Ηλεκτρικά Κυκλώματα II

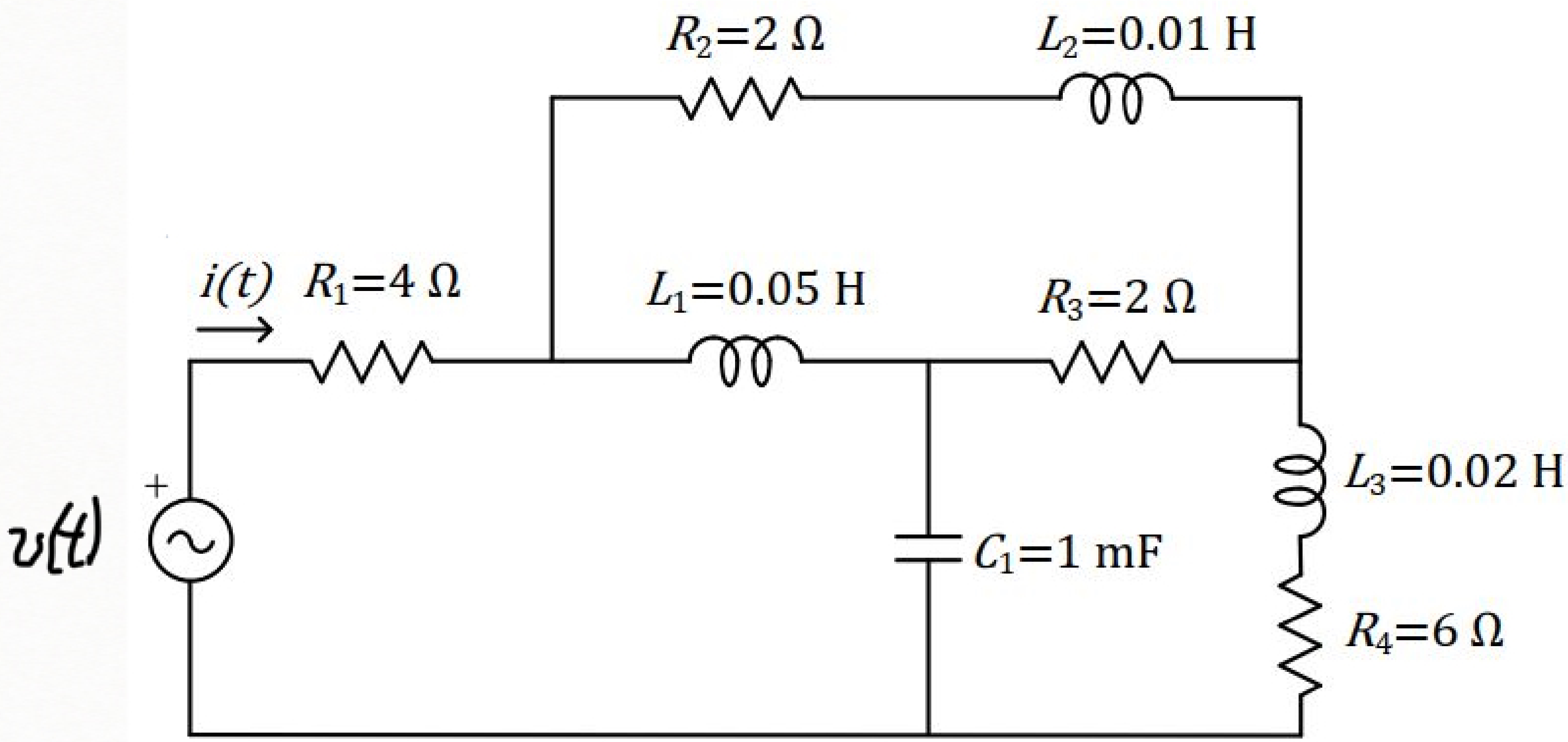
Διάλεξη 03

Α. Δροσόπουλος

16-03-2023

Συνέχεια Παράδειγμα 1.8

Συνέχεια Παράδειγμα 1.8 με 2 τρόπους λύσης



$\dot{V} = 50\angle 0^\circ$ V

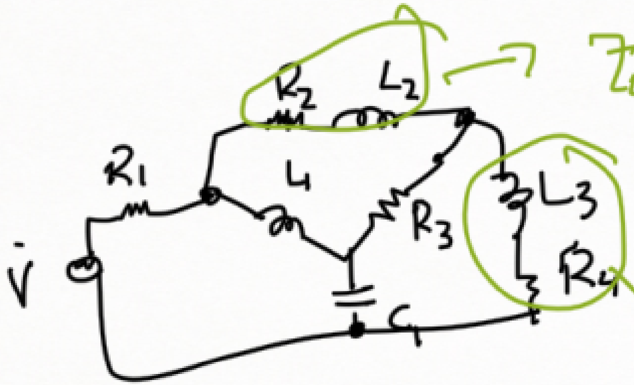
$\omega = 100\pi$ rad/s

$L_1 \rightarrow \quad Z_{L_1} = j\omega L_1 = j5\pi\ \Omega$

$L_2 \rightarrow \quad Z_{L_2} = j\omega L_2 = j\pi\ \Omega$

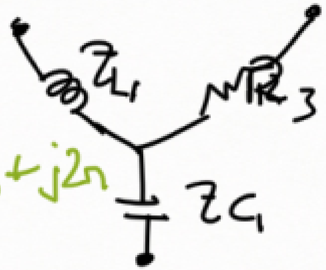
$L_3 \rightarrow \quad Z_{L_3} = j\omega L_3 = j2\pi\ \Omega$

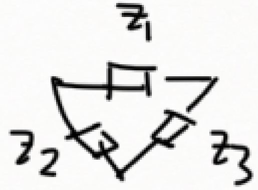
$C_1 \rightarrow \quad Z_{C_1} = -j/(\omega C_1) = -j10/\pi\ \Omega$



$Z_4 = R_2 + jZ_{L_2} = 2 + j\pi$

$Z_5 = 6 + j2\pi$





$$Z_1 = \frac{Z_{L_1} R_3 + R_3 Z_{C_1} + Z_{C_1} Z_{L_1}}{Z_{C_1}} =$$

$$Z_2 : \frac{\cdots\cdots}{R_3} =$$

$$Z_3 = \frac{\cdots\cdots}{Z_{L_1}} =$$

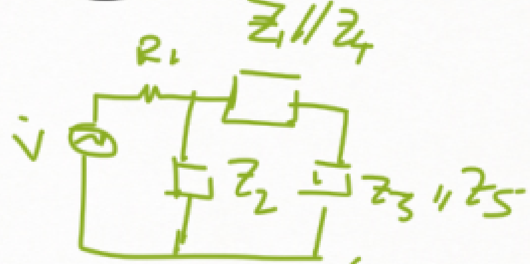
$$j5\pi \cdot 2 + 2\cdot(-j10/\pi) + (-j10/\pi)\, j5\pi =$$

$$= j10\pi - j20/\pi + 50 = 50 + j25 = 55.9\angle 26.6^\circ$$

$$Z_1 = \frac{55.9\angle 26.6^\circ}{3.18\angle -90^\circ} = 17.6\angle 116.6^\circ\ \Omega$$

$$Z_2 = \frac{55.9\angle 26.6^\circ}{2} = 27.9\angle 26.6^\circ\ \Omega$$

$$Z_3 = \frac{55.9\angle 26.6^\circ}{15.7\angle 90^\circ} = 3.56\angle -63.4^\circ\ \Omega$$



$$Z_{eq} = R_1 + Z_2 \parallel (Z_1 \parallel Z_4 + Z_3 \parallel Z_5)$$

$$Z_1 \parallel Z_4 = 17.6\angle 116.6^\circ \parallel (2+j7)$$

$$= \frac{1}{\dfrac{1}{17.6\angle 116.6^\circ} + \dfrac{1}{2+j7}} = \frac{1}{0.0568\angle -116.6^\circ + 0.269\angle -57.5^\circ} =$$

$$3.72\angle 57.5^\circ$$

$$= \frac{1}{-0.0254 - j0.0508 + 0.144 - j0.227} = \frac{1}{0.119 - j0.278} =$$

$$= \frac{1}{0.302\angle -66.8^\circ} = 3.31\angle 66.8^\circ\ \Omega$$

$$Z_3 \parallel Z_5 = 3.56\angle -63.4^\circ \parallel (6+j27) = \frac{1}{\dfrac{1}{3.56\angle -63.4^\circ} + \dfrac{1}{8.69\angle 46.3^\circ}} =$$

$$= \frac{1}{0.281\angle 63.4^\circ + 0.115\angle -46.3^\circ} =$$

$$= \frac{1}{0.126+j0.251 + 0.0794 - j0.0831} = \frac{1}{0.205+j0.168} =$$

$$= \frac{1}{0.265\angle 39.3^\circ} = 3.77\angle -39.3^\circ\ \Omega$$

$$3.31\angle 66.8^\circ + 3.77\angle -39.3^\circ = 1.3 + j3.04 + 2.92 - j2.39 = 4.22 + j0.65 =$$

$$= 4.27\angle 8.76^\circ\ \Omega$$

$$Z_2 \parallel (\cdots) = \frac{1}{\frac{1}{27.9\angle 26.6} + \frac{1}{4.27\angle 8.76^\circ}} = \frac{1}{0.0358\angle -26.6^\circ + 0.234\angle -8.76^\circ} =$$

$$= \frac{1}{0.032 - j0.016 + 0.231 - j0.0356} = \frac{1}{0.263 - j0.0516} =$$

$$= \frac{1}{0.268\angle -11.1^\circ} = 3.73\angle 11.1^\circ\ \Omega$$

$$Z_{T2} = 4 + 3.73\angle 11.1^\circ = 4 + 3.66 + j0.718 = 7.66 + j0.718 =$$

$$= 7.69\angle 5.35^\circ\ \Omega$$

Acα

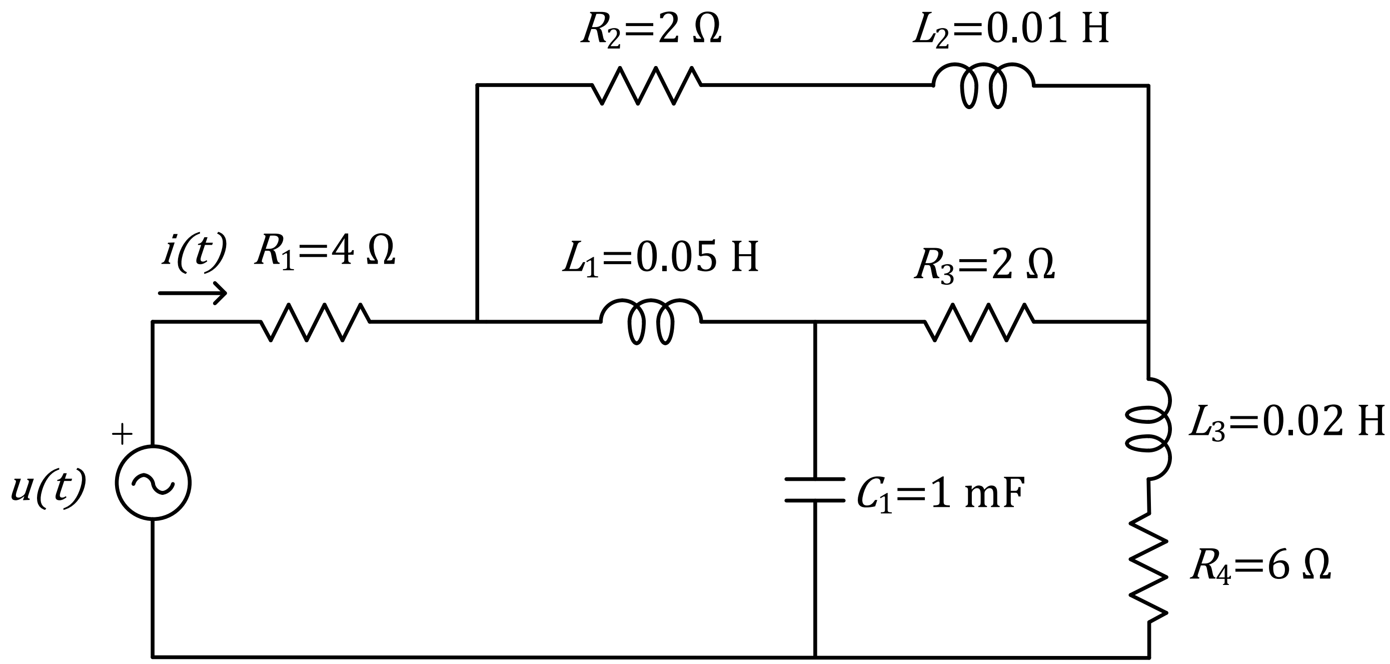
$$\dot{I} = \frac{\dot{V}}{Z_{T2}} = \frac{50\angle 0^\circ}{7.69\angle 5.35^\circ} = 6.50\angle -5.35^\circ\ A$$

$$i(t) = 6.5\sqrt{2}\cos(\omega t - 5.35^\circ)\ A$$

$$= 9.19\cos(\omega t - 5.35^\circ)\ A$$

Παράδειγμα 1.8

- Το φορτίο του σχήματος τροφοδοτείται με τάση
$$u(t) = 50\sqrt{2}\cos\omega t \ \text{V}$$
- Οι τιμές των στοιχείων φαίνονται στο σχήμα. Δίνεται ότι $\omega = 100\pi \ \text{rad}/s$.
- Να βρεθεί το ρεύμα της πηγής στο κύκλωμα.



Παράδειγμα 1.8

Απάντηση:

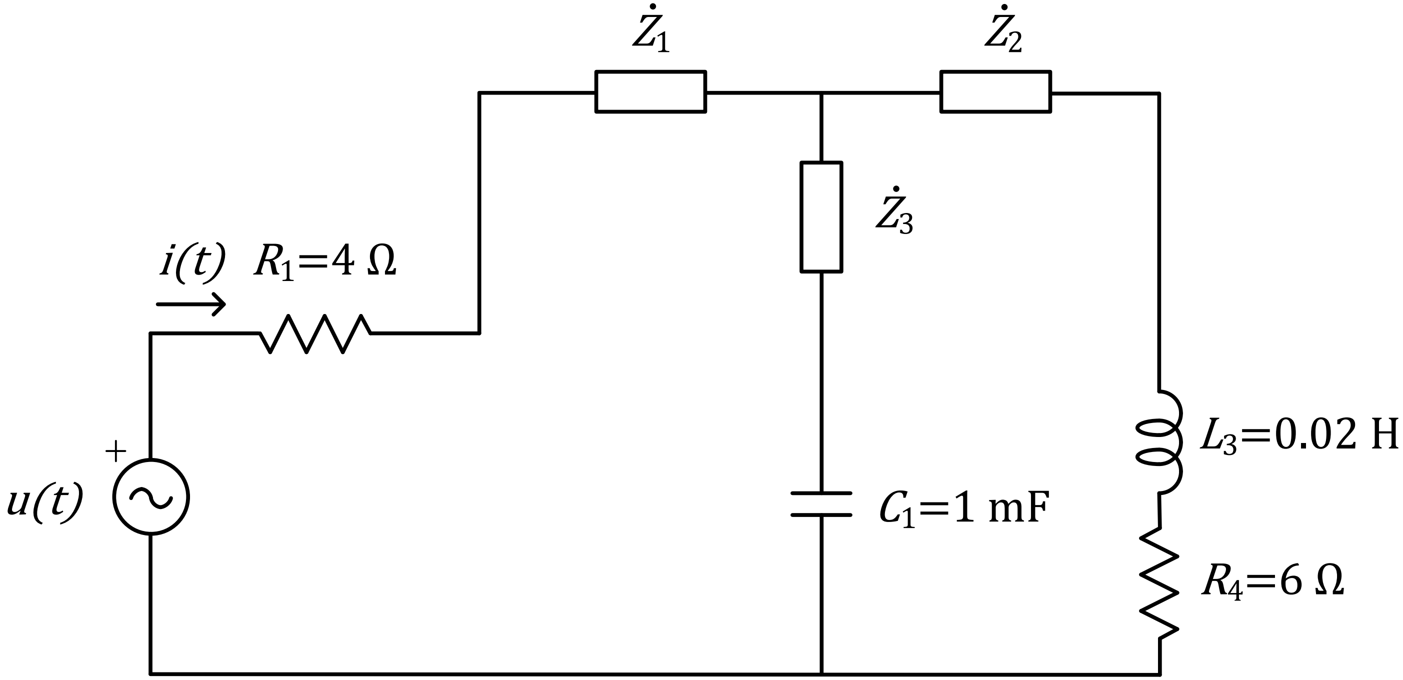
- Το τρίγωνο που σχηματίζουν τα $\dot{Z}_{L1}, \dot{Z}_{R3}, \dot{Z}_{R2L2}$ έχει

$$\dot{Z}_{L1} = j100\pi 0.05 = j15.71\ \Omega$$

$$\dot{Z}_{R3} = 2\ \Omega$$

$$\dot{Z}_{R2,L2} = 2 + j100\pi 0.01 = 2 + j3.14\ \Omega$$

- Μετατρέπεται σε αστέρα όπως φαίνεται παρακάτω:



Παράδειγμα 1.8

- Όπου:

$$\dot{Z}_1 = \frac{j15.71(2 + j3.14)}{2 + j15.71 + 2 + j3.14} = 1.06 + j2.84 = 3.03\angle 69.5° \ \Omega$$

$$\dot{Z}_2 = \frac{(2 + j3.14)2}{2 + j15.71 + 2 + j3.14} = 0.36 - j0.14 = 0.39\angle(-21.3°) \ \Omega$$

$$\dot{Z}_3 = \frac{2j15.71}{2 + j15.71 + 2 + j3.14} = 1.60 + j0.34 = 1.63\angle 12° \ \Omega$$

- Η $\dot{Z}_1$ συνδέεται σε σειρά με το R_1 και η συνολική σύνθετη αντίσταση είναι

$$\dot{Z}_1' = \dot{Z}_1 + R_1 = (1.06 + j2.84) + 4 = (5.06 + j2.84) \ \Omega$$

- Η $\dot{Z}_2$ συνδέεται σε σειρά με τα R_4, L_3 και η συνολική σύνθετη αντίσταση είναι

$$\dot{Z}_2' = \dot{Z}_2 + (R_4 + j\omega L_3) = (0.36 - j0.14) + (6 + j100\pi 0.02)$$
$$= (6.36 + j6.14) \ \Omega$$

Παράδειγμα 1.8

- Η $\dot{Z}_3$ συνδέεται σε σειρά με το C_1 και η συνολική σύνθετη αντίσταση είναι

$$\dot{Z}_3' = \dot{Z}_3 + \frac{1}{j\omega C_1} = (1.60 + j0.34) + \frac{1}{j100\pi 10^{-3}} = (1.60 - j2.84)\ \Omega$$

- Η $\dot{Z}_2'$ συνδέεται παράλληλα με τη $\dot{Z}_3'$ και η συνολική σύνθετη αντίσταση είναι

$$\dot{Z}_{23}' = \frac{\dot{Z}_2'\dot{Z}_3'}{\dot{Z}_2' + \dot{Z}_3'} = \frac{(6.36 + j6.14)(1.60 - j2.84)}{(6.36 + j6.14) + (1.60 - j2.84)} = (2.59 - j2.11)\ \Omega$$

- Η $\dot{Z}_{23}'$ συνδέεται σε σειρά με τη $\dot{Z}_1'$ και η συνολική σύνθετη αντίσταση είναι

$$\dot{Z} = \dot{Z}_1' + \dot{Z}_{23}' = (5.06 + j2.84) + (2.59 - j2.11) = (7.65 + j0.73)\ \Omega$$

- Ο φάσορας του ρεύματος θα είναι

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\dot{Z}} = \frac{50}{7.65 + j0.73} = 6.48 - j0.62 = 6.51\angle(-5.5°)\ \mathrm{A}$$

- Στο πεδίο του χρόνου το ρεύμα θα είναι

$$i(t) = 6.51\sqrt{2}\cos(\omega t - 5.5°)\ \mathrm{A}$$

Μάθημα 2

Ισχύς σε μονοφασικά κυκλώματα

Στιγμιαία ισχύς

- Μέχρι εδώ ασχοληθήκαμε με υπολογισμούς τάσεων και ρευμάτων. Στη συνέχεια θα ασχοληθούμε με ανάλυση ισχύος.
- Η ισχύς είναι η πιο σημαντική ποσότητα στα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας, στα ηλεκτρονικά συστήματα και στα συστήματα τηλεπικοινωνιών, γιατί σε κάθε περίπτωση υπάρχει μεταφορά ενέργειας.
- Η στιγμιαία ισχύς $p(t)$ είναι ο ρυθμός μεταφοράς ή μετατροπής της ηλεκτρικής ενέργειας σε ένα κύκλωμα.
- Ισχύει ότι

$$p(t) = u(t)i(t)$$

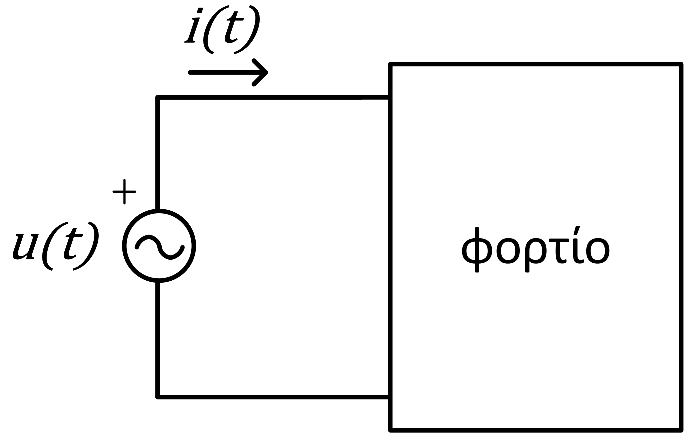
- Μονάδα μέτρησης το Watt (W).

Στιγμιαία ισχύς

- Έστω ότι η τάση και το ρεύμα στο κύκλωμα του σχήματος έχουν τη μορφή

$$u(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t + \alpha)$$
$$i(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t + \beta)$$

και $\varphi = \alpha - \beta$ είναι η διαφορά φάσης τους.

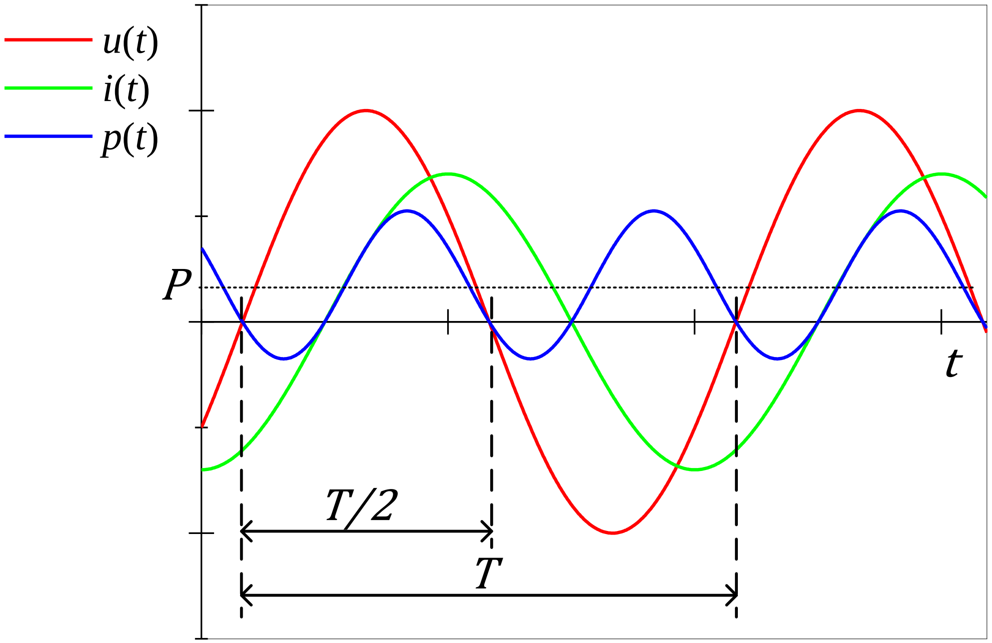


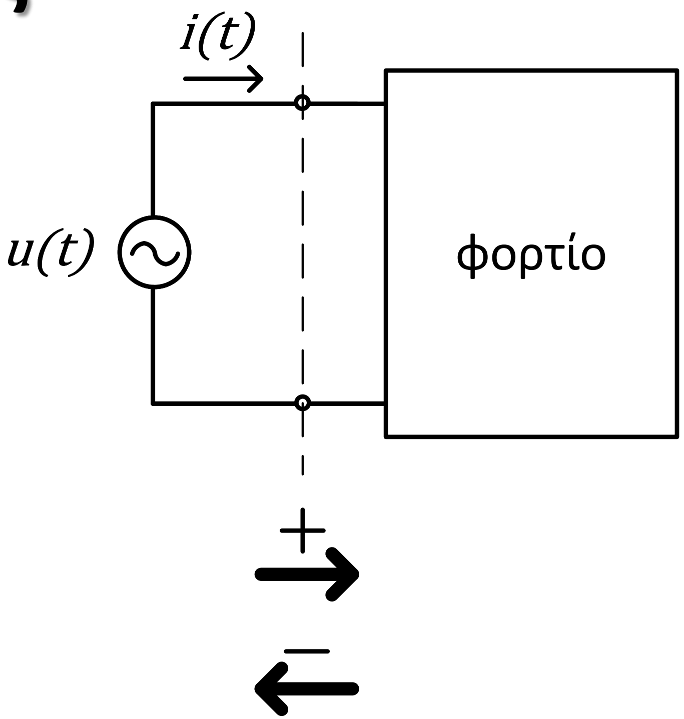
- Τότε η στιγμιαία ισχύς στους ακροδέκτες του φορτίου θα είναι

$$\begin{aligned} p(t) = u(t)i(t) &= 2UI\cos(\omega t + \alpha)\cos(\omega t + \beta) \\ &= UI\cos(\omega t + \alpha - \omega t - \beta) + UI\cos(\omega t + \alpha + \omega t + \beta) \\ &= UI\cos(\alpha - \beta) + UI\cos(2\omega t + \alpha + \beta) \\ &= UI\cos\varphi + UI\cos(2\omega t + \alpha + \alpha - \varphi) \\ &= UI\cos\varphi + UI\cos(2\omega t + 2\alpha - \varphi) \\ &= UI\cos\varphi + UI\cos\varphi\cos(2\omega t + 2\alpha) + UI\sin\varphi\sin(2\omega t + 2\alpha) \end{aligned}$$

- Περιλαμβάνει ένα σταθερό όρο που εξαρτάται από τη διαφορά φάσης φ μεταξύ τάσης-ρεύματος και έναν ταλαντευόμενο όρο με συχνότητα 2ω.

Στιγμιαία ισχύς



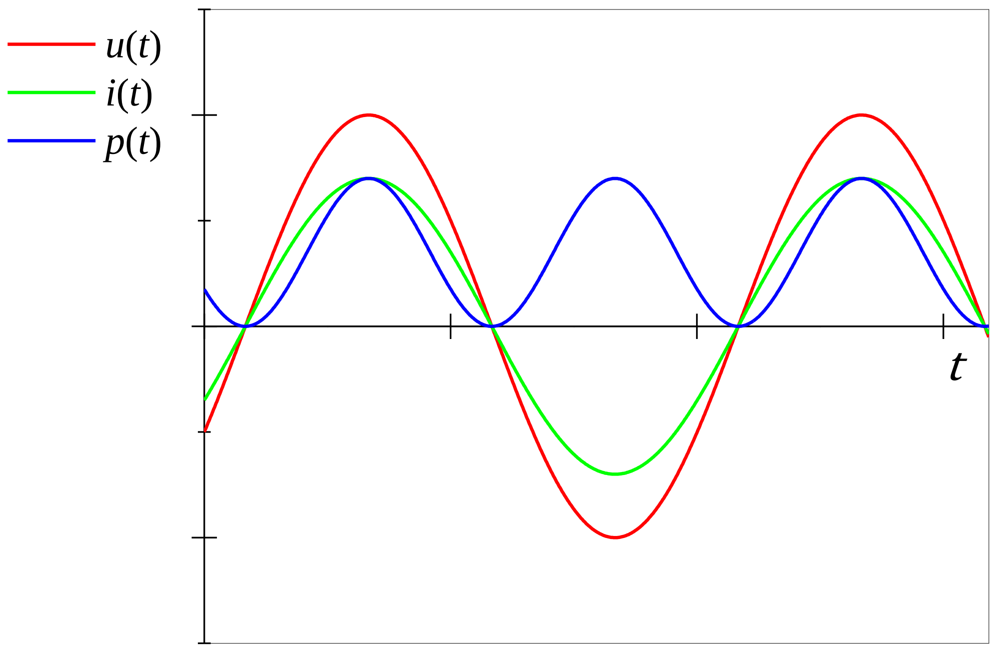


- Η στιγμιαία ισχύς είναι περιοδικό μέγεθος με περίοδο $T/2$.
- Γενικά είναι θετική για ένα μέρος του κύκλου και αρνητική για το υπόλοιπο. Όταν είναι θετική απορροφάται ισχύς από το κύκλωμα και όταν είναι αρνητική απορροφάται από την πηγή.
- Αυτή η αμφίδρομη ροή ενέργειας είναι δυνατή όταν υπάρχουν στοιχεία στο κύκλωμα που αποθηκεύουν ενέργεια (πυκνωτές και επαγωγοί).

Στιγμιαία ισχύς

- Αν $\varphi = 0$, δηλαδή η τάση και το ρεύμα δεν παρουσιάζουν διαφορά φάσης, τότε το φορτίο είναι καθαρά ωμικό.
- Η στιγμιαία ισχύς τότε γίνεται

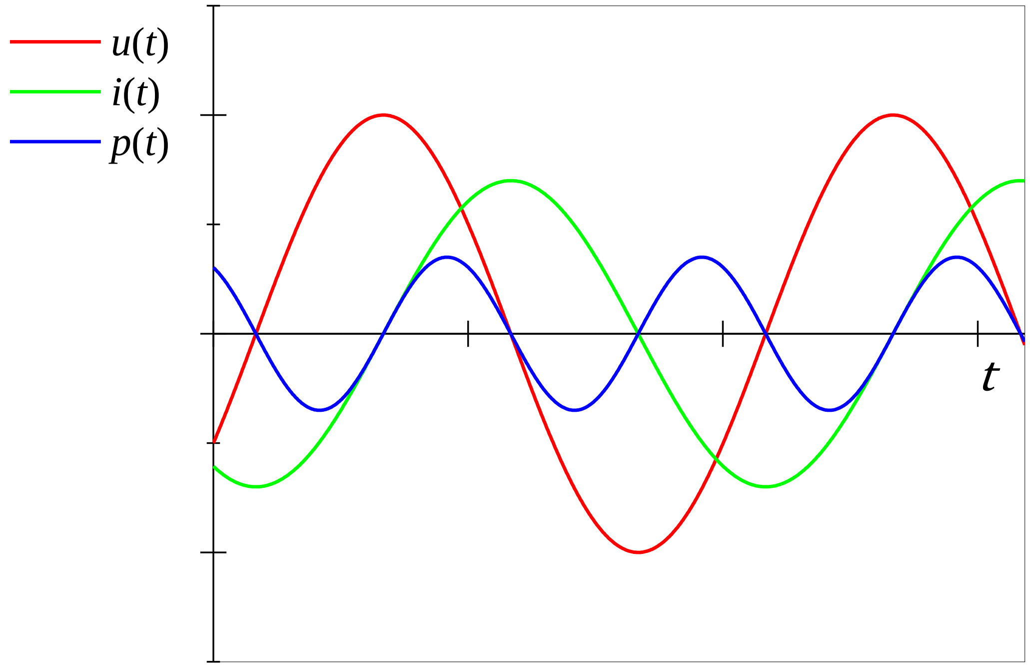
$$p(t) = UI[1 + \cos(2\omega t + 2\alpha)]$$



Στιγμιαία ισχύς

- Αν $\varphi = \pi/2$, τότε το φορτίο είναι καθαρά επαγωγικό.
- Η στιγμιαία ισχύς γίνεται

$$p(t) = UI\sin(2\omega t + 2\alpha)$$



- Ένα ωμικό φορτίο απορροφά ισχύ συνεχώς, ενώ ένα επαγωγικό (ή χωρητικό) φορτίο κατά το ένα μέρος του κύκλου αποθηκεύει και κατά το υπόλοιπο επιστρέφει ενέργεια στην πηγή, επομένως απορροφά κατά μέσο όρο μηδέν.

Ενεργός ισχύς

- Η στιγμιαία ισχύς μεταβάλλεται με το χρόνο. Η μέση ισχύς είναι πιο εύκολο να μετρηθεί (με το βαττόμετρο).
- Η μέση ισχύς είναι

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt = UI\cos\varphi$$

- Η μέση ισχύς P ονομάζεται και ενεργός ισχύς. Δεν εξαρτάται από το χρόνο.
- Μονάδα μέτρησης το Watt (W).
- Όταν $\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$ η ενεργός είναι μηδέν. Δηλαδή σε ιδανικό επαγωγό και πυκνωτή είναι μηδέν.
- Εκφράζει ηλεκτρική ενέργεια που μεταφέρεται στο φορτίο και μετατρέπεται σε κάποια άλλη μορφή (θερμική, φωτεινή, μηχανική ενέργεια κλπ).
- Πρόκειται για ενέργεια που αξιοποιείται με κάποιο τρόπο, αλλά και για θερμικές απώλειες πχ σε αντιστάσεις αγωγών μεταφοράς.

Άεργος ισχύς

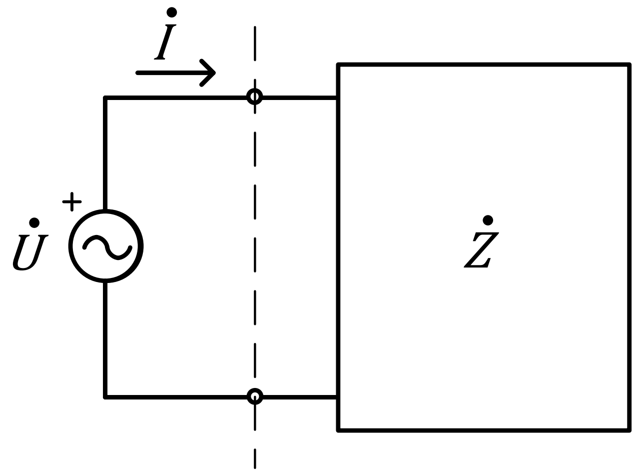
- Ορίζεται επίσης η άεργος ισχύς ως
$$Q = UI \sin\varphi$$
- Μονάδα μέτρησης το Volt-amper reactive (Var).
- Προκύπτει όταν σε ένα κύκλωμα υπάρχουν επαγωγοί και/ή πυκνωτές. Αν $\varphi = 0$ δεν υπάρχει άεργος.
- Ηλεκτρική ενέργεια από την πηγή για ένα χρονικό διάστημα αποθηκεύεται στο μαγνητικό πεδίο των επαγωγών ή το ηλεκτρικό πεδίο των πυκνωτών και κατά το υπόλοιπο μέρος του κύκλου επιστρέφει στην πηγή.
- Ένας γενικός ορισμός είναι ότι άεργος ισχύς προκύπτει όταν η τάση και το ρεύμα έχουν διαφορά φάσης.
- Τυχαίνει να είναι ίση με το πλάτος ενός από τους ταλαντευόμενους όρους της στιγμιαίας ισχύος.
- Συχνά λέμε ότι δεν σχετίζεται με «ωφέλιμη» ενέργεια (αν και σε αυτή βασίζεται η παραγωγή και η μεταφορά της ηλεκτρικής ενέργειας). Γενικά στόχος είναι η μείωσή της σε ένα δίκτυο.

Άεργος ισχύς

- Η άεργος ισχύς ενός φορτίου είναι μηδέν όταν η τάση στα άκρα του και το ρεύμα που το διαρρέει είναι συμφασικά, δηλαδή $\varphi = 0$. Αυτό ισχύει για καθαρά ωμικό φορτίο.
- Όταν $\varphi > 0$, δηλαδή όταν το ρεύμα έπεται της τάσης, η άεργος είναι θετική και το φορτίο λέμε ότι έχει επαγωγικό χαρακτήρα. Θεωρούμε ότι το φορτίο απορροφά άεργο ισχύ από το κύκλωμα (καταναλώνει).
- Όταν $\varphi < 0$, δηλαδή όταν το ρεύμα προηγείται της τάσης, η άεργος είναι αρνητική και το φορτίο λέμε ότι έχει χωρητικό χαρακτήρα. Θεωρούμε ότι το φορτίο δίνει άεργο ισχύ στο κύκλωμα (παράγει).
- Ως προς την πηγή, όταν η άεργος είναι θετική τότε η πηγή παράγει άεργο ενώ όταν είναι αρνητική απορροφά.

Παράδειγμα 2.1(α)

- Να υπολογιστεί η ενεργός ισχύς που απορροφάται από μια σύνθετη αντίσταση $\dot{Z} = 50 - j20\ \Omega$ αν στα άκρα της εφαρμόζεται τάση $\dot{U} = 100\angle 0°\ \mathrm{V}$.



Απάντηση:

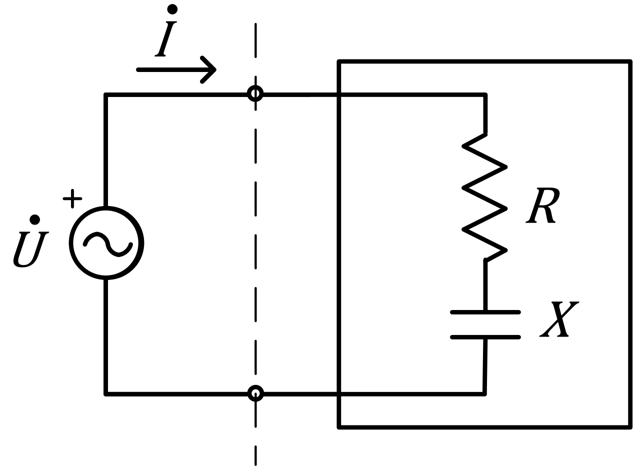
- Το ρεύμα που διαρρέει τη σύνθετη αντίσταση είναι

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\dot{Z}} = \frac{100\angle 0°}{53.9\angle(-22°)} = 1.86\angle 22° \quad \mathrm{A}$$

- Άρα

$$P = UI\cos\varphi = 100 \cdot 1.86\cos(-22°) = 172.5 \quad \mathrm{W}$$

Παρατήρηση



- Δεν γνωρίζουμε τι ακριβώς υπάρχει μέσα στο κουτί και πώς είναι συνδεδεμένο, όμως μπορούμε να θεωρήσουμε ότι είναι ισοδύναμο με μια ωμική αντίσταση $R = 50\ \Omega$ σε σειρά με μια χωρητική αντίδραση $X = 20\ \Omega$.

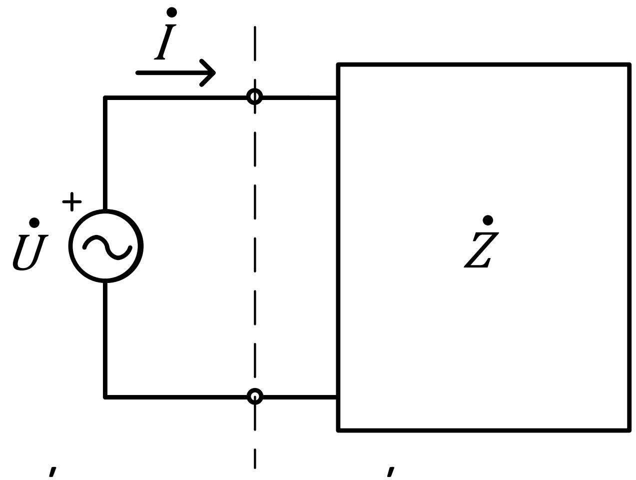
- Μόνο το ωμικό μέρος απορροφά ενεργό ισχύ. Η συνολική ενεργός ισχύς λοιπόν είναι ίση με αυτή που απορροφά η αντίσταση. Πράγματι
$$P = U_R I \cos 0 = U_R I = I^2 R = 172.5\ \mathrm{W}$$
όπου U_R η τάση στα άκρα της αντίστασης.

- Συνηθισμένο λάθος: Θα μπορούσε να βρεθεί η ενεργός ισχύς και ως $\frac{U^2}{R}$.

- **Όχι, δεν ισχύει αυτό.** Η τάση $\dot{U}$ εφαρμόζεται στην αντίσταση και τον πυκνωτή μαζί. Για να εφαρμόσουμε αυτόν τον τύπο πρέπει να χρησιμοποιήσουμε την τάση στην αντίσταση U_R (που βρίσκεται πχ με διαιρέτη τάσης).

Παράδειγμα 2.1(β)

- Να υπολογιστεί η άεργος ισχύς που απορροφάται από τη σύνθετη αντίσταση $\dot{Z} = 50 - j20\ \Omega$ αν στα άκρα της εφαρμόζεται τάση $\dot{U} = 100\angle 0°\ \mathrm{V}$.



Απάντηση:

- Το ρεύμα που διαρρέει τη σύνθετη αντίσταση υπολογίστηκε παραπάνω και είναι

$$\dot{I} = 1.86\angle 22° \quad \mathrm{A}$$

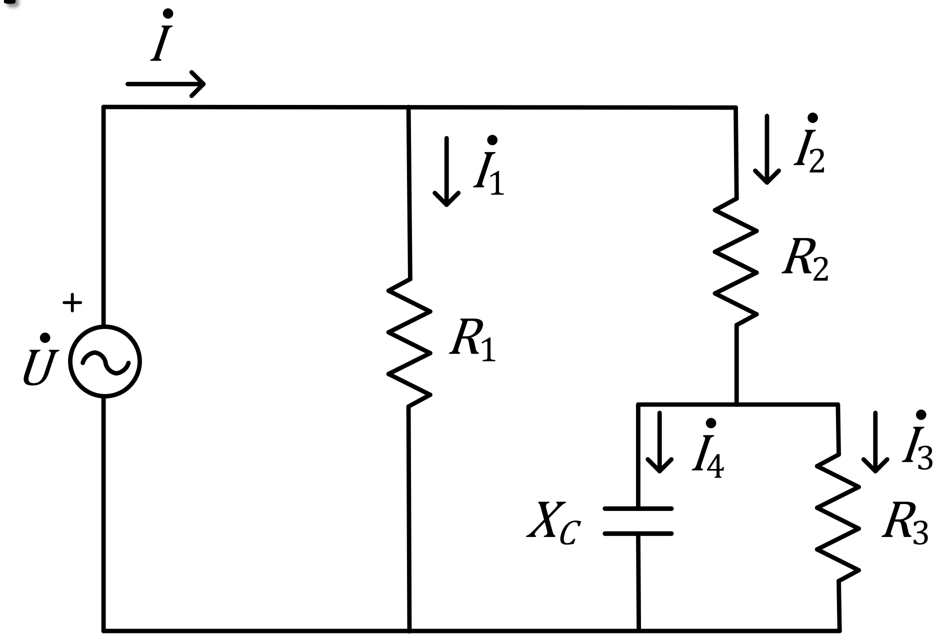
- Άρα

$$Q = UI\sin\varphi = 100 \cdot 1.86\sin(-22) = -69.6\ \ \mathrm{Var}$$

- Το πρόσημο δείχνει ότι το φορτίο δεν απορροφά αλλά παράγει άεργο. Αυτό προκύπτει σε κάθε περίπτωση που το ρεύμα προηγείται της τάσης, δηλαδή το φορτίο έχει χωρητικό χαρακτήρα.

Παράδειγμα 2.2

- Να υπολογιστεί η ενεργός ισχύς που απορροφάται από την κάθε αντίσταση του κυκλώματος και η ενεργός και η άεργος ισχύς που παράγει η πηγή.
- Δίνονται: $R_1 = 5\ \Omega$, $R_2 = 6\ \Omega$, $R_3 = 4\ \Omega$, $X_C = 4\ \Omega$, $\dot{U} = 10\angle 30°\ \text{V}$.



Απάντηση:

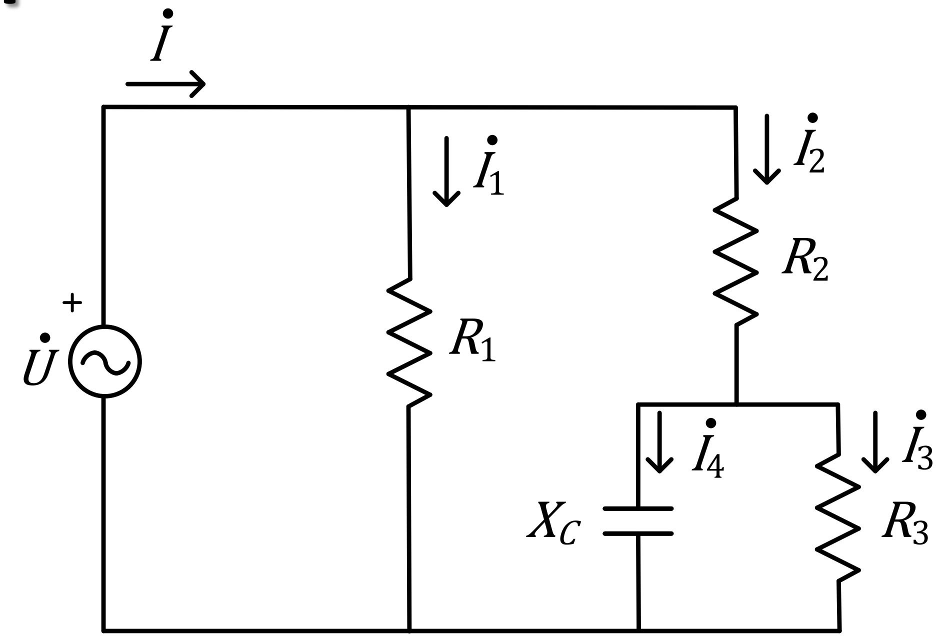
- Το ρεύμα του πρώτου κλάδου είναι

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{R_1} = \frac{10\angle 30°}{5} = 2\angle 30° \quad \text{A}$$

- Η σύνθετη αντίσταση του δεύτερου κλάδου είναι

$$\dot{Z}_2 = R_2 + \frac{R_3(-jX_C)}{R_3 - jX_C} = 6 - \frac{j16}{4 - j4} = 8 - j2 \quad \Omega$$

Παράδειγμα 2.2



- Άρα το ρεύμα του είναι

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}}{\dot{Z}_2} = \frac{10\angle 30°}{8 - j2} = 1.213\angle 44°\ \mathrm{A}$$

- Η τάση στην αντίσταση R_3 είναι

$$\dot{U}_3 = \dot{U}\frac{\frac{R_3(-jX_C)}{R_3 - jX_C}}{\dot{Z}_2} = \frac{2 - j2}{8 - j2}10\angle 30°$$

$$= 3.430\angle(-1°)\ \mathrm{V}$$

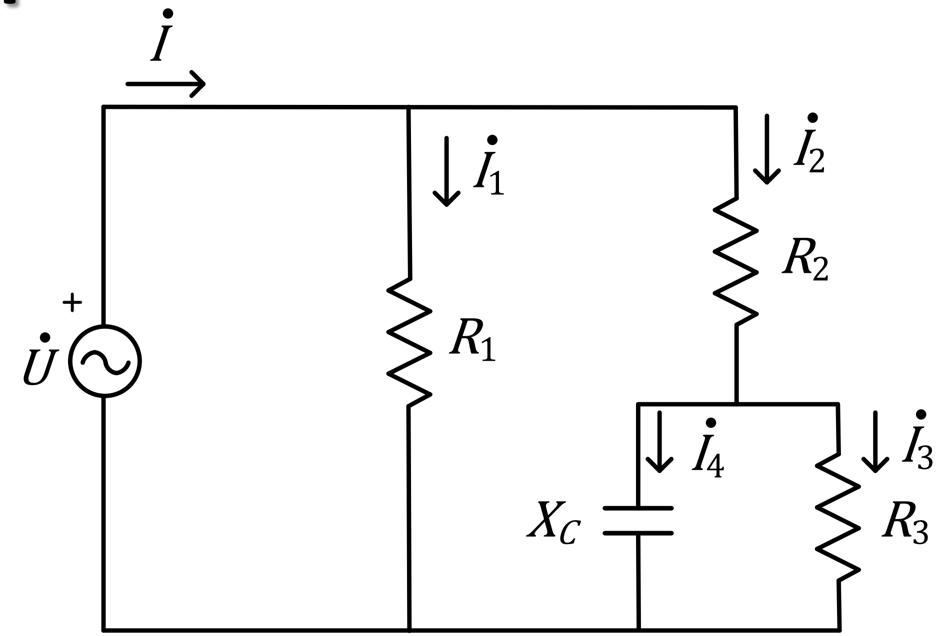
- Η τάση στην αντίσταση R_2 είναι

$$\dot{U}_2 = \dot{U} - \dot{U}_3 = 7.276\angle 44°\ \mathrm{V}$$

- Το ρεύμα στην αντίσταση R_3 είναι

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_3}{R_3} = 0.857\angle(-1°)\ \mathrm{A}$$

Παράδειγμα 2.2



- Το ρεύμα στον πυκνωτή είναι

$$\dot{I}_4 = \frac{\dot{U}_3}{-jX_C} = 0.857\angle 89°\ \mathrm{A}$$

- Το συνολικό ρεύμα είναι

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 2.604 + j1.843$$
$$= 3.19\angle 35.3°\ \mathrm{A}$$

- Η ενεργός ισχύς που καταναλώνεται στην αντίσταση R_1 είναι

$$P_{R1} = UI_1 \cos(\varphi_u - \varphi_{i1})$$

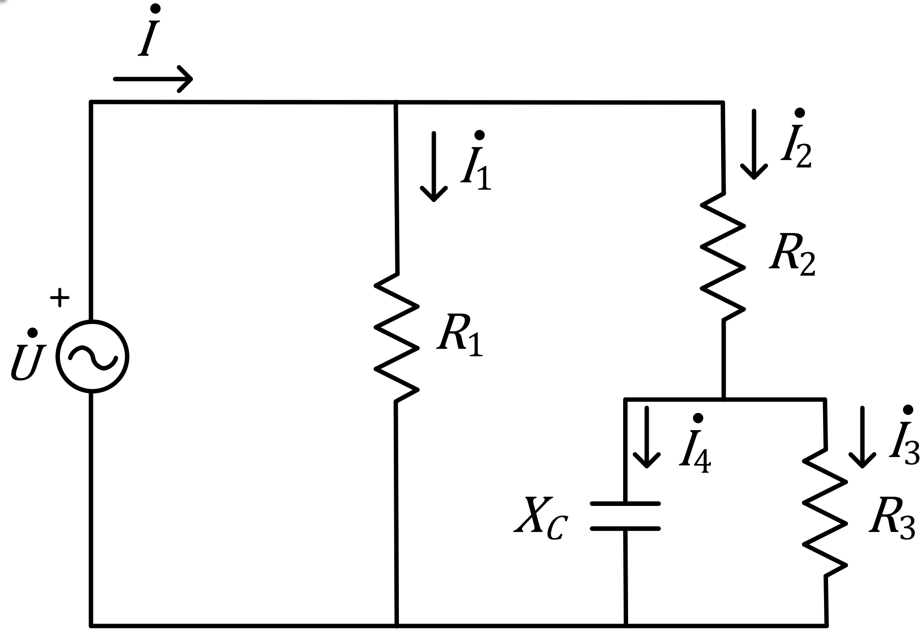
όπου με φ_x συμβολίζεται η γωνία φάσης κυματομορφής $x(t)$.

- Παρατηρούμε ότι

$$P_{R1} = UI_1 = \frac{U^2}{R_1} = {I_1}^2 R_1 = 20\ \mathrm{W}$$

Παράδειγμα 2.2

- Ομοίως η ενεργός ισχύς που καταναλώνεται στην αντίσταση R_2 είναι



$$P_{R2} = U_2 I_2 \cos(\varphi_{u2} - \varphi_{i2}) = U_2 I_2 = \frac{{U_2}^2}{R_2}$$
$$= {I_2}^2 R_2 = 8.824 \text{ W}$$

- Η ενεργός ισχύς που καταναλώνεται στην αντίσταση R_3 είναι

$$P_{R3} = U_3 I_3 \cos(\varphi_{u3} - \varphi_{i3}) = U_3 I_3 = \frac{{U_3}^2}{R_3} = {I_3}^2 R_3 = 2.941 \text{ W}$$

- Η ενεργός ισχύς που παράγει η πηγή είναι:

$$P = UI \cos(\varphi_u - \varphi_i) = 10 \cdot 3.19 \cos(30° - 35.3°) = 31.765 \text{ W}$$

- Παρατηρούμε ότι

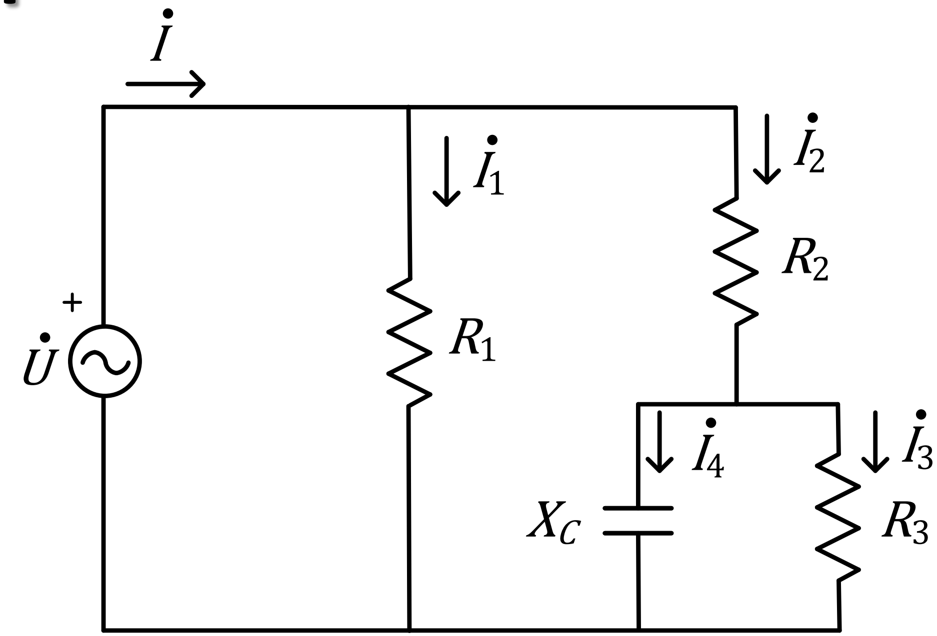
$$P = P_{R1} + P_{R2} + P_{R3}$$

Παράδειγμα 2.2

- Η άεργος ισχύς που παράγει η πηγή είναι:

$$Q = UI\sin(\varphi_u - \varphi_i)$$
$$= 10 \cdot 3.19 \sin(30° - 35.3°) = -2.941\ \mathrm{Var}$$

- Το πρόσημο αυτό για την πηγή δείχνει ότι απορροφά άεργο ισχύ.



- Παρατηρούμε επίσης ότι η άεργος του πυκνωτή είναι
  $Q_C = U_3 I_4 \sin(\varphi_{u3} - \varphi_{i4}) = 3.430 \cdot 0.857 \sin(-1° - 89°) = -2.941\ \mathrm{Var}$
- Δηλαδή όπως ήταν αναμενόμενο ο πυκνωτής παράγει άεργο ισχύ και η πηγή απορροφά.

Φαινομένη και μιγαδική ισχύς

- Ορίζεται η φαινομένη ισχύς ως εξής:

$$S = UI$$

- Μονάδα μέτρησης το Volt-amper (VA).
- Η μιγαδική ισχύς ορίζεται ως

$$\dot{S} = \dot{U}\dot{I}^*$$

- Μονάδα μέτρησης το VA.
- Έστω ότι οι φάσορες της τάσης και του ρεύματος στο φορτίο είναι

$$\dot{U} = U\angle\alpha$$

$$\dot{I} = I\angle\beta$$

- Τότε

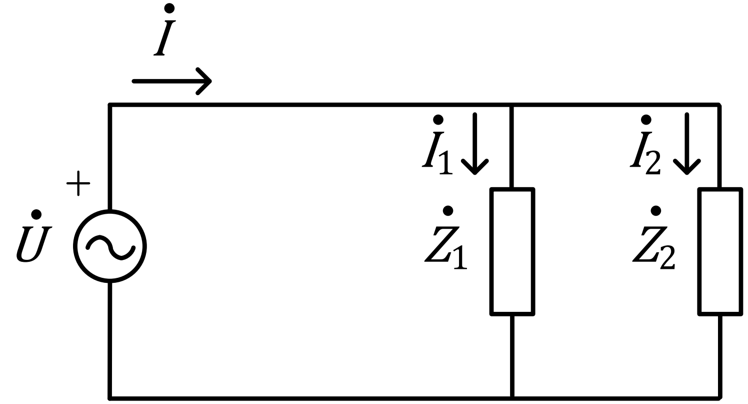
$$\dot{S} = \dot{U}\dot{I}^* = Ue^{j\alpha}Ie^{-j\beta} = UIe^{j(\alpha-\beta)} = UIe^{j\varphi} = UI\angle\varphi$$

$$\dot{S} = UIe^{j\varphi} = UI(\cos\varphi + j\sin\varphi) = UI\cos\varphi + j\,UI\sin\varphi = P + jQ$$

- Η φαινομένη ισχύς είναι ίση με το μέτρο της μιγαδικής ισχύος, δηλαδή

$$S = UI = \left|\dot{S}\right| = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Διατήρηση ισχύος



- Ας θεωρήσουμε δύο φορτία με σύνθετες αντιστάσεις $\dot{Z}_1$ και $\dot{Z}_2$. Έστω ότι συνδέονται παράλληλα και ότι εφαρμόζεται σε αυτά τάση $\dot{U}$.
- Σύμφωνα με τον KCL το συνολικό ρεύμα θα είναι

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$$

- Η μιγαδική ισχύς είναι

$$\dot{S} = \dot{U}\dot{I}^* = \dot{U}\left(\dot{I}_1^* + \dot{I}_2^*\right) = \dot{U}\dot{I}_1^* + \dot{U}\dot{I}_2^* = \dot{S}_1 + \dot{S}_2$$

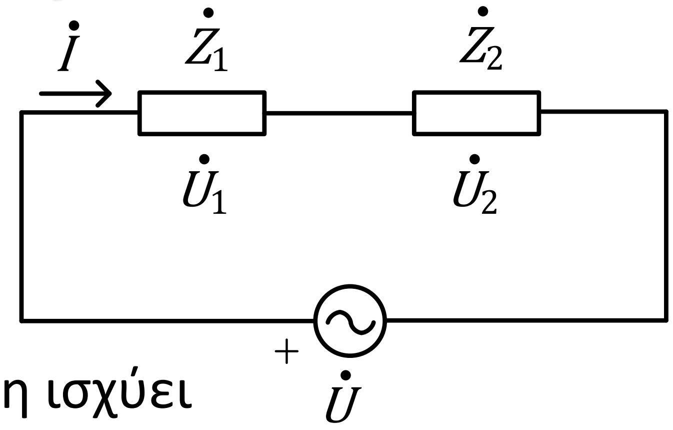
όπου $\dot{S}_1$,$\dot{S}_2$ οι τιμές της μιγαδικής ισχύος των στοιχείων 1 και 2 αντίστοιχα.

$$\dot{S} = \dot{S}_1 + \dot{S}_2 \Rightarrow P + jQ = (P_1 + jQ_1) + (P_2 + jQ_2)$$
$$\Rightarrow P + jQ = (P_1 + P_2) + j(Q_1 + Q_2)$$

- Δηλαδή ισχύει και ότι

$$P = P_1 + P_2$$
$$Q = Q_1 + Q_2$$

Διατήρηση ισχύος



- Έστω ότι τα φορτία συνδέονται σε σειρά και ότι εφαρμόζεται στον εν σειρά συνδυασμό τους τάση $\dot{U}$.
- Σύμφωνα με το νόμο τάσεων Kirchhoff για την τάση ισχύει
$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2$$
- Η μιγαδική ισχύς είναι
$$\dot{S} = \dot{U}\dot{I}^* = (\dot{U}_1 + \dot{U}_2)\dot{I}^* = \dot{U}_1\dot{I}^* + \dot{U}_2\dot{I}^* = \dot{S}_1 + \dot{S}_2$$
- Για την ενεργό και την άεργο προκύπτει ότι και στο προηγούμενο κύκλωμα.
- **Συμπέρασμα:** Όπως και να είναι συνδεδεμένα τα στοιχεία, η συνολική ισχύς που παρέχουν οι πηγές ισούται με την συνολική ισχύ που λαμβάνουν τα φορτία. Αυτό ισχύει επίσης για την ενεργό και την άεργο. **Δεν ισχύει** για τη φαινομένη.

Συντελεστής ισχύος

- Ορίζεται ο συντελεστής ισχύος ως

$$PF = \frac{P}{S}$$

- Είναι αδιάστατο μέγεθος.
- Έχει μέγιστη τιμή τη μονάδα.
- Δείχνει τι ποσοστό της φαινομένης είναι η ενεργός ισχύς.
- Για κυκλώματα με ημιτονοειδείς κυματομορφές, όπως είναι αυτά που εξετάζουμε, προκύπτει ότι

$$PF = \frac{P}{S} = \frac{UI\cos\varphi}{UI} = \cos\varphi$$

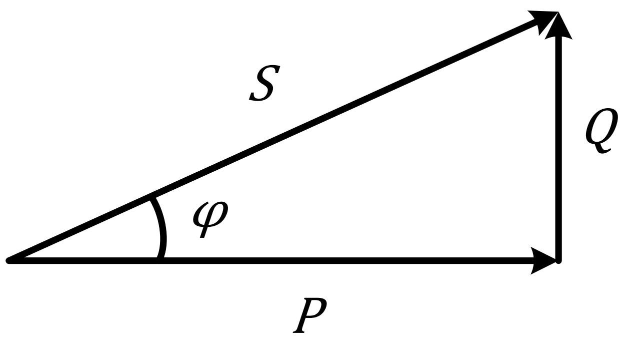
- Είναι πάντα θετικός. Όταν το ρεύμα έπεται της τάσης χαρακτηρίζεται ως επαγωγικός, ενώ όταν προηγείται ως χωρητικός.
- Όσο μικρότερη είναι η άεργος του φορτίου τόσο υψηλότερος είναι ο συντελεστής ισχύος του.

Τρίγωνο ισχύος

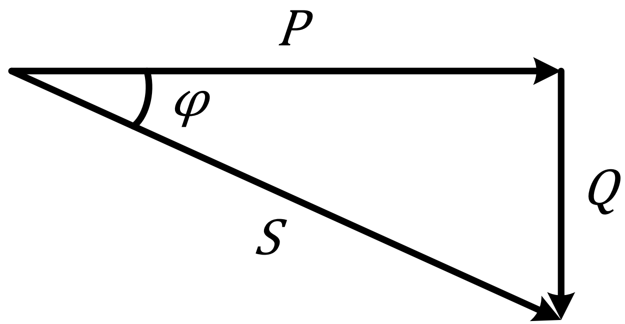
- Όπως αναφέρθηκε παραπάνω η φαινομένη ισχύς προκύπτει και από τη σχέση

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

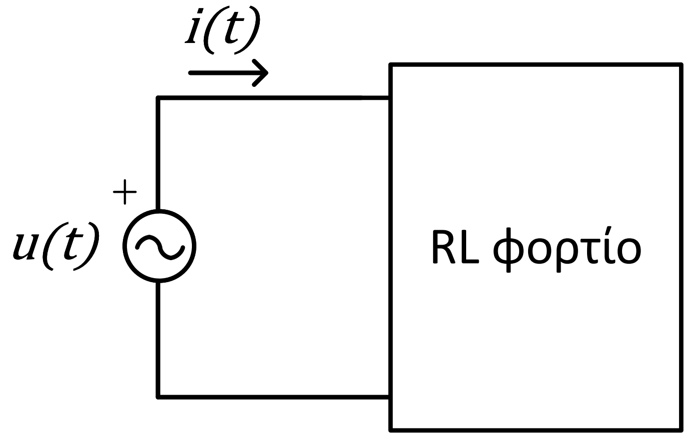
- Η σχέση αυτή θυμίζει το Πυθαγόρειο Θεώρημα.
- Μπορούμε να σχεδιάσουμε ένα τρίγωνο με πλευρές ανάλογες της ενεργού, της αέργου και της φαινομένης ισχύος.
- Για RL φορτίο (Q θετική):



Για RC φορτίο (Q αρνητική):



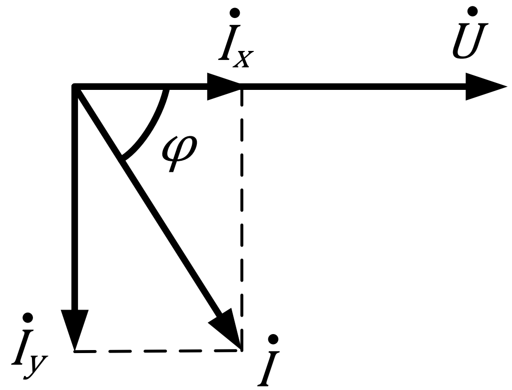
Ανάλυση του ρεύματος



- Ας θεωρήσουμε φορτίο RL.
- Αναλύουμε το ρεύμα σε δύο συνιστώσες, την $\dot{I}_x$ που είναι παράλληλη προς την τάση και την $\dot{I}_y$ που είναι κάθετη στην τάση.
- Παρατηρούμε ότι:

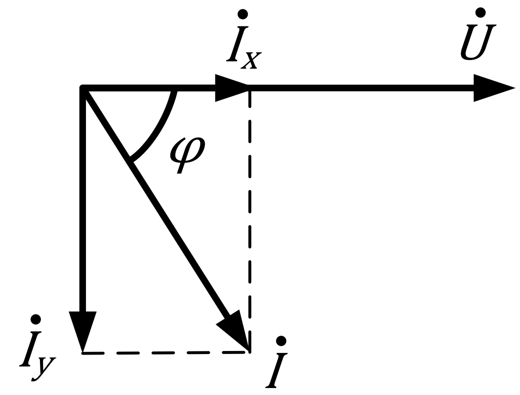
➢ Η συνιστώσα $I_x = I\cos\varphi$ σχετίζεται με την $P = UI\cos\varphi$.

➢ Η συνιστώσα $I_y = I\sin\varphi$ σχετίζεται με την $Q = UI\sin\varphi$.



- Για το λόγο αυτό η $\dot{I}_x$ χαρακτηρίζεται και ως ενεργός συνιστώσα του ρεύματος ενώ η $\dot{I}_y$ χαρακτηρίζεται ως άεργος.

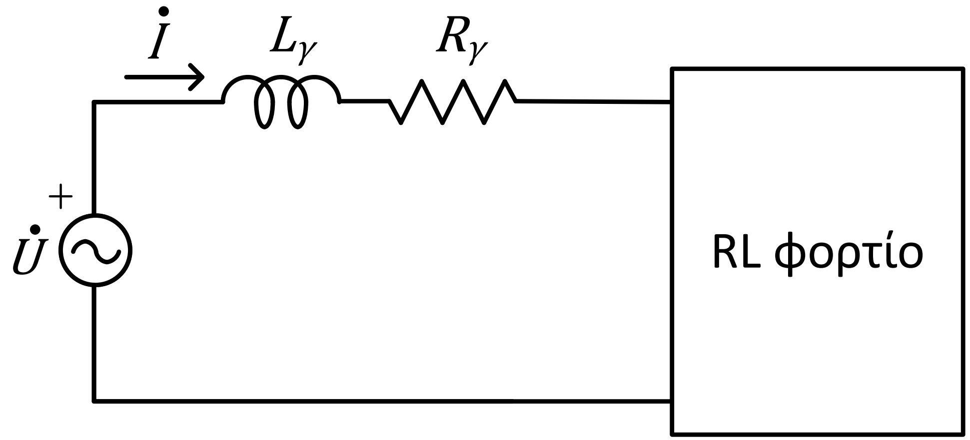
Ανάλυση του ρεύματος



- Το συνολικό ρεύμα έχει rms τιμή:

$$I = \sqrt{I_x^2 + I_y^2}$$

- Παρατηρούμε ότι η συνιστώσα του ρεύματος που σχετίζεται με την άεργο ισχύ (την οποία δεν αξιοποιούμε) αποτελεί μέρος του συνολικού ρεύματος που ρέει στο κύκλωμα.
- Στο κύκλωμα που εξετάζουμε θεωρήσαμε ότι οι αγωγοί είναι ιδανικοί. Στην πραγματικότητα αυτό δεν ισχύει. Το παρακάτω κύκλωμα προσεγγίζει λίγο καλύτερα το πραγματικό:



Ανάλυση του ρεύματος

- Το συνολικό ρεύμα I που ρέει στη γραμμή προκαλεί πτώση τάσης στη σύνθετη αντίσταση της γραμμής και θερμικές απώλειες της μορφής I^2R_{γ}.
- Οι διατομές των αγωγών και ο υπόλοιπος εξοπλισμός του συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας υπολογίζονται με βάση αυτό το συνολικό ρεύμα.
- Η ενεργός συνιστώσα του ρεύματος δεν μπορεί να μειωθεί γιατί εξαρτάται από το φορτίο και την τάση που θεωρούνται σταθερά.
- Η άεργος συνιστώσα του ρεύματος καταλαμβάνει πόρους του δικτύου χωρίς να αξιοποιείται. Θα έχουμε κέρδος αν τη μειώσουμε.

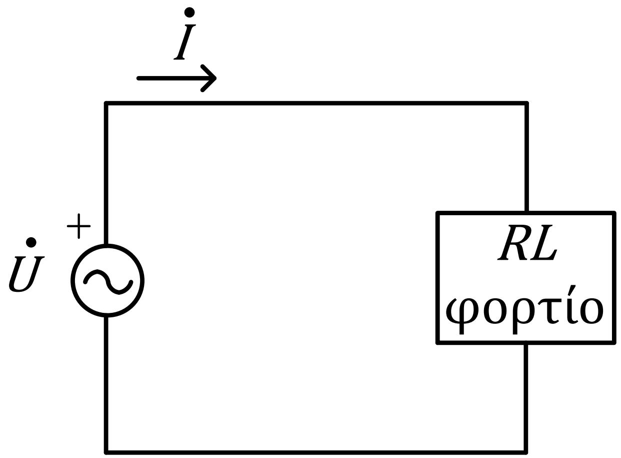
Διόρθωση συντελεστή ισχύος

- Θεωρούμε ότι το φορτίο είναι δεδομένο και δεν μπορούμε να επέμβουμε στο P που απορροφά, ούτε και στην τάση του δικτύου. (Αν μπορούσαμε να αυξήσουμε την τάση θα μειωνόταν το ρεύμα που απαιτείται για την ίδια μεταφορά ενεργού ισχύος.)
- Για να μειώσουμε το ρεύμα πρέπει να βρούμε έναν τρόπο να μειώσουμε την άεργο ισχύ που απορροφά το φορτίο από το δίκτυο, δηλαδή να αυξήσουμε το συντελεστή ισχύος του. Αυτό λέγεται αντιστάθμιση αέργου ισχύος ή διόρθωση του συντελεστή ισχύος.
- Τα περισσότερα οικιακά αλλά και βιομηχανικά φορτία έχουν επαγωγικό χαρακτήρα. Αυτό σημαίνει ότι απορροφούν άεργο από το δίκτυο.
- Ένα RL φορτίο καταναλώνει άεργο ($Q > 0$) ενώ ένας πυκνωτής παράγει ($Q < 0$). Αν συνδέσουμε λοιπόν παράλληλα στο φορτίο πυκνωτή, τότε ο συνδυασμός τους θα απορροφά λιγότερη άεργο ισχύ από το δίκτυο.

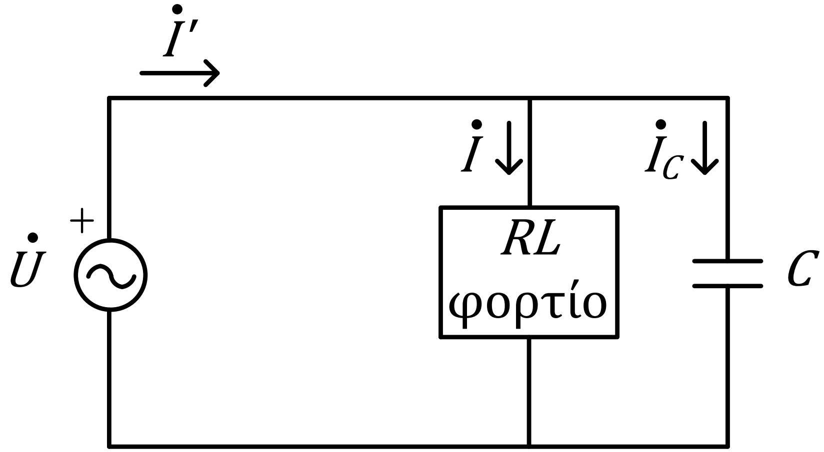
Διόρθωση συντελεστή ισχύος

- Η σύνδεση του πυκνωτή γίνεται ως εξής:

Αρχικό κύκλωμα:



Κύκλωμα με πυκνωτή αντιστάθμισης:

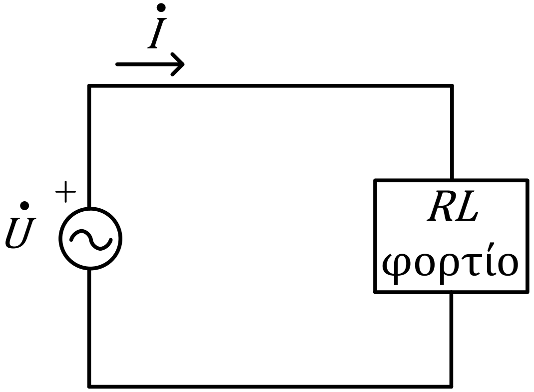


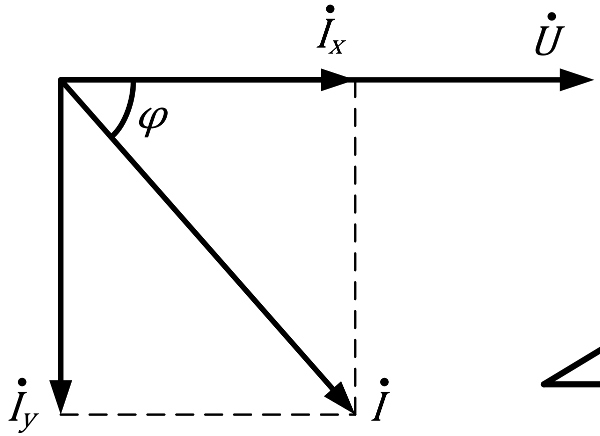
- Αφού η σύνθετη αντίσταση του φορτίου και η τάση στα άκρα του δεν άλλαξαν, το φορτίο εξακολουθεί να διαρρέεται από το ίδιο ρεύμα $\dot{I}$. (Θεωρούμε ότι οι αγωγοί που συνδέουν το φορτίο με την πηγή δεν έχουν εσωτερική αντίσταση.)
- Η ενεργός ισχύς που απορροφά ο συνδυασμός φορτίου-πυκνωτή οφείλεται μόνο στο RL φορτίο. Αφού η τάση και το ρεύμα στο φορτίο δεν αλλάζουν, η ενεργός ισχύς παραμένει ίδια.

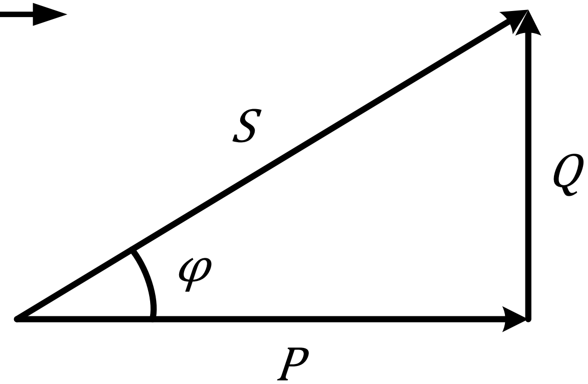
Διόρθωση συντελεστή ισχύος

- Διανυσματικό διάγραμμα και τρίγωνο ισχύος:

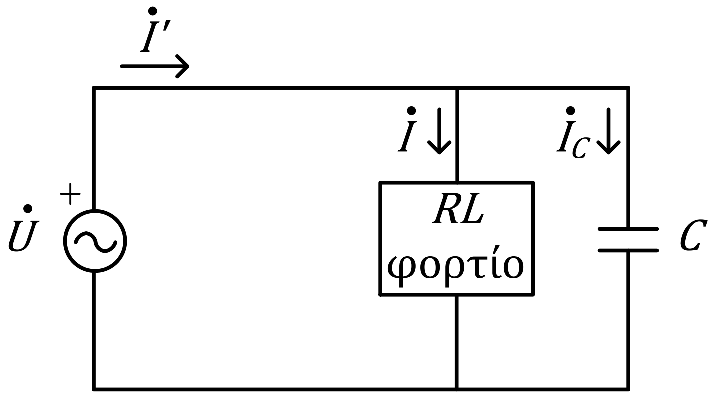
Πριν τη διόρθωση:

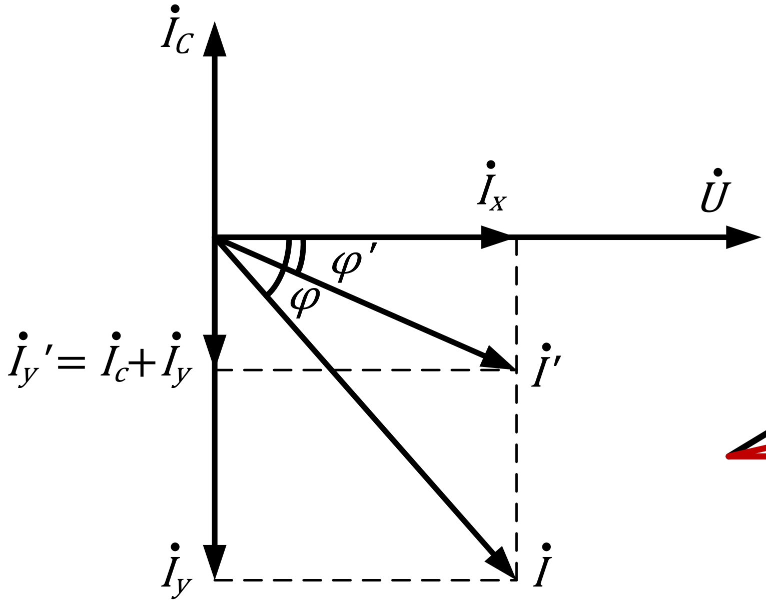


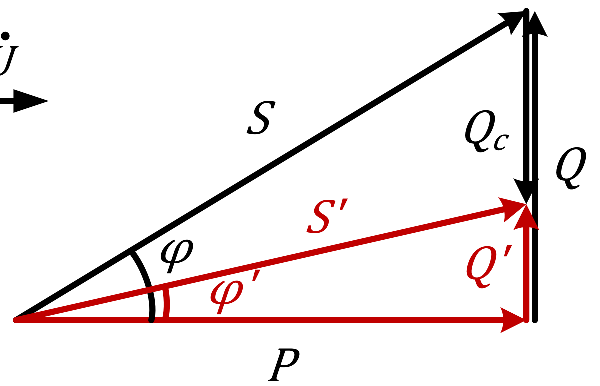




Μετά τη διόρθωση:







Διόρθωση συντελεστή ισχύος

- Παρατηρούμε ότι ο συνδυασμός φορτίου-πυκνωτή απορροφά λιγότερη άεργο ισχύ από το δίκτυο, η φαινομένη έχει μειωθεί, το ρεύμα έχει μειωθεί, η διαφορά φάσης τάσης ρεύματος φ έχει μειωθεί και επομένως το $\cos\varphi$ (που ισούται με το συντελεστή ισχύος) έχει αυξηθεί.
- Προσοχή: Η άεργος ισχύς που απορροφά το φορτίο δεν μεταβλήθηκε με την τοποθέτηση του πυκνωτή. Απλώς μέρος της παράγεται τοπικά από τον πυκνωτή και δεν χρειάζεται να μεταφέρεται από το δίκτυο.
- Στους αγωγούς από το σημείο της αντιστάθμισης μέχρι το φορτίο εξακολουθεί να ρέει το αρχικό ρεύμα, άρα εξακολουθούν να υπάρχουν τα μειονεκτήματα του χαμηλού συντελεστή ισχύος.

Διόρθωση συντελεστή ισχύος

- Μπορούμε να υπολογίσουμε τον πυκνωτή που χρειάζεται για συγκεκριμένη διόρθωση του συντελεστή ισχύος ως εξής.
- Αν διαιρέσουμε κατά μέλη τις σχέσεις

$$Q = UI\sin\varphi$$
$$P = UI\cos\varphi$$

- Προκύπτει ότι

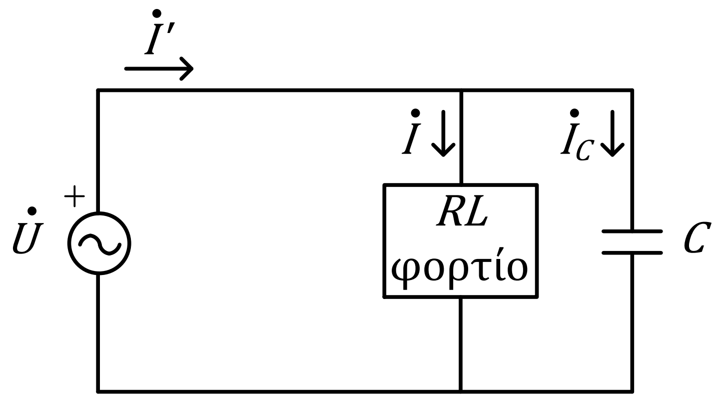
$$Q = P\tan\varphi$$

- Έστω ότι με την τοποθέτηση του πυκνωτή ο αρχικός συντελεστής ισχύος $\cos\varphi$ αυξάνεται σε $\cos\varphi'$. Η άεργος που απορροφά ο παράλληλος συνδυασμός από το δίκτυο θα μειωθεί από Q σε Q'. Ο πυκνωτής πρέπει να παράγει την άεργο Q_c που απαιτείται έτσι ώστε το φορτίο να εξακολουθήσει να απορροφά άεργο Q.

$$Q = Q' + Q_c \;\Rightarrow\; Q_c = Q - Q' = P\tan\varphi - P\tan\varphi'$$
$$\Rightarrow\; Q_c = P(\tan\varphi - \tan\varphi')$$

Διόρθωση συντελεστή ισχύος

- Αν μας ζητηθεί, μπορούμε από την τιμή αυτή της αέργου Q_c να υπολογίσουμε τη χωρητικότητα του πυκνωτή.



- Το ρεύμα του πυκνωτή προκύπτει ως εξής:

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}}{\frac{1}{j\omega C}} = j\omega C\dot{U} \;\; \Rightarrow \;\; I_C = \omega C U$$

- Η άεργος που παράγει είναι

$$Q_C = UI_C \sin 90° = UI_C = \omega C U^2$$

- Την άεργο όμως την υπολογίσαμε παραπάνω. Επομένως

$$C = \frac{Q_C}{\omega U^2}$$

- Αν το φορτίο είναι RC, τότε η διαδικασία είναι παρόμοια, όμως τότε απαιτείται σύνδεση επαγωγού αντί για πυκνωτή για διόρθωση του συντελεστή ισχύος.

Παράδειγμα 2.3

- Ένα φορτίο που τροφοδοτείται από τάση $230\ \mathrm{V}$, $50\ \mathrm{Hz}$ απορροφά ενεργό ισχύ $4\ \mathrm{kW}$ με επαγωγικό συντελεστή ισχύος 0.8. Να βρεθεί ο πυκνωτής που απαιτείται ώστε να αυξηθεί ο συντελεστής ισχύος στο 0.95.

Απάντηση:

- Η ενεργός ισχύς του φορτίου δίνεται ότι είναι

$$P = 4\ \mathrm{kW}$$

- Η αρχική γωνία του συντελεστή ισχύος είναι

$$\varphi = \cos^{-1} 0.8 = 36.87°$$

- Ο επιθυμητός συντελεστής ισχύος αντιστοιχεί στη γωνία

$$\varphi' = \cos^{-1} 0.95 = 18.19°$$

- Άρα η άεργος του πυκνωτή που απαιτείται θα είναι

$$Q_c = P(\tan\varphi - \tan\varphi') = 1.686\ \mathrm{kVar}$$

- Η χωρητικότητα του πυκνωτή που παράγει αυτή την άεργο είναι

$$C = \frac{Q_c}{\omega U^2} = \frac{Q_c}{2\pi f U^2} = 0.101\ \mathrm{mF}$$

Παρατηρήσεις

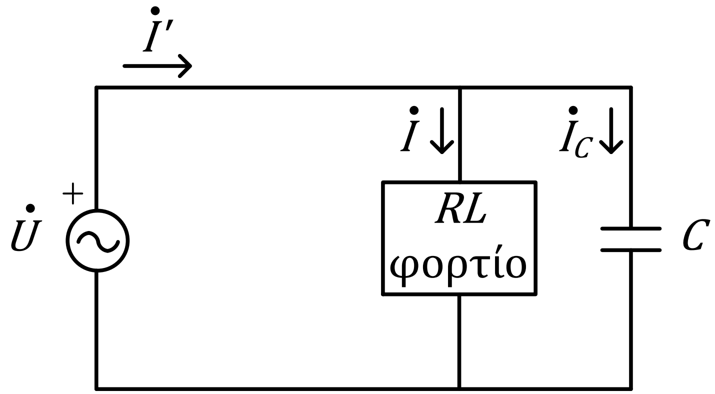
- Θα μπορούσαμε να επιλέξουμε τον πυκνωτή έτσι ώστε να μηδενίζεται τελείως η άεργος. Αποφεύγουμε όμως κάτι τέτοιο γιατί υπάρχει κίνδυνος υπεραντιστάθμισης.
- Τα φορτία συχνά συνδέονται και αποσυνδέονται με τυχαίο τρόπο. Αν η άεργος που απαιτούν μειωθεί ενδέχεται η άεργος του πυκνωτή που συνδέσαμε παράλληλα να έχει μεγαλύτερη τιμή από αυτή.
- Τότε η άεργος του πυκνωτή καλύπτει το φορτίο και η υπόλοιπη ρέει προς το δίκτυο.
- Πάλι εμφανίζεται ροή αέργου στο δίκτυο, απλώς αλλάζει η φορά της. Επομένως πάλι ρέει αυξημένο άεργο ρεύμα στους αγωγούς με όλες τις αρνητικές συνέπειες που προαναφέρθηκαν.

Παρατηρήσεις

- Παραπάνω αναφέρθηκε ότι αφού η τάση και το ρεύμα στο φορτίο δεν αλλάζουν, η ενεργός ισχύς παραμένει ίδια. Ωστόσο στην πραγματικότητα οι αγωγοί δεν είναι ιδανικοί, επομένως εμφανίζουν πτώση τάσης. Άρα η τάση στο φορτίο με την τοποθέτηση του πυκνωτή αλλάζει, το ίδιο και η ενεργός ισχύς.

Παράδειγμα 2.4

- Ένα φορτίο με $P = 1$ kW και συντελεστή ισχύος 0.5 επαγωγικό τροφοδοτείται από τάση 230 V. Παράλληλα στο φορτίο τοποθετείται πυκνωτής για διόρθωση του συντελεστή σε 0.8. Να βρεθεί πόσο μεταβλήθηκε το ρεύμα του παράλληλου συνδυασμού φορτίου-πυκνωτή.



Απάντηση:

- Η φαινομένη ισχύς του φορτίου είναι

$$S = \frac{P}{\cos\varphi} = 2 \text{ kVA}$$

- Άρα το ρεύμα του φορτίου είναι

$$I = \frac{S}{U} = 8.7 \text{ A}$$

- Η φαινομένη ισχύς του παράλληλου συνδυασμού είναι

$$S' = \frac{P}{\cos\varphi'} = 1.250 \text{ kVA}$$

Παράδειγμα 2.4

- Άρα το ρεύμα του παράλληλου συνδυασμού είναι

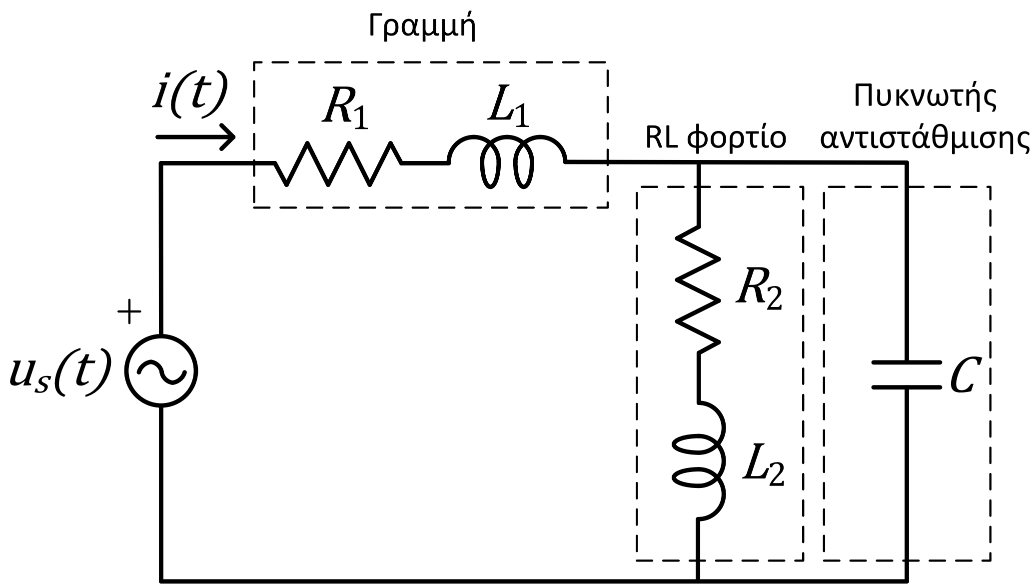
$$I' = \frac{S'}{U} = 5.4 \text{ A}$$

- Μείωση:

$$\frac{8.7 - 5.4}{8.7} 100 = 37.9\%$$

Παράδειγμα 2.5

- Στο κύκλωμα του σχήματος είναι $R_1 = 1\ \Omega$, $L_1 = 0.01$ H, $R_2 = 50\ \Omega$, $L_2 = 0.1$ H, $C = 0.02$ mF, $\dot{U}_s = 230\angle 0°$ V, $\omega = 100\pi$ rad/s.



- Να βρεθεί η μιγαδική ισχύς των στοιχείων.

Απάντηση:

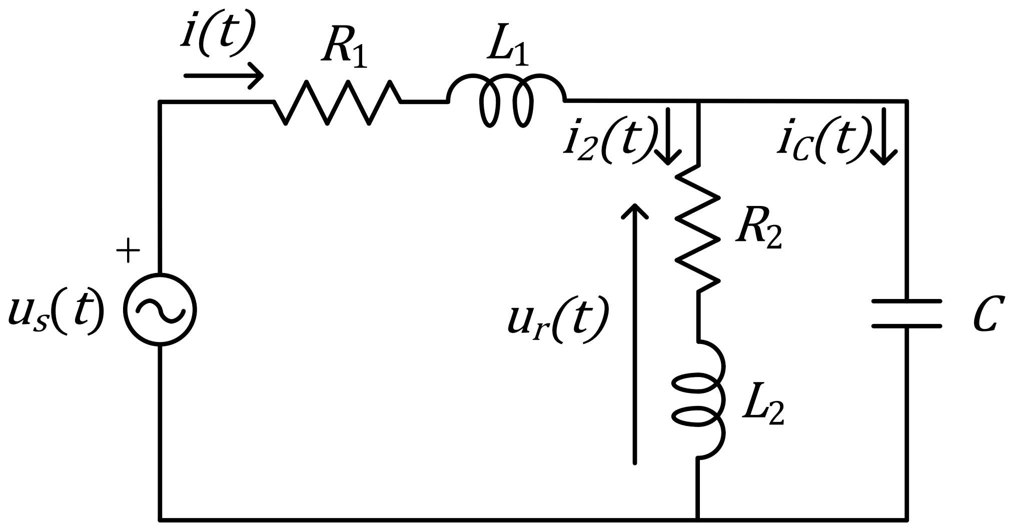
- Το ρεύμα της πηγής είναι

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_s}{(R_1 + j\omega L_1) + \frac{(R_2 + j\omega L_2)\left(-\frac{j}{\omega C}\right)}{R_2 + j\omega L_2 - \frac{j}{\omega C}}} = 3.19 - j0.75 = 3.28\angle(-13.1°)\text{A}$$

Παράδειγμα 2.5

- Η τάση $\dot{U}_r$ του κλάδου R_2L_2 και του πυκνωτή είναι

$$\dot{U}_r = \dot{U}_s - \dot{I}(R_1 + j\omega L_1)$$
$$= 224.47 - j9.29$$
$$= 224.66\angle(-2.4°)\ \mathrm{V}$$



- Τα ρεύματα $\dot{I}_2$ και $\dot{I}_C$ του κλάδου R_2L_2 και του πυκνωτή είναι

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_r}{R_2 + j\omega L_2} = 3.145 - j2.16 = 3.81\angle(-34.5°)\ \mathrm{A}$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_r}{-\frac{j}{\omega C}} = 0.06 + j1.41 = 1.41\angle 87.6°\ \mathrm{A}$$

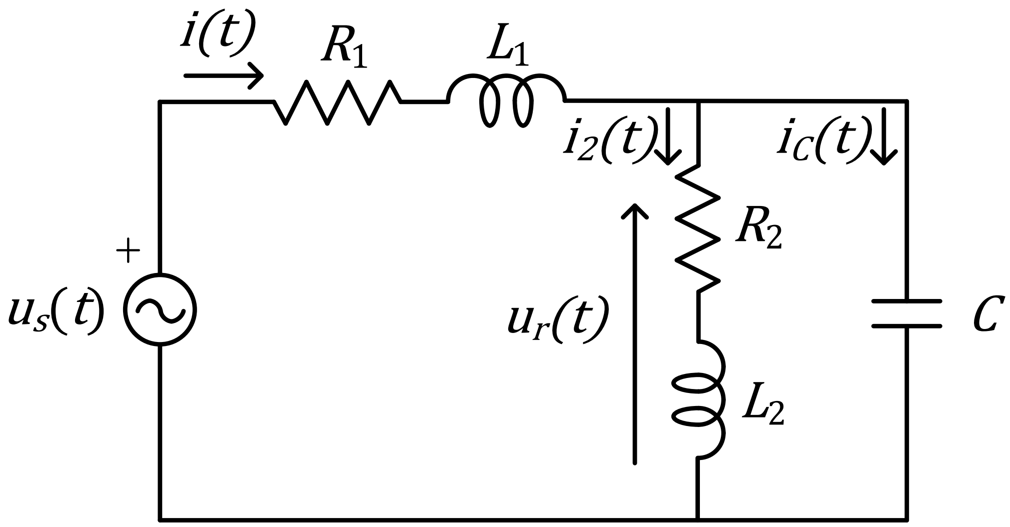
- Η μιγαδική ισχύς της πηγής είναι

$$\dot{S} = \dot{U}_s\dot{I}^* = (734.47 + j171.38)\ \mathrm{VA}$$

Παράδειγμα 2.5

- Η μιγαδική ισχύς του κλάδου R_2L_2 είναι
$$\dot{S}_2 = \dot{U}_r \dot{I}_2^* = (723.71 + j454.72)\text{VA}$$

- Η μιγαδική ισχύς του πυκνωτή είναι
$$\dot{S}_C = \dot{U}_r \dot{I}_C^* = -j317.12\text{VA}$$



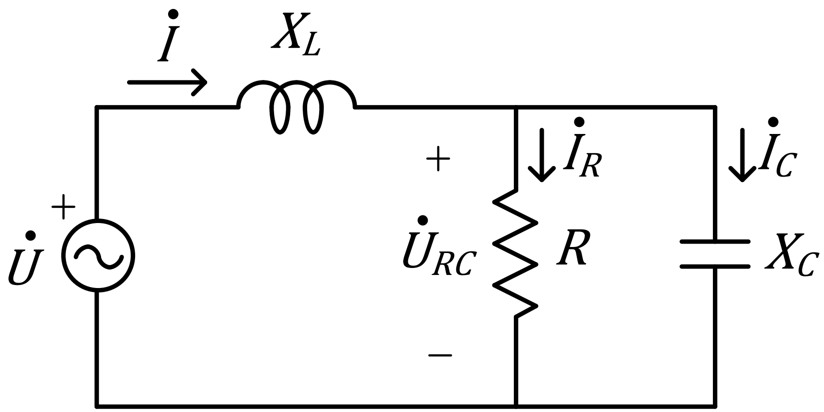
- Επίσης η γραμμή R_1L_1 απορροφά
$$\dot{S}_1 = \left(\dot{U}_s - \dot{U}_r\right)\dot{I}^* = (10.75 + j33.78)\ \text{VA}$$

- Η πηγή παράγει ενεργό ισχύ 734.47 W που απορροφάται στις δύο αντιστάσεις (723.71 W + 10.75 W).

- Η πηγή παράγει άεργο 171.38 Var. Ο πυκνωτής παράγει άεργο 317.12 Var. Η γραμμή R_1L_1 και το φορτίο R_2L_2 καταναλώνουν άεργο 454.72 Var + 33.78 Var. Είναι
$$454.72 \ + 33.78 = 171.38 + 317.12 = 488.5\ \text{Var}$$

Παράδειγμα 2.6

- Στο κύκλωμα του σχήματος είναι $X_L = 100\ \Omega$. Η τάση τροφοδοσίας είναι $\dot{U} = 100\angle 0°\ \mathrm{V}$ με συχνότητα $f = 50\ \mathrm{Hz}$. Η τάση στην αντίσταση έχει rms τιμή επίσης $100\ \mathrm{V}$. Το φορτίο R καταναλώνει ενεργό ισχύ $P_R = 50\ \mathrm{W}$. Να βρεθεί η άεργος ισχύς του πυκνωτή και η τιμή της χωρητικότητάς του.



Απάντηση:

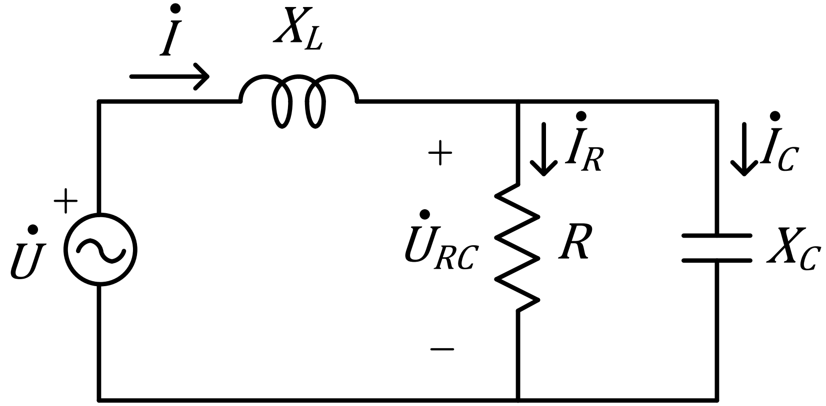
- Ο φάσορας της τάσης της πηγής είναι

$$\dot{U} = 100\angle 0°\ \mathrm{V}$$

- Ο φάσορας της τάσης στα άκρα του παράλληλου συνδυασμού R, C είναι

$$\dot{U}_{RC} = 100\angle\alpha = 100(\cos\alpha + j\sin\alpha)$$

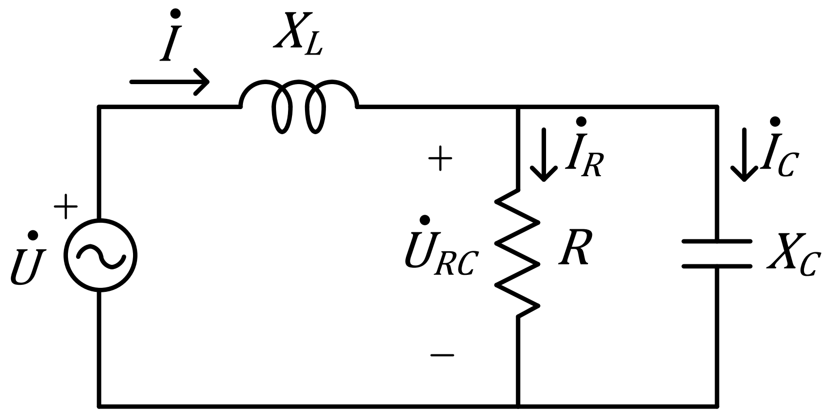
Παράδειγμα 2.6



- Έστω ότι ο φάσορας του ρεύματος της πηγής είναι
$$\dot{I} = I\angle\beta = I(\cos\beta + j\sin\beta)$$
- Επίσης από νόμο τάσεων Kirchhoff στο βρόχο πηγής, X_L, R προκύπτει ότι
$$\dot{U} - \dot{I}jX_L - \dot{U}_{RC} = 0$$
$$\Rightarrow\ U - jX_L I(\cos\beta + j\sin\beta) - U_{RC}(\cos\alpha + j\sin\alpha) = 0$$
$$\Rightarrow\ U - jX_L I\cos\beta + X_L I\sin\beta - U_{RC}\cos\alpha - jU_{RC}\sin\alpha = 0$$
$$\Rightarrow\ (U + X_L I\sin\beta - U_{RC}\cos\alpha) - j(X_L I\cos\beta + U_{RC}\sin\alpha) = 0$$
- Γνωστά: X_L, U, U_{RC}, άγνωστα: α, β, I
- Από την τελευταία εξίσωση (μιγαδική) προκύπτει ότι
$$U + X_L I\sin\beta - U_{RC}\cos\alpha = 0 \qquad (1)$$
$$X_L I\cos\beta + U_{RC}\sin\alpha = 0 \qquad (2)$$

Παράδειγμα 2.6

- Η ενεργός ισχύς που απορροφά η αντίσταση είναι ίση με την ενεργό ισχύ που παράγει η πηγή. Επομένως



$$P = P_R \;\Rightarrow\; UI\cos(0° - \beta) = P_R \;\Rightarrow\; UI\cos\beta = P_R$$

$$\Rightarrow I\cos\beta = \frac{P_R}{U} = 0.5 \quad \text{A} \qquad (3)$$

- Επομένως

$$(2) \;\Rightarrow\; \sin\alpha = -0.5 \;\Rightarrow\; \alpha = -30°$$

και

$$\dot{U}_{RC} = 100\angle(-30°) \quad \text{V}$$

- Επίσης

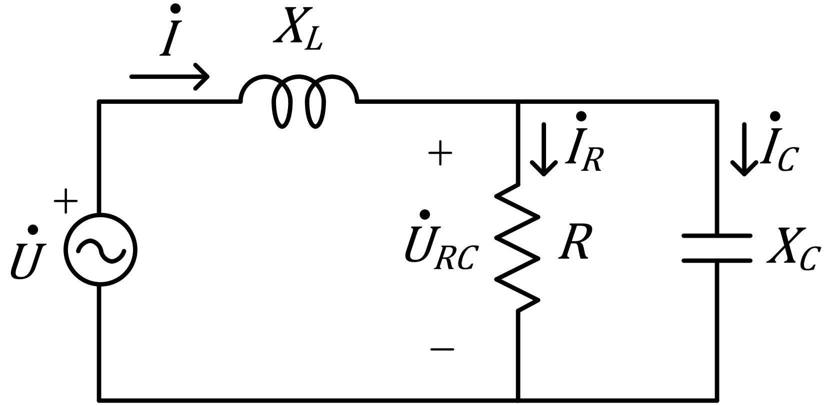
$$(1) \;\Rightarrow\; I\sin\beta = -0.134 \quad \text{A} \qquad (4)$$

Παράδειγμα 2.6

- Διαιρώντας (4) και (3) κατά μέλη βρίσκουμε

$$\tan\beta = -0.268 \;\Rightarrow\; \beta = \tan^{-1}(-0.268) = -15°$$

$$(4) \;\Rightarrow\; I = 0.518 \;\; \mathrm{A}$$



- Επομένως
- Η αέργος που απορροφά ο παράλληλος συνδυασμός R, C είναι

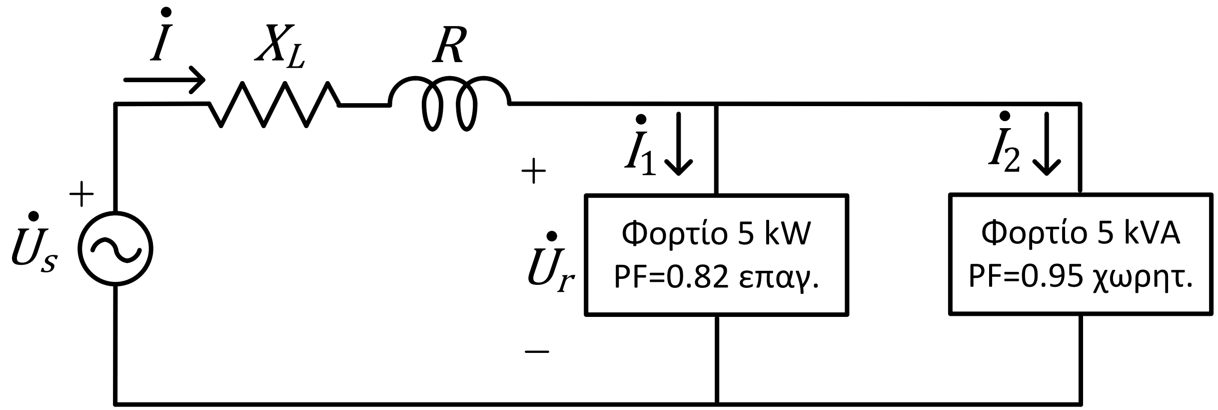
$$Q_C = U_{RC} I \sin(\alpha - \beta) = 100 \cdot 0.518 \sin(-30° + 15°) = -13.4 \,\mathrm{Var}$$

- Το ωμικό φορτίο δεν έχει σχέση με την άεργο, άρα αυτή είναι η άεργος του πυκνωτή.
- Η άεργος είναι αρνητική, όπως ήταν αναμενόμενο για πυκνωτή.
- Η χωρητικότητα του πυκνωτή θα είναι

$$C = \frac{Q_c}{\omega U_{RC}^2} = 4.3 \;\mu\mathrm{F}$$

Παράδειγμα 2.7

- Στο παρακάτω κύκλωμα η τάση στα φορτία είναι $\dot{U}_r = 230\angle 0°\ \mathrm{V}$, $f = 50\ \mathrm{Hz}$. Για τη γραμμή θεωρούμε ότι $R = 0.2\ \Omega$, $L = 1.3\ \mathrm{mH}$. Να βρεθεί η τάση της πηγής $\dot{U}_s$.



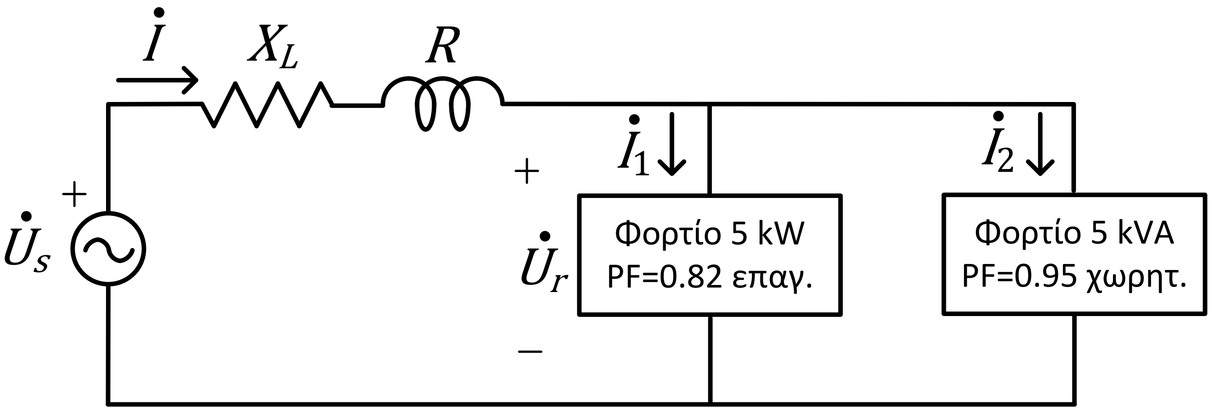
Απάντηση:

- Πρέπει να βρούμε τα ρεύματα των φορτίων. Έστω $\dot{I}_1 = I_1\angle\beta_1$ το ρεύμα στο φορτίο $5\ \mathrm{kW}$.
- Ο συντελεστής ισχύος είναι $= \varphi$

$$\cos(0° - \beta_1) = PF_1 = 0.82\ \varepsilon\pi\alpha\gamma\omega\gamma\iota\kappa\acute{o}\varsigma \qquad \varphi > 0$$

- Άρα $\beta_1 = -34.9°$.

Παράδειγμα 2.7



- Επίσης

$$P_1 = U_r I_1 \cos(0° - \beta_1) \Rightarrow I_1 = 26.5 \text{ A}$$

- Έστω $\dot{I}_2 = I_2\angle\beta_2$ το ρεύμα στο φορτίο 5 kVA.
- Ο συντελεστής ισχύος είναι

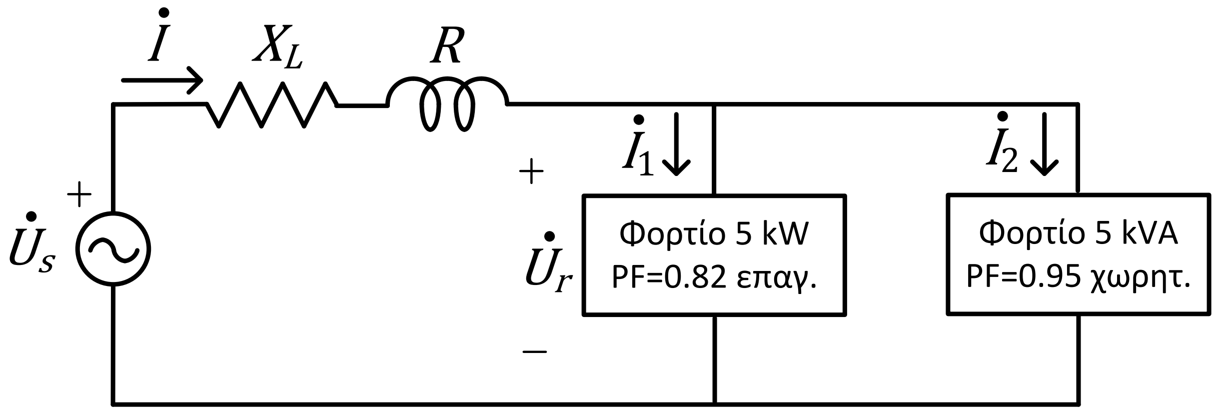
= φ

$$\cos(0° - \beta_2) = PF_2 = 0.95\ \chi\omega\rho\eta\tau\iota\kappa\acute{o}\varsigma \qquad \varphi < 0$$

- Άρα $\beta_2 = 18.2°$.
- Επίσης

$$S_2 = U_r I_2 \Rightarrow I_2 = 21.7 \text{ A}$$

Παράδειγμα 2.7



- Το συνολικό ρεύμα στη γραμμή θα είναι:

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 26.5\angle(-34.9°) + 21.7\angle 18.2° = 43.2\angle(-11.2°)\ \mathrm{A}$$

- Από νόμο τάσεων Kirchhoff:

$$-\dot{U}_s + \dot{I}(R + j\omega L) + \dot{U}_r = 0$$

$$\dot{U}_s = \dot{I}(R + j\omega L) + \dot{U}_r = (42.4 - j8.4)(0.2 + j0.4) + 230 = 242.3\angle 3.6°\ \mathrm{V}$$

- Πτώση τάσης στη γραμμή:

$$\dot{I}(R + j\omega L) = \dot{U}_s - \dot{U}_r = 19.3\angle 52.2°\ \mathrm{V}$$