

Ηλεκτρικά Κυκλώματα II

Διάλεξη 08

Α. Δροσόπουλος

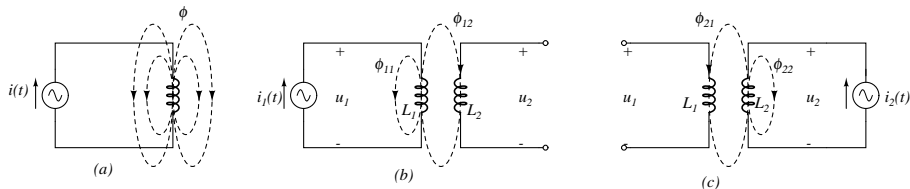
11-05-2023

- 1 Μαγνητικά συζευγμένα κυκλώματα. Μετασχηματιστές.

- Κυκλώματα μαγνητικής σύζευξης. Περιέχουν στοιχεία που αλληλεπιδρούν με μαγνητικά πεδία.
- Δομικός λίθος ο μετασχηματιστής.
- Ο μετασχηματιστής χρησιμοποιεί δυο πηνία, μαγνητικά συζευγμένα, για να μεταφέρει ενέργεια από το ένα στο άλλο.
- Οι μετασχηματιστές είναι βασικά στοιχεία σε κυκλώματα ισχύος όπου χρησιμοποιούνται στην αλλαγή τάσης ή ρεύματος. Χρησιμοποιούνται επίσης για προσαρμογή εμπεδήσεων και ηλεκτρική απομόνωση μεταξύ διαφορετικών τμημάτων σε κυκλώματα.

Αμοιβαία επαγωγή

Τι είναι αμοιβαία επαγωγή;



Σχήμα: Μαγνητική ροή που παράγεται από ένα πηνίο (a). Αλληλεπίδραση μεταξύ δυο πηνίων (b), (c).

Ο νόμος της επαγωγής του Faraday λέει ότι, αν έχουμε ένα πηνίο στο οποίο υπάρχει μεταβολή της μαγνητικής ροής ϕ που διέρχεται μέσα από τις N σπείρες του πηνίου, τότε στα άκρα του πηνίου εμφανίζεται τάση:

$$v = N \frac{d\phi}{dt}$$

με πολικότητα που να αντιτίθεται στο αίτιο που προκαλεί τη μεταβολή της ϕ (νόμος Lenz). Η μαγνητική ροή οφείλεται στο ρεύμα που διαρρέει το πηνίο, π.χ. για σωληνοειδές πηνίο, με N σπείρες και μήκος ℓ , έχουμε

$$\phi(t) = B(t)S = \frac{\mu_0 i(t)N}{\ell} S = kNi(t)$$

Ίδια σχέση με κάποιο συντελεστή k που εξαρτάται μόνο από τα γεωμετρικά και μαγνητικά χαρακτηριστικά ισχύει για οποιοδήποτε πηνίο.

Επομένως, αν έχουμε δυο πηνία 1 και 2 μέσα από τα οποία διέρχεται ρεύμα $i_1(t)$ και $i_2(t)$ αντίστοιχα, και τα πηνία είναι μακριά το ένα από το άλλο, οι αντίστοιχες μαγνητικές ροές θα είναι

$$\phi_1(t) = k_1 N_1 i_1(t) \qquad \phi_2(t) = k_2 N_2 i_2(t)$$

και οι αντίστοιχες ηλεκτρεγερτικές δυνάμεις στα άκρα κάθε πηνίου:

$$v_{11}(t) = N_1 \frac{d\phi_1}{dt} = k_1 N_1^2 \frac{di_1}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt}$$

$$v_{22}(t) = N_2 \frac{d\phi_2}{dt} = k_2 N_2^2 \frac{di_2}{dt} = L_2 \frac{di_2}{dt}$$

Οι δυο δείκτες, π.χ. 12 σημαίνουν ότι το αποτέλεσμα στο στοιχείο 1 δημιουργείται από το αίτιο στο στοιχείο 2. Επομένως, οι τάσεις $v_{11}(t)$, $v_{22}(t)$ είναι οι τάσεις εξ αυτεπαγωγής στα δυο πηνία.

Αμοιβαία επαγωγή

Ας θεωρήσουμε τώρα δυο πηνία με αυτεπαγωγές L_1 , L_2 που βρίσκονται κοντά το ένα στο άλλο. Το πηνίο 1 έχει N_1 τυλίγματα ενώ το πηνίο 2 έχει N_2 τυλίγματα. Μέρος της μαγνητικής ροής κάθε πηνίου εμπλέκεται και διέρχεται από τις σπείρες του άλλου πηνίου. Υπάρχει αμοιβαία επαγωγή (mutual inductance). Οι αντίστοιχες μαγνητικές ροές είναι

$$\phi_{12}(t) = k_{12}N_2i_2(t) \qquad \phi_{21}(t) = k_{21}N_1i_1(t)$$

Η ροή $\phi_{12}(t)$ είναι η ροή στο πηνίο 1 λόγω του ρεύματος στο πηνίο 2 και η ροή $\phi_{21}(t)$ είναι η ροή στο πηνίο 2 λόγω του ρεύματος στο πηνίο 1. Όταν οι ροές και τα ρεύματα μεταβάλλονται, τότε έχουμε την εμφάνιση τάσεων εξ επαγωγής

$$v_{12}(t) = N_1 \frac{d\phi_{12}}{dt} = k_{12}N_1N_2 \frac{di_2}{dt} = M_{12} \frac{di_2}{dt}$$

$$v_{21}(t) = N_2 \frac{d\phi_{21}}{dt} = k_{21}N_2N_1 \frac{di_1}{dt} = M_{21} \frac{di_1}{dt}$$

όπου M_{12} , M_{21} είναι οι συντελεστές αμοιβαίας επαγωγής.

Για γραμμικά μαγνητικά υλικά $k_{12} = k_{21} = k_M$ οπότε και $M_{12} = M_{21} = M$. Οπότε οι ολικές τάσεις σε κάθε πηνίο είναι

$$v_1(t) = v_{11}(t) + v_{12}(t) = L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt}$$

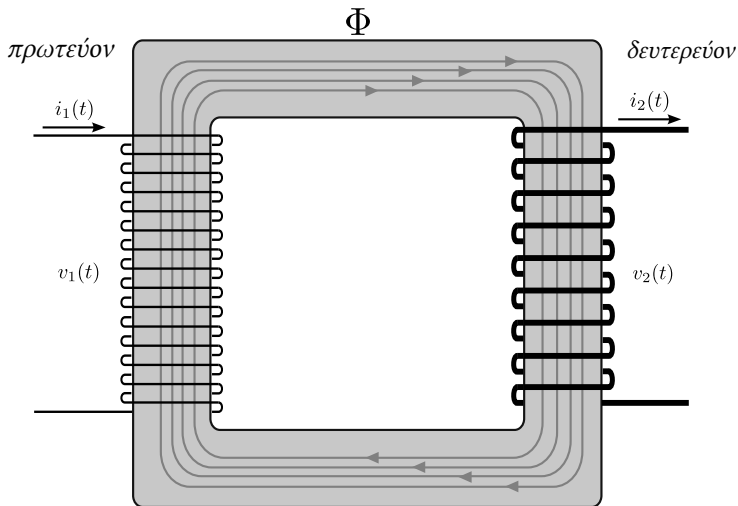
$$v_2(t) = v_{22}(t) + v_{21}(t) = L_2 \frac{di_2}{dt} \pm M \frac{di_1}{dt}$$

Η αμοιβαία επαγωγή είναι η ιδιότητα ενός επαγωγέα να δημιουργεί επαγωγικά μια τάση στα άκρα ενός άλλου, γειτονικού επαγωγέα, ανάλογα με την μεταβολή του ρεύματος στον πρώτο.

Σαν φυσικό μέγεθος, η αμοιβαία επαγωγή είναι πάντοτε θετική. Η επαγόμενη τάση όμως Mdi/dt μπορεί να είναι είτε θετική, είτε αρνητική.

Αντίθετα με την τάση εξ αυτεπαγωγής Ldi/dt , της οποίας η πολικότητα εξαρτάται από το ρεύμα που διαρρέει τον επαγωγέα και τον νόμο του Lenz, η πολικότητα της αμοιβαίας επαγωγής Mdi/dt εξαρτάται από το τι γίνεται σε 4 ακροδέκτες συμπεριλαμβανομένου του τρόπου περιτύλιξης των δυο πηνίων.

Σύμβαση τελείας



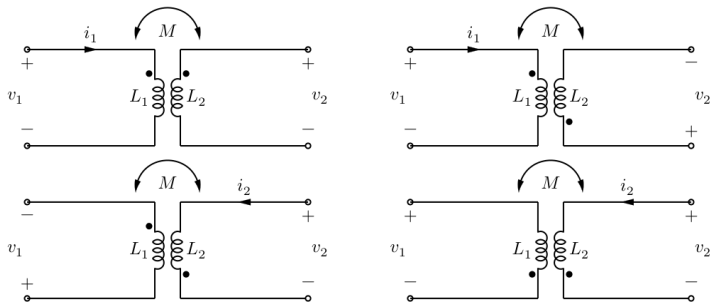
Σχήμα: Μαγνητική αλληλεπίδραση δυο πηνίων

Στο προηγούμενο σχήμα έχουμε ένα ζεύγος πηνίων με κοινό πυρήνα (για να φαίνεται καλύτερα ο τρόπος περιέλιξης και για πιο ισχυρή σύζευξη). Η ολική μαγνητική ροή έχει τέσσερις συνιστώσες, $\phi_{11}(t)$, $\phi_{22}(t)$, $\phi_{21}(t)$ και $\phi_{12}(t)$. Μας ενδιαφέρουν οι δυο τελευταίες που αντιπροσωπεύουν την ροή λόγω αμοιβαίας επαγωγής από το πηνίο 1 στο 2 και από το πηνίο 2 στο 1 αντίστοιχα. Ανάλογα με την φορά περιέλιξης των πηνίων και τη φορά των ρευμάτων που κυκλοφορούν σε αυτά, οι επαγόμενες τάσεις μπορεί να εμφανίζονται με θετική ή αρνητική πολικότητα.

Επειδή σε σχηματικό διάγραμμα δεν μπορεί να συμπεριληφθεί η φορά περιέλιξης κάθε πηνίου, ακολουθείται η σύμβαση τελείας (dot convention). Σύμφωνα με αυτήν, τοποθετείται μια τελεία στον ακροδέκτη κάθε πηνίου σε ένα ζευγάρι συζευγμένων πηνίων, που δείχνει την φορά της μαγνητικής ροής εάν το ρεύμα εισέρχεται στο πηνίο από αυτόν τον ακροδέκτη.

Σύμβαση τελείας

Η τελεία χρησιμεύει στον προσδιορισμό της πολικότητας της αμοιβαίας επαγωγής.



Σχήμα: Πολικότητα επαγόμενης τάσης σύμφωνα με τη σύμβαση τελείας.

Σύμβαση τελείας

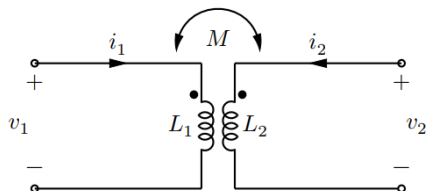
- Εάν το ρεύμα εισέρχεται στον ακροδέκτη τελείας ενός πηνίου, η πολικότητα της επαγόμενης τάσης είναι θετική στον ακροδέκτη τελείας του δεύτερου πηνίου.
- Εάν το ρεύμα εξέρχεται από τον ακροδέκτη τελείας ενός πηνίου, η πολικότητα της επαγόμενης τάσης είναι αρνητική στον ακροδέκτη τελείας του δεύτερου πηνίου.

Στην πράξη, όταν αναλύουμε ένα κύκλωμα, σχεδιάζουμε πρώτα τα κλαδικά ρεύματα. Στην περίπτωση αυτή είναι πιο εύχρηστος ο παρακάτω ορισμός της σύμβασης τελείας.

- Εάν τα ρεύματα που διέρχονται από τα πηνία εισέρχονται ή εξέρχονται και τα δυο από τους ακροδέκτες τελείας, το πρόσημο της εξ επαγωγής τάσης θα είναι το ίδιο με το πρόσημο της εξ αυτεπαγωγής τάσης.
- Εάν το ένα ρεύμα εισέρχεται στον ακροδέκτη τελείας του ενός πηνίου και το άλλο εξέρχεται από τον ακροδέκτη τελείας του άλλου πηνίου τότε το πρόσημο της εξ επαγωγής τάσης θα είναι αντίθετο με το πρόσημο της εξ αυτεπαγωγής τάσης.

όπου το πρόσημο της εξ αυτεπαγωγής τάσης είναι θετικό στον ακροδέκτη που εισέρχεται το ρεύμα που διαρρέει το εκάστοτε πηνίο.

Ενέργεια σε κύκλωμα μαγνητικής σύζευξης



Σχήμα: Κύκλωμα για υπολογισμό ενέργειας

Η στιγμιαία ισχύς σε κάθε πηνίο είναι

$$p_1(t) = v_1(t)i_1(t) = L_1 i_1 \frac{di_1}{dt} \pm M i_1 \frac{di_2}{dt}$$

$$p_2(t) = v_2(t)i_2(t) = L_2 i_2 \frac{di_2}{dt} \pm M i_2 \frac{di_1}{dt}$$

και η ολική ισχύς του συστήματος

Ενέργεια σε κύκλωμα μαγνητικής σύζευξης

$$\begin{aligned} p(t) = p_1(t) + p_2(t) &= L_1 \left[i_1 \frac{di_1}{dt} \right] \pm M \left[i_1 \frac{di_2}{dt} + i_2 \frac{di_1}{dt} \right] + L_2 \left[i_2 \frac{di_2}{dt} \right] = \\ &= \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} L_1 i_1^2 \pm M i_1 i_2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 \right] \end{aligned}$$

Ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας είναι η ισχύς, οπότε η ενέργεια του συστήματος είναι

$$w(t) = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 \pm M i_1 i_2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2$$

όπου το πρόσημο + είναι για την περίπτωση όπου και τα δυο ρεύματα εισέρχονται ή εξέρχονται από τους ακροδέκτες τελεία, ενώ το πρόσημο – είναι για την περίπτωση όπου το ένα ρεύμα εισέρχεται και το άλλο εξέρχεται από τους αντίστοιχους ακροδέκτες τελεία.

Ενέργεια σε κύκλωμα μαγνητικής σύζευξης

Για τον υπολογισμό των ορίων μέσα στα οποία κυμαίνεται η αμοιβαία επαγωγή M παρατηρούμε ότι η ενέργεια είναι πάντοτε μεγαλύτερη ή ίση με μηδέν. Άρα,

$$\frac{1}{2}L_1 i_1^2 + \frac{1}{2}L_2 i_2^2 - M i_1 i_2 \geq 0$$

Εάν προσθαιρέσουμε τον όρο $i_1 i_2 \sqrt{L_1 L_2}$ και συμπληρώσουμε το τετράγωνο, έχουμε

$$\frac{1}{2} (i_1 \sqrt{L_1} - i_2 \sqrt{L_2})^2 + i_1 i_2 (\sqrt{L_1 L_2} - M) \geq 0$$

οπότε

$$\sqrt{L_1 L_2} - M \geq 0 \quad \Rightarrow \quad 0 \leq M \leq \sqrt{L_1 L_2}$$

Δηλ. η αμοιβαία επαγωγή δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερη από τον γεωμετρικό μέσο των αυτεπαγωγών των δυο πηνίων. Την ποιότητα της σύζευξης την ποσοτικοποιούμε με τον συντελεστή σύζευξης k όπου

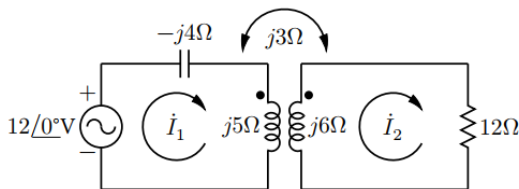
$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad \text{με} \quad 0 \leq k \leq 1$$

Για $k = 1$ έχουμε 100% σύζευξη, την οποία ονομάζουμε ιδανική ή τέλεια γιατί σημαίνει ότι όλη η μαγνητική ροή από το ένα πηνίο περνάει επίσης και από το άλλο. Για $k > 0.5$ έχουμε ισχυρή σύζευξη, ενώ για $k < 0.5$ έχουμε ασθενή σύζευξη. Το k δείχνει το ποσοστό της μαγνητικής ροής από το ένα πηνίο που διέρχεται από το άλλο.

Περιμένουμε ότι η πειραματική τιμή του k εξαρτάται από το πόσο κοντά είναι τα πηνία, το τι πυρήνα έχουν, ποια είναι η οριοθέτησή τους στο χώρο (παράλληλη ή κάθετη μεταξύ τους) και τον αριθμό των τυλιγμάτων τους.

Παράδειγμα 1

Να βρεθούν τα ρεύματα \dot{I}_1 , \dot{I}_2 στο κύκλωμα:



Από τη σύμβαση τελείας (\dot{I}_1 εισέρχεται, \dot{I}_2 εξέρχεται) η αμοιβαία επαγωγή είναι αρνητική. Στον αριστερό βρόγχο έχουμε

$$-12 + (-j4 + j5)\dot{I}_1 - j3\dot{I}_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad j\dot{I}_1 - j3\dot{I}_2 = 12$$

Στον δεξιό βρόγχο

$$-j3\dot{I}_1 + (12 + j6)\dot{I}_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \dot{I}_1 = \frac{(12 + j6)\dot{I}_2}{j3} = (2 - j4)\dot{I}_2$$

Παράδειγμα 1

Αντικαθιστώντας στην πρώτη εξίσωση

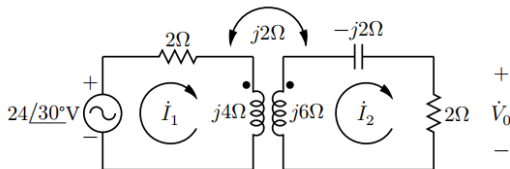
$$(j2 + 4 - j3)\dot{I}_2 = (4 - j)\dot{I}_2 = 12 \quad \Rightarrow \quad \dot{I}_2 = \frac{12}{4 - j} = 2.91 \angle 14.036^\circ \text{ A}$$

και

$$\dot{I}_1 = (2 - j4)\dot{I}_2 = 13.02 \angle -49.399^\circ \text{ A}$$

Παράδειγμα 2

Να βρεθεί η τάση εξόδου \dot{V}_0 στο κύκλωμα:



Και εδώ από τη σύμβαση τελείας (\dot{I}_1 εισέρχεται, \dot{I}_2 εξέρχεται) η αμοιβαία επαγωγή είναι αρνητική. Οι εξισώσεις για τους δυο βρόγχους είναι

$$(2 + j4)\dot{I}_1 - j2\dot{I}_2 = 24 \angle 30^\circ$$

$$-j2\dot{I}_1 + (2 + j6 - j2)\dot{I}_2 = 0$$

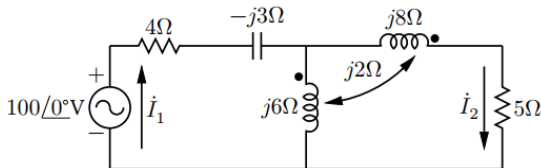
Λύνοντας την δεύτερη ως προς \dot{I}_1 και αντικαθιστώντας στην πρώτη έχουμε

$$(2 - j)(2 + j4)\dot{I}_2 - j2\dot{I}_2 = 24 \angle 30^\circ \Rightarrow \dot{I}_2 = \frac{24 \angle 30^\circ}{8 + j4} = 2.683 \angle 3.435^\circ \text{ A}$$

$$\text{και } \dot{V}_0 = 2\dot{I}_2 = 5.367 \angle 3.435^\circ \text{ V}$$

Παράδειγμα 3

Να βρεθούν τα ρεύματα \dot{I}_1 , \dot{I}_2 στο κύκλωμα:

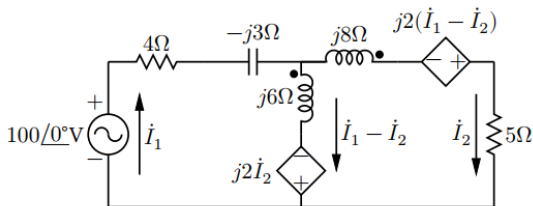


Έστω ότι έχουμε ένα ζευγάρι πηνίων που έχουν μαγνητική σύζευξη μεταξύ τους. Ο συστηματικός τρόπος περιγραφής της σύζευξης είναι να συμβολίσουμε την επαγωγική τάση στα πηνία με ένα ζευγάρι εξαρτημένων πηγών τάσης, μια για κάθε πηνίο, όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα.

Καταρχήν σχεδιάζουμε όλα τα κλαδικά ρεύματα. Η τάση κάθε εξαρτημένης πηγής είναι ο συντελεστής αμοιβαίας επαγωγής επί το ρεύμα που προκαλεί την επαγωγή. Επίσης, η πολικότητα των πηγών εξαρτάται από τον κανόνα τελείας.

Παράδειγμα 3

Κύκλωμα με εξαρτημένες πηγές επαγωγικής τάσης



Από τον κανόνα τελείας το $\dot{I}_1 - \dot{I}_2$ εισέρχεται σε τελεία, το \dot{I}_2 εξέρχεται. Άρα η τάση εξ' επαγωγής είναι αρνητική. Στον αριστερό βρόγχο έχουμε:

$$-100 + \dot{I}_1(4 - j3) + (\dot{I}_1 - \dot{I}_2)j6 - j2\dot{I}_2 = 0 \Rightarrow (4 + j3)\dot{I}_1 - j8\dot{I}_2 = 100$$

Στο δεξιό βρόγχο έχουμε:

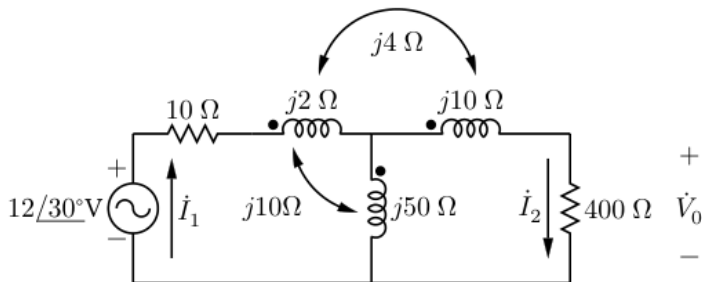
$$j8\dot{I}_2 - j2(\dot{I}_1 - \dot{I}_2) + 5\dot{I}_2 + j2\dot{I}_2 - j6(\dot{I}_1 - \dot{I}_2) = 0 \Rightarrow -j8\dot{I}_1 + (5 + j18)\dot{I}_2 = 0$$

Λύνοντας το σύστημα έχουμε

$$\dot{I}_1 = 20.3 \underline{/3.504^\circ} \text{ A} \quad \dot{I}_2 = 8.693 \underline{/19.03^\circ} \text{ A}$$

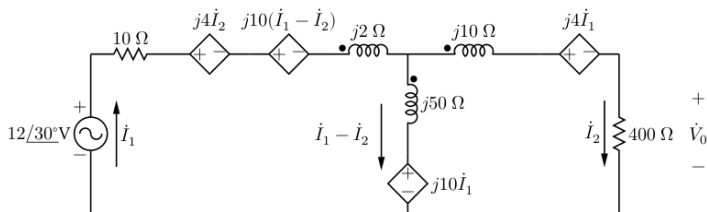
Παράδειγμα 4

Να βρεθεί η τάση εξόδου \dot{V}_o στο κύκλωμα:



Όπως παρατηρούμε έχουμε 3 πηνία όπου αριστερό και μεσαίο, αριστερό και δεξιό είναι μαγνητικά συζευγμένα, ενώ μεσαίο και δεξιό δεν είναι. Τοποθετώντας εξαρτημένες πηγές επαγωγικής τάσης κατάλληλα, έχουμε το επόμενο κύκλωμα:

Παράδειγμα 4



Σχήμα: Κύκλωμα με εξαρτημένες πηγές επαγωγικής τάσης

Οι εξισώσεις για τους δυο οφθαλμούς/βρόγχους σύμφωνα με τη σύμβαση τελείας είναι

$$\left. \begin{aligned} 10\dot{I}_1 + j4\dot{I}_2 + j10(\dot{I}_1 - \dot{I}_2) + j2\dot{I}_1 + j50(\dot{I}_1 - \dot{I}_2) + j10\dot{I}_1 &= 12 \angle 30^\circ \\ j10\dot{I}_2 + j4\dot{I}_1 + 400\dot{I}_2 - j10\dot{I}_1 - j50(\dot{I}_1 - \dot{I}_2) &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

Παράδειγμα 4

$$\begin{aligned}(10 + j72)\dot{I}_1 - j56\dot{I}_2 &= 12 \angle 30^\circ \\ -j56\dot{I}_1 + (400 + j60)\dot{I}_2 &= 0\end{aligned}$$

Λύνοντας το σύστημα έχουμε

$$\dot{I}_1 = 0.1643 \angle -45.998^\circ \text{ A} \quad \dot{I}_2 = 0.0227 \angle 35.471^\circ \text{ A}$$

και

$$V_o = 400\dot{I}_2 = 9.101 \angle 35.471^\circ \text{ V}$$

Ο μετασχηματιστής είναι ένα ηλεκτρικό στοιχείο που χρησιμοποιεί τη μαγνητική σύζευξη μεταξύ δυο πηνίων. Βρίσκει εφαρμογή σε πολλές ηλεκτρικές συσκευές αλλά η κύρια εφαρμογή του είναι σε συσκευές ισχύος και στο ηλεκτρικό δίκτυο όπου παίζει το ρόλο μεταφορέα ενέργειας μεταξύ πηγής και φορτίου. Η συνήθης δομή του είναι δυο πηνία, το πρωτεύον (συνδεδεμένο με την πηγή) και το δευτερεύον (συνδεδεμένο με το φορτίο). Η βασική του λειτουργία είναι να αλλάζει τάσεις και ρεύματα μεταξύ πρωτεύοντος και δευτερεύοντος έτσι ώστε η μεταφορά ενέργειας από πηγή σε φορτίο να γίνεται με τη μεγαλύτερη δυνατή απόδοση.

Θέλουμε επομένως μεγιστοποίηση της μαγνητικής σύζευξης και ελαχιστοποίηση των απωλειών. Στην ιδανική περίπτωση, στον ιδανικό μετασχηματιστή, αυτό σημαίνει τέλεια σύζευξη ($k = 1$) και μηδενικές απώλειες.

Ιδανικοί μετασχηματιστές

Επομένως, αν έχουμε δυο πηνία 1 (πρωτεύον) και 2 (δευτερεύον) μέσα από τα οποία διέρχεται ρεύμα $i_1(t)$ και $i_2(t)$ αντίστοιχα, οι αντίστοιχες μαγνητικές ροές είναι:

$$\phi_1(t) = k_1 N_1 i_1(t) \qquad \phi_2(t) = k_2 N_2 i_2(t)$$

ενώ οι αντίστοιχες μαγνητικές ροές λόγω μαγνητικής σύζευξης είναι

$$\phi_{12}(t) = k_{12} N_2 i_2(t) \qquad \phi_{21}(t) = k_{21} N_1 i_1(t)$$

Τέλεια σύζευξη σημαίνει $\phi_{21}(t) = \phi_1(t)$ και $\phi_{12}(t) = \phi_2(t)$ καθώς επίσης και $k_1 = k_2 = k_{12} = k_{21} = k_M$. Οι σχέσεις τάσεις-ρεύματος μεταξύ πρωτεύοντος και δευτερεύοντος γίνονται τότε:

$$v_1(t) = k_M N_1^2 \frac{di_1}{dt} \pm k_M N_1 N_2 \frac{di_2}{dt}$$

$$v_2(t) = \pm k_M N_1 N_2 \frac{di_1}{dt} + k_M N_2^2 \frac{di_2}{dt}$$

Ιδανικοί μετασχηματιστές

Βγάζοντας κοινό παράγοντα N_1 από την πρώτη εξίσωση και $\pm N_2$ από τη δεύτερη:

$$v_1(t) = N_1 \left(k_M N_1 \frac{di_1}{dt} \pm k_M N_2 \frac{di_2}{dt} \right)$$

$$v_2(t) = \pm N_2 \left(k_M N_1 \frac{di_1}{dt} \pm k_M N_2 \frac{di_2}{dt} \right)$$

οπότε διαιρώντας τη δεύτερη με τη πρώτη έχουμε:

$$\frac{v_2(t)}{v_1(t)} = \pm \frac{N_2}{N_1} = \pm n$$

όπου το (+) αναφέρεται σε μαγνητική σύζευξη που προστίθεται και το (-) σε μαγνητική σύζευξη που αφαιρείται. Ο λόγος n είναι ο λόγος τυλιγμάτων του δευτερεύοντος ως προς το πρωτεύον. Για $n > 1$ έχουμε ανύψωση τάσης, με την τάση στο δευτερεύον να είναι μεγαλύτερη από την τάση στο πρωτεύον, ενώ για $n < 1$ έχουμε υποβιβασμό τάσης, με την τάση στο δευτερεύον να είναι μικρότερη από την τάση στο πρωτεύον. Σε εφαρμογές δικτύου οι μεταβολές αυτές μπορεί να είναι της τάξης των εκατοντάδων kV.

Ιδανικοί μετασχηματιστές

Μηδενική απώλεια ισχύος σημαίνει ότι η συνολική ισχύς στο πρωτεύον και δευτερεύον είναι μηδενική:

$$v_1(t)i_1(t) + v_2(t)i_2(t) = 0$$

δηλαδή, ότι ισχύς εισέρχεται στο πρωτεύον εξέρχεται από το δευτερεύον χωρίς καμία απώλεια ή συσσώρευση ενέργειας μέσα στον ίδιο το μετασχηματιστή. Η παραπάνω σχέση μετασχηματίζεται στην πιο γνωστή:

$$\frac{i_2(t)}{i_1(t)} = -\frac{v_1(t)}{v_2(t)} = \mp \frac{1}{n}$$

ή στις

$$v_2(t) = \pm n v_1(t) \quad \text{και} \quad i_2(t) = \mp \frac{1}{n} i_1(t)$$

Οι παραπάνω σχέσεις ισχύουν και για τους φάσορες τάσης και ρεύματος:

$$\dot{V}_2 = \pm n \dot{V}_1 \quad \text{και} \quad \dot{I}_2 = \mp \frac{1}{n} \dot{I}_1$$

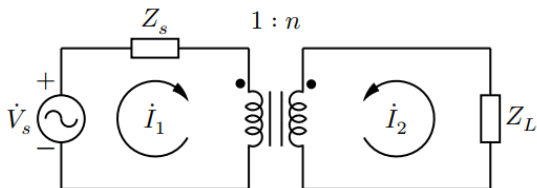
Ισχύει και εδώ ο κανόνας τελείας όπου αν τα ρεύματα \dot{I}_1 , \dot{I}_2 εισέρχονται ή εξέρχονται από τις αντίστοιχες τελείες έχουμε:

$$\dot{V}_2 = n \dot{V}_1 \quad \text{και} \quad \dot{I}_2 = -\frac{1}{n} \dot{I}_1$$

ενώ αν το ένα εισέρχεται και το άλλο εξέρχεται από την αντίστοιχη τελεία:

$$\dot{V}_2 = -n \dot{V}_1 \quad \text{και} \quad \dot{I}_2 = \frac{1}{n} \dot{I}_1$$

Ιδανικοί μετασχηματιστές



Σχήμα: Τυπική διάταξη ιδανικού μετασχηματιστή.

Στην παραπάνω τυπική διάταξη ιδανικού μετασχηματιστή (το σύμβολο του ιδανικού μετασχηματιστή περιέχει γραμμές μεταξύ των πηνίων που δηλώνουν ισχυρή ιδανική σύζευξη) τα ρεύματα εισέρχονται στις τελείες, επομένως

$$\dot{V}_2 = n \dot{V}_1 \quad \text{και} \quad \dot{I}_2 = -\frac{1}{n} \dot{I}_1$$

Η εμπέδηση στην είσοδο του μετασχηματιστή είναι:

$$Z_i = \frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1}$$

ενώ η εμπέδηση στην έξοδο είναι:

$$Z_L = -\frac{\dot{V}_2}{\dot{I}_2} = \frac{n\dot{V}_1}{\dot{I}_1/n} = n^2 Z_i$$

Αυτό σημαίνει ότι με κατάλληλο λόγο τυλιγμάτων n μπορούμε να κάνουμε το κύκλωμα στο πρωτεύον να βλέπει αντίσταση (προσαρμογή εμπέδησης):

$$Z_i = \frac{Z_L}{n^2}$$

Παράδειγμα 5

Στο κύκλωμα τυπικής διάταξης ιδανικού μετασχηματιστή έχουμε $n = 5$,
 $Z_s = 2.5 + j1.5 \Omega$, $Z_L = 75 + j10 \Omega$. Να βρεθούν οι τάσεις και τα ρεύματα \dot{V}_1 , \dot{I}_1 ,
 \dot{V}_2 , \dot{I}_2 όταν $\dot{V}_s = 220 \angle 0^\circ \text{ V}$.

Έχουμε

$$Z_i = \frac{Z_L}{n^2} = \frac{75 + j10}{25} = 3 + j0.4 \Omega$$

Η πηγή βλέπει ολική εμπέδηση $Z_s + Z_i$ οπότε

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{V}_s}{Z_s + Z_i} = \frac{220 \angle 0^\circ}{5.5 + j1.9} = \frac{220 \angle 0^\circ}{5.82 \angle 19.1^\circ} = 37.8 \angle -19.1^\circ \text{ A}$$

και

$$\dot{V}_1 = \dot{I}_1 Z_i = 37.8 \angle -19.1^\circ \cdot 3.03 \angle 7.6^\circ = 114 \angle -11.5^\circ \text{ V}$$

Παράδειγμα 5

Εφόσον τα ρεύματα εισέρχονται στις τελείες

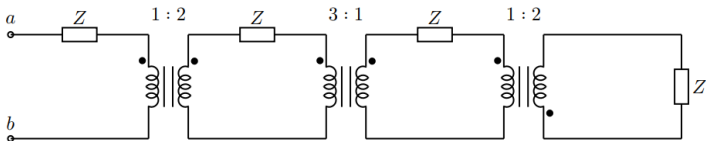
$$\dot{V}_2 = n \dot{V}_1 \quad \text{και} \quad \dot{I}_2 = -\frac{1}{n} \dot{I}_1$$

Οπότε:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= 5\dot{V}_1 = 570 \angle -11.5^\circ \text{ V} \\ \dot{I}_2 &= \frac{-37.8 \angle -19.1^\circ}{5} = 7.56 \angle 160.9^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

Παράδειγμα 6

Στο παρακάτω δίκτυωμα μετασχηματιστών / αντιστάσεων υπολογίστε την αντίσταση Z_{ab} .



Στον τρίτο μετασχηματιστή δεξιά, η αντίσταση που φαίνεται στο πρωτεύον είναι $Z/4$. Αυτή βρίσκεται σε σειρά με τη Z και μαζί κάνουν μια αντίσταση $Z + Z/4$. Στο πρωτεύον του δεύτερου μετασχηματιστή φαίνεται η αντίσταση $9Z(1 + 1/4)$ η οποία είναι σε σειρά με την αντίστοιχη Z και κάνουν την $Z[1 + 9(1 + 1/4)]$. Στο πρωτεύον του πρώτου μετασχηματιστή φαίνεται η αντίσταση $Z[1 + 9(1 + 1/4)]/4$ η οποία είναι σε σειρά με την αντίστοιχη Z και τελικά

$$Z_{ab} = Z \left[1 + [1 + 9(1 + 1/4)]/4 \right] = 4.0625 Z$$

Από παλιά θέματα Ηλεκτροτεχνίας II

- Θέμα 3 εξεταστικής 26/6/08
- Θέμα 3 εξεταστικής 24/6/10
- Θέμα 1 εξεταστικής 5/9/12
- Θέμα 3 εξεταστικής 11/9/13
- Θέμα 1 εξεταστικής 17/9/14
- Θέμα 1 εξεταστικής 18/9/17