιμή	Συνδέθηκε μεταξύ των φάσεων:
R_1		
R_2		
R_3		
R_4		

Πίνακας 3: Μετρήσεις ενεργού ισχύος σε τριφασικό φορτίο σε συνδεσμολογία τριγώνου

	Μετρήσεις			Υπολογισμοί		
Τρίγωνο	W_1	W_2	P	W_1	W_2	P
Συμμετρικό						
Ασύμμετρο						

Πηνίο έντασης βαττομέτρου 1 στη φάση: A. Πηνίο έντασης βαττομέτρου 2 στη φάση: C.

6.4 Ερωτήσεις – Υπολογισμοί

1. Να υπολογίσετε τις τιμές των φασικών και πολικών ρευμάτων στις περιπτώσεις συμμετρικού και ασύμμετρου τριγώνου και να καταγράψετε τα αποτελέσματα στον Πίνακα 1. Χρησιμοποιείστε φασική τάση $V_\phi = 230 \text{ V}$ και ορθή διαδοχή φάσεων.
2. Να υπολογίσετε τις ενδείξεις των βαττομέτρων και τη συνολική ισχύ και να καταγράψετε τις τιμές στον Πίνακα 3.
3. Από τις μετρήσεις που λάβατε να επαληθεύσετε τη σχέση μεταξύ ρευμάτων κλάδων (φασικών) και γραμμών (πολικών) σε συμμετρικό τρίγωνο.
4. Να σχεδιάσετε σε κατάλληλα βαθμολογημένη κλίμακα τα διανυσματικά διαγράμματα τάσεων και ρευμάτων στο συμμετρικό και το ασύμμετρο τρίγωνο.
5. Μπορεί ένα βαττόμετρο της διάταξης Aron να δείξει μηδέν ενώ διαρρέεται από ρεύμα; Πότε συμβαίνει αυτό;
6. Σε κύκλωμα συνδεσμολογίας τριγώνου πραγματοποιείται μέτρηση της ισχύος με τη μέθοδο Aron. Τα πηνία έντασης των βαττομέτρων συνδέονται στις φάσεις A και C. Να υπολογίσετε τις ενδείξεις των δύο βαττομέτρων και τη συνολική ενεργό ισχύ που απορροφά το φορτίο. Δίνονται τα ρεύματα των γραμμών $\dot{I}_A = 5/\underline{35^\circ} \text{ A}$, $\dot{I}_C = 5/\underline{120^\circ} \text{ A}$. Οι πολικές τάσεις της πηγής είναι 400 V με θετική ακολουθία φάσεων.