

Ηλεκτρικά Κυκλώματα II

Διάλεξη 09

Α. Δροσόπουλος

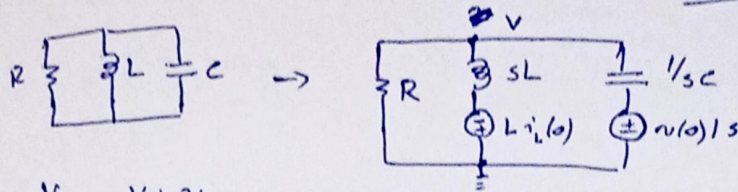
18-05-2023

1 Laplace. Επανάληψη και Ασκήσεις.

- Πίνακες (laplacev1, σελ 3,4) - (lecture07, σελ 31,32,33)
- Παράδειγμα octave/matlab Solving ODEs with the Laplace transform in Matlab (lapodex.m)
- Κυκλώματα 1ης τάξης, φόρτιση/εκφόρτιση πυκνωτή/πηνίου. Σημειώσεις θεωρίας Ηλεκτροτεχνίας II (σελ 22-28). Εφαρμογή με spice (capi.asc, coili.asc). Laplacev1, σελ 4-6.
- Κυκλώματα 2ας τάξης. Σημειώσεις θεωρίας Ηλεκτροτεχνίας II (σελ 32-35). Τα 3 παραδείγματα με laplace.
- Επιπλέον ασκήσεις. Laplacev1 σελ 6-15.

Παράδειγμα (13.1), Ευρωπαϊκός σελ 33

Ολοκληρωμένο πρόβλημα παράλληλο RLC. $R = \frac{2}{3} \Omega$, $L = \frac{1}{2} H$, $C = \frac{1}{3} F$
 με $v(0) = 10V$, $i_L(0) = 2A$. Να βρεθεί η $v(t)$ για $t > 0$.



$$\frac{V}{R} + \frac{V + 2L}{sL} + \frac{V - 10/s}{1/sC} = 0$$

$$\frac{V}{R} + \frac{V}{sL} + \frac{2}{s} + sC V - \frac{10 \cdot sC}{s} = 0$$

$$V \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{sL} + sC \right) = 10C - \frac{2}{s}$$

$$V = \frac{\left(10C - \frac{2}{s}\right) sRL}{sL + R + sC \cdot sRL} = \frac{\left(5 - \frac{2}{s}\right) s \frac{2}{3}}{s + \frac{2}{3} + s^2 \frac{1}{2} \frac{2}{3}} = \frac{\frac{10}{3}s - \frac{4}{3}}{\frac{1}{3}s^2 + s + \frac{2}{3}} =$$

$$= \frac{\frac{10}{3} \left(s - \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{10} \right)}{\frac{1}{3}(s+1)(s+2)} = \frac{10 \left(s - \frac{2}{5} \right)}{(s+1)(s+2)} = \frac{A}{s+1} + \frac{B}{s+2}$$

$$\frac{1}{3}s^2 + s + \frac{2}{3} = 0 \Rightarrow s_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}}}{2 \cdot \frac{1}{3}} = \frac{-1 \pm \sqrt{1/9}}{2/3} = -\frac{3}{2} \pm \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$$

$$A = \left. \frac{10 \left(s - \frac{2}{5} \right)}{s+2} \right|_{s=-1} = -14 \quad = \begin{cases} -1 \\ -2 \end{cases}$$

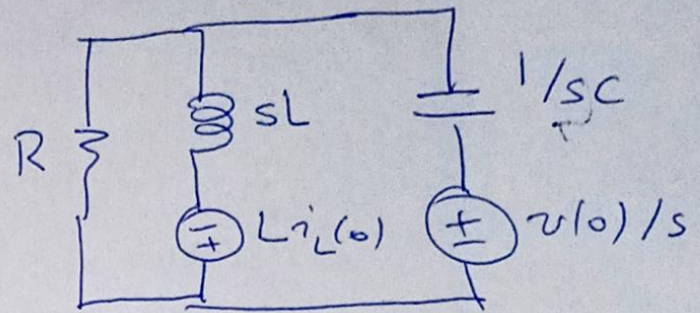
$$B = \left. \frac{10 \left(s - \frac{2}{5} \right)}{s+1} \right|_{s=-2} = 24$$

$$V = -\frac{14}{s+1} + \frac{24}{s+2} \rightarrow v(t) = -14e^{-t} + 24e^{-2t}$$

για $t > 0$

no 13.1 $V(s) = \frac{-14}{s+1} + \frac{24}{s+2}$

$$v(t) = -14e^{-t} + 24e^{-2t}$$



13.2 $R=1\Omega$ $v(0)=5V$
 $L=1H$ $i_L(0)=-6A$
 $C=\frac{1}{4}F$

$$\frac{\frac{5}{s}}{\frac{4}{s}} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{V}{R} + \frac{V+(-6)}{s} + \frac{V-5/s}{4/s} = 0$$

$$V\left(1 + \frac{1}{s} + \frac{s}{4}\right) = \frac{6}{s} + \frac{5}{4} = \frac{24+5s}{4s} \Rightarrow V = \frac{24+5s}{4s} \cdot \frac{4s}{s^2+4s+4} = \frac{5s+24}{s^2+4s+4} = \frac{5(s+24/5)}{(s+2)^2}$$

$$s^2+4s+4=0 \Rightarrow s_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16-4 \cdot 4}}{2} = -2 \pm 0i \Rightarrow \text{damped oscillation}$$

$$(s+2)^2 = s^2+4s+4$$

$$V = \frac{5s+24}{(s+2)^2} = \frac{A}{s+2} + \frac{B}{(s+2)^2}$$

$$5s+24 \Big|_{s=-2} = B = 14$$

$$= \frac{5}{s+2} + \frac{14}{(s+2)^2}$$

$$\frac{d}{ds} \left[\frac{5s+24}{(s+2)^2} \right] = 5 = A$$

$$v(t) = 5e^{-2t} + 14te^{-2t} = e^{-2t}(14t+5) \quad t \geq 0$$

13.3

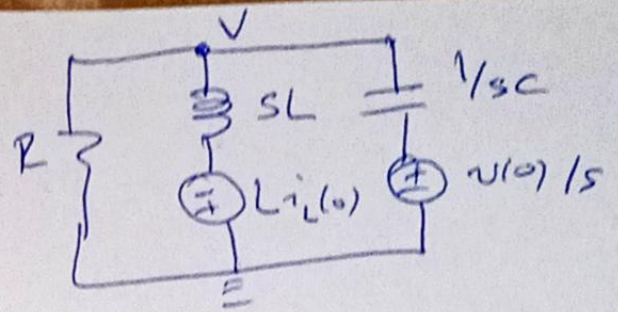
$R = 9 \Omega$

$L = 8.9 \text{ mH}$

$C = 3 \mu\text{F}$

$v(0) = 10 \text{ V}$

$i_L(0) = -2 \text{ A}$



$$\frac{V}{R} + \frac{V - 2L}{sL} + \frac{V - 10/s}{1/sC} = 0$$

$$V \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{sL} + sC \right) = \frac{2}{s} + 10C \Rightarrow$$

$$V = \frac{2 + 10Cs}{\frac{1}{R} + \frac{1}{sL} + sC} =$$

$$\frac{2 + 10Cs}{sL + R + sC \cdot sL R}$$

$$\Rightarrow V = \frac{10 \cdot RLCs + 2RL}{RLCs^2 + Ls + R}$$

$$V = \frac{k}{s-s_1} + \frac{k^*}{s-s_2}$$

$s_{1,2} = -18.519 \pm j198.34$

$$k = (s-s_1)V = \frac{10RLCs_1 + 2RL}{RLC(s_1-s_2)} = 5 - j1.214 = 5.145 \angle -13.6^\circ$$

$\delta \approx t \approx 0$

$$v(t) = 10.29 e^{-18.519t} \cos(198.34t - 13.6^\circ)$$

$\cos(A-B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$

$$= e^{-18.519t} \left(10 \cos(198.34t) + 2.43 \sin(198.34t) \right)$$