

# Ηλεκτρικά Κυκλώματα II

## Σημειώσεις Εργαστηρίου version 0.8

Α. Δροσόπουλος

14 Απριλίου 2022

## Περιεχόμενα

<b>4 Άσκηση - Μετρήσεις Ρεύματος σε Αστέρα</b>	<b>1</b>
4.1 Θεωρία . . . . .	1
4.1.1 Συνδεσμολογίες τριφασικών φορτίων . . . . .	1
4.1.2 Συνδεσμολογία αστέρα . . . . .	1
4.1.3 Συνδεσμολογία τριγώνου . . . . .	3
4.1.4 Μη συμμετρικά τριφασικά φορτία . . . . .	4
4.2 Πειραματική διαδικασία . . . . .	5
4.3 Ερωτήσεις – Υπολογισμοί . . . . .	6

## 4 Άσκηση - Μετρήσεις Ρεύματος σε Αστέρα

**Αντικείμενο:** Μετρήσεις ρεύματος σε συμμετρικό και ασύμμετρο αστέρα, με ουδέτερο και χωρίς ουδέτερο.

**Όργανα που θα χρησιμοποιηθούν:** Αμπερόμετρο, βολτόμετρο, βαττόμετρο, φορτία, συνδετικοί αγωγοί.

### 4.1 Θεωρία

#### 4.1.1 Συνδεσμολογίες τριφασικών φορτίων

Όπως οι πηγές έτσι και τα φορτία μπορεί να συνδέονται σε αστέρα (Y) ή σε τρίγωνο (Δ) όπως φαίνεται στο Σχ. 1. Στην πρώτη περίπτωση οι σύνθετες αντιστάσεις συνδέονται σε έναν κοινό κόμβο O, ενώ στη δεύτερη συνδέονται σε βρόχο. Αν  $Z_A = Z_B = Z_C$  στην περίπτωση του αστέρα ή  $Z_{AB} = Z_{BC} = Z_{CA}$  στην περίπτωση του τριγώνου, τότε το φορτίο είναι συμμετρικό.

Όταν το φορτίο συνδέεται σε αστέρα ο κόμβος O μπορεί να συνδέεται με τον κόμβο N της πηγής, οπότε έχουμε συνδεσμολογία αστέρα 4 αγωγών, ή να μην συνδέεται, οπότε έχουμε συνδεσμολογία αστέρα 3 αγωγών. Στην περίπτωση συνδεσμολογίας τριγώνου δεν υπάρχει ουδέτερος αγωγός.

#### 4.1.2 Συνδεσμολογία αστέρα

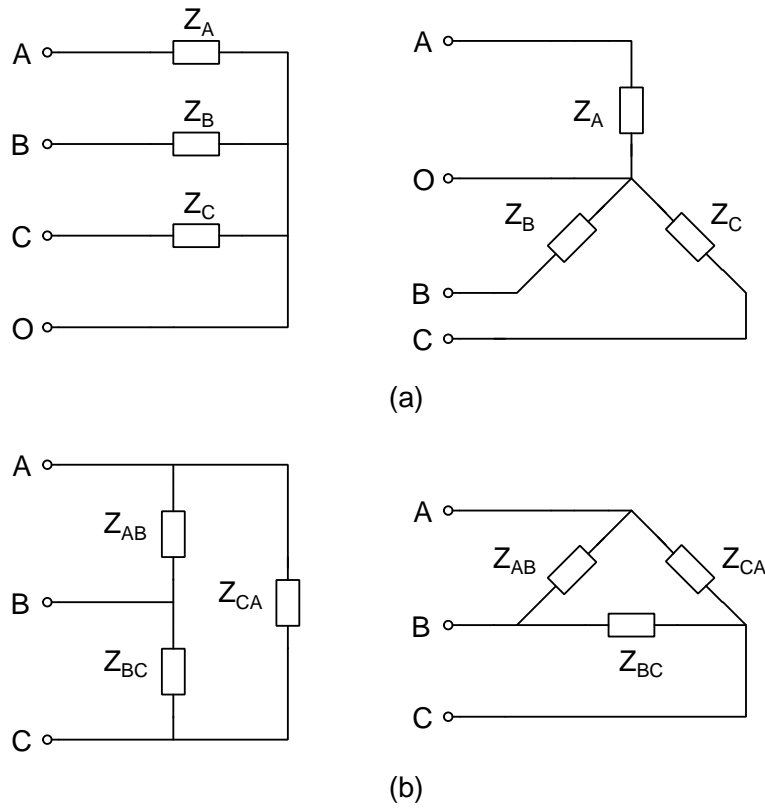
Έστω ότι το φορτίο είναι συνδεδεμένο σε αστέρα 4 αγωγών, όπως φαίνεται στο Σχ. 2.

Στα άκρα του κάθε κλάδου του αστέρα η τάση ισούται με μία φασική της πηγής. Επίσης θεωρούμε ότι  $Z_A = Z_B = Z_C$  και έχουν κοινό μέτρο  $Z_Y$ , δηλαδή ότι το φορτίο είναι συμμετρικό. Οι φασικές τάσεις (για θετική ακολουθία φάσεων) δίνονται από:

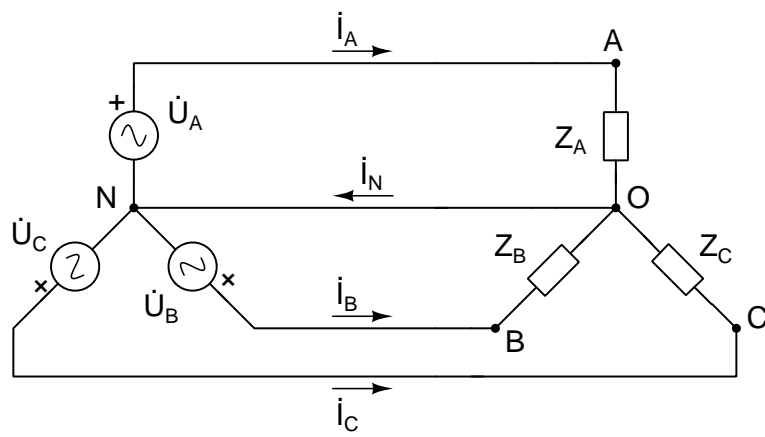
$$\dot{U}_A = U_\phi / 90^\circ \quad \dot{U}_B = U_\phi / -30^\circ \quad \dot{U}_C = U_\phi / -150^\circ$$

Τα ρεύματα στους κλάδους του αστέρα θα είναι:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{Z_A} = \frac{U_\phi / 90^\circ}{Z_Y / \phi} = \frac{U_\phi}{Z_Y} / 90^\circ - \phi$$



Σχήμα 1: Συνδεσμολογίες τριφασικού φορτίου: (a) συνδεσμολογία Y, (b) συνδεσμολογία  $\Delta$ .

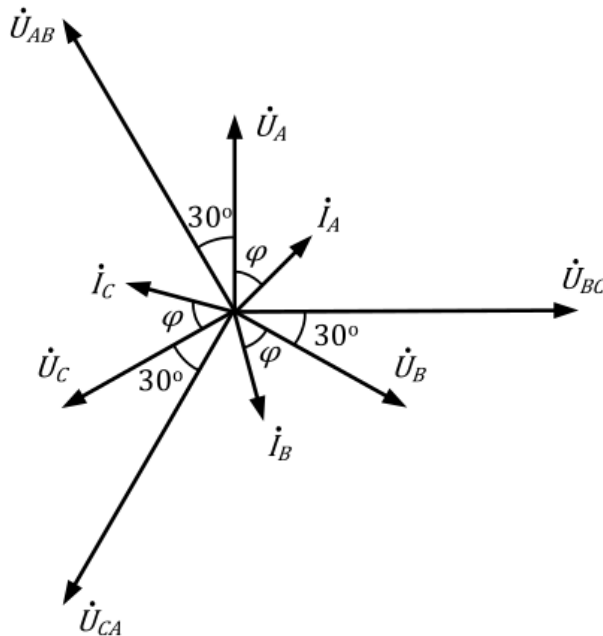


Σχήμα 2: Φορτίο συνδεδεμένο σε αστέρα 4 αγωγών.

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{Z_B} = \frac{U_\phi / -30^\circ}{Z_Y / \phi} = \frac{U_\phi}{Z_Y} / -30^\circ - \phi$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{Z_C} = \frac{U_\phi / -150^\circ}{Z_Y / \phi} = \frac{U_\phi}{Z_Y} / -150^\circ - \phi$$

Δηλαδή τα ρεύματα έχουν ίσα μέτρα και παρουσιάζουν διαφορά φάσης  $\phi$  με τις αντίστοιχες φασικές τάσεις. Στο διανυσματικό διάγραμμα του Σχ. 3 έχουν σχεδιαστεί οι τάσεις και τα ρεύματα στους κλάδους του αστέρα. Τα ρεύματα αυτά ρέουν επίσης στις γραμμές του τριφασικού συστήματος.



Σχήμα 3: Διάγραμμα τάσεων και ρευμάτων για συνδεσμολογία συμμετρικού αστέρα.

Τα τρία ρεύματα είναι και αυτά συμμετρικά όπως οι τάσεις. Το ρεύμα στον ουδέτερο προκύπτει αν εφαρμόσουμε το νόμο ρευμάτων του Kirchhoff και είναι

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$$

Δηλαδή δεν ρέει ρεύμα στον ουδέτερο και επομένως όποια και αν είναι η αντίστασή του, ακόμη και αν είναι ανοιχτοκύκλωμα (συνδεσμολογία Y-Y 3 αγωγών), τα παραπάνω αποτελέσματα δεν αλλάζουν. Δεν πρέπει όμως να ξεχνάμε ότι για να ισχύει αυτό πρέπει το φορτίο να είναι συμμετρικό.

Στην περίπτωση συμμετρικού αστέρα οι τάσεις στους κλάδους του αστέρα είναι οι φασικές τάσεις της πηγής είτε συνδέεται ο ουδέτερος είτε όχι. Επομένως για να τις μετρήσουμε αρκεί να συνδέσουμε βολτόμετρο σε έναν από τους κλάδους του φορτίου (υποθέτουμε ότι η πηγή παρέχει συμμετρικό σύστημα τάσεων).

Για να μετρήσουμε τα ρεύματα στο κύκλωμα μπορούμε να συνδέσουμε από ένα αμπερόμετρο σε κάθε γραμμή. Αν είμαστε απολύτως σίγουροι για τη συμμετρία του φορτίου μπορούμε να συνδέσουμε αμπερόμετρο μόνο σε μία γραμμή, δεδομένου ότι οι rms τιμές των ρευμάτων των άλλων δύο γραμμών θα είναι ίδιες και το ρεύμα στον ουδέτερο θα είναι μηδέν είτε είναι συνδεδεμένος είτε όχι.

#### 4.1.3 Συνδεσμολογία τριγώνου

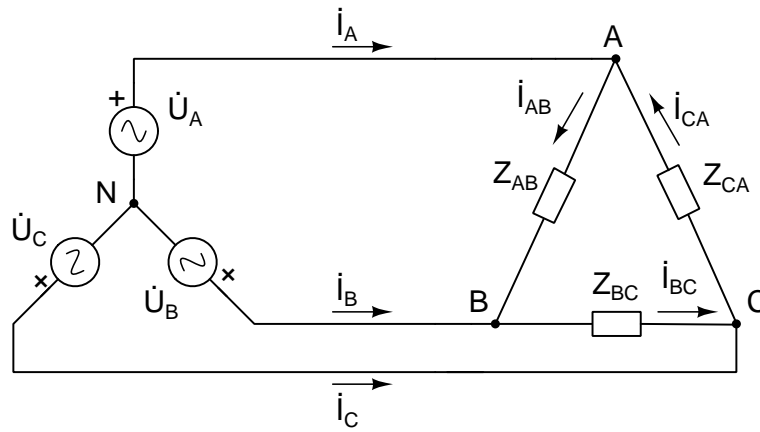
Έστω τώρα ότι το φορτίο είναι συνδεδεμένο σε τρίγωνο, όπως φαίνεται στο Σχ. 4.

Η τάση στα άκρα κάθε κλάδου του φορτίου είναι ίση με μια πολική τάση της πηγής. Επομένως τα ρεύματα των κλάδων του τριγώνου είναι

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{Z_{AB}} \quad \dot{I}_{BC} = \frac{\dot{U}_{BC}}{Z_{BC}} \quad \dot{I}_{CA} = \frac{\dot{U}_{CA}}{Z_{CA}} \quad (1)$$

Τα ρεύματα των γραμμών όμως τώρα δεν είναι τα ίδια με τα ρεύματα των κλάδων του φορτίου. Αν εφαρμόσουμε το νόμο ρευμάτων του Kirchhoff στις κορυφές του τριγώνου προκύπτουν οι εξισώσεις:

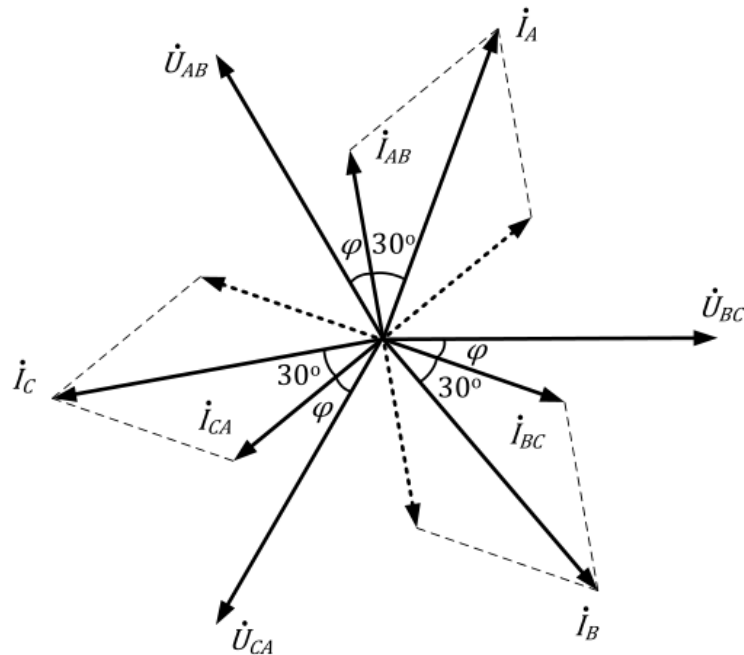
$$\dot{I}_A + \dot{I}_{CA} = \dot{I}_{AB} \Rightarrow \dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA}$$



Σχήμα 4: Φορτίο συνδεδεμένο σε τρίγωνο.

$$\begin{aligned} \dot{I}_B + \dot{I}_{AB} &= \dot{I}_{BC} \Rightarrow \dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB} \\ \dot{I}_C + \dot{I}_{BC} &= \dot{I}_{CA} \Rightarrow \dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC} \end{aligned} \quad (2)$$

Στο διανυσματικό διάγραμμα του Σχ. 5 φαίνονται τα ρεύματα γραμμών και τα ρεύματα κλάδων για συμμετρικό φορτίο.



Σχήμα 5: Διάγραμμα τάσεων και ρευμάτων σε συνδεσμολογία συμμετρικού Δ.

Αν συμβολίσουμε με  $I$  την rms τιμή των ρευμάτων των γραμμών και με  $I_{\Delta}$  την rms τιμή του ρεύματος κάθε κλάδου του τριγώνου προκύπτει ότι

$$I_{\Delta} = \frac{I}{\sqrt{3}}$$

Όταν το φορτίο είναι συνδεσμολογίας Δ γενικά ρέουν στο κύκλωμα 6 διαφορετικά ρεύματα. Για να τα μετρήσουμε μπορούμε να συνδέσουμε από ένα αμπερόμετρο σε κάθε κλάδο του τριγώνου και σε κάθε γραμμή του κυκλώματος (συνολικά 6 αμπερόμετρα).

#### 4.1.4 Μη συμμετρικά τριφασικά φορτία

Ένα κύκλωμα μπορεί να είναι ασύμμετρο λόγω των τάσεων της πηγής, της σύνθετης αντίστασης του φορτίου ή και για τους δυο λόγους μαζί. Θα θεωρήσουμε τη δεύτερη περίπτωση, δηλαδή ότι οι σύνθετες αντιστάσεις των κλάδων του φορτίου

είναι διαφορετικές ως προς το μέτρο ή τη γωνία ή και τα δύο. Επίσης θα θεωρήσουμε ότι οι γραμμές είναι ιδανικές, δηλαδή δεν έχουν σύνθετη αντίσταση.

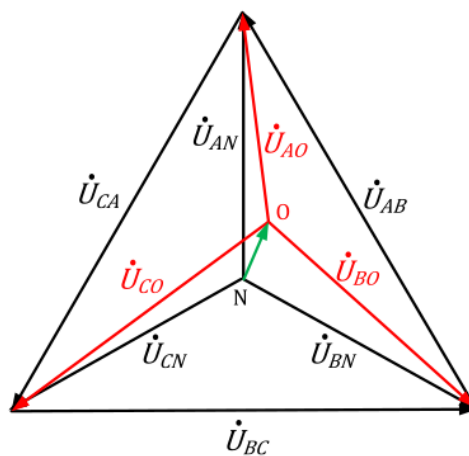
Στον ασύμμετρο αστέρα 4 αγωγών οι τάσεις στους κλάδους του αστέρα  $\dot{U}_{AO}, \dot{U}_{BO}, \dot{U}_{CO}$ , όπως προκύπτει από το Σχ. 2 είναι οι φασικές τάσεις της πηγής. Αυτό ισχύει είτε είναι συμμετρικό το φορτίο είτε όχι. Για να βρούμε λοιπόν τα ρεύματα αρκεί να λύσουμε τις παρακάτω εξισώσεις:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z_A} \quad \dot{I}_B = \frac{\dot{U}_{BN}}{Z_B} \quad \dot{I}_C = \frac{\dot{U}_{CN}}{Z_C}$$

και

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$$

Για να μετρήσουμε τα ρεύματα αυτά απαιτούνται 4 αμπερόμετρα. Προφανώς, αν σχεδιάσουμε το διανυσματικό διάγραμμα, δεν θα υπάρχει πια συμμετρία στα ρεύματα. Όταν όμως δεν υπάρχει σύνδεση του ουδέτερου οι τάσεις στους κλάδους του αστέρα  $\dot{U}_{AO}, \dot{U}_{BO}, \dot{U}_{CO}$ , δεν είναι οι φασικές τάσεις της πηγής και θα πρέπει να υπολογιστούν ή να μετρηθούν με βολτόμετρο. Οι πολικές τάσεις βέβαια εξακολουθούν να είναι ίδιες. Προκύπτει τότε ένα διανυσματικό διάγραμμα όπως αυτό που φαίνεται στο Σχ. 6.



Σχήμα 6: Διανυσματικό διάγραμμα τάσεων σε ασύμμετρο αστέρα 3 αγωγών.

Όπως φαίνεται από το διάγραμμα από δύο φασικές τάσεις π.χ. τις  $\dot{U}_{BO}, \dot{U}_{CO}$  προκύπτει η πολική  $\dot{U}_{BC}$ . Η ίδια πολική τάση προκύπτει και από τις  $\dot{U}_{BN}, \dot{U}_{CN}$ . Η τάση μεταξύ του κόμβου O του φορτίου και του κόμβου N της πηγής είναι  $\dot{U}_{ON}$  και όχι μηδέν όπως θα ήταν αν υπήρχε σύνδεση του ουδέτερου ή αν το φορτίο ήταν συμμετρικό με ή χωρίς σύνδεση ουδέτερου. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται μετατόπιση του ουδέτερου και μπορεί να προκύψει σε μια πραγματική τριφασική εγκατάσταση αν για κάποιο λόγο κοπεί ο ουδέτερος.

Στην περίπτωση που το τρίγωνο του Σχ. 4 είναι ασύμμετρο για την εύρεση των ρευμάτων κλάδων και γραμμών πρέπει να λυθούν οι εξ. (1) και (2). Οι τάσεις στους κλάδους του τριγώνου είναι οι πολικές τάσεις της πηγής. Γενικά απαιτούνται 6 αμπερόμετρα για τη μέτρηση των ρευμάτων.

## 4.2 Πειραματική διαδικασία

1. Να μετρήσετε τις τιμές των τεσσάρων αντιστάσεων του πάγκου σας με το πολύμετρο. Να καταγράψετε τις τιμές στον Πίνακα 1.

Πίνακας 1: Τιμές αντιστάσεων πάγκου

	Τιμή	Φάση που συνδέθηκε
$R_1$		
$R_2$		
$R_3$		
$R_4$		

2. Να συνδέσετε τις τρεις ωμικές αντιστάσεις του πάγκου σας (2η, 3η και 4η αντίσταση) σε συνδεσμολογία αστέρα 4 αγωγών. Να συνδέσετε αμπερόμετρα ώστε να μετρήσετε τα ρεύματα. Να καταγράψετε τις μετρήσεις στον Πίνακα 2. Να καταγράψετε επίσης στον Πίνακα 1 σε ποια φάση της πηγής συνδέσατε την κάθε αντίσταση.

**Πίνακας 2:** Ρεύματα σε τριφασικό φορτίο σε συνδεσμολογία αστέρα

Αστέρας	Σύνδεση ουδετέρου	Μετρήσεις				Υπολογισμοί			
		$I_A$	$I_B$	$I_C$	$I_N$	$I_A$	$I_B$	$I_C$	$I_N$
Συμμετρικός	Ναι								
	Όχι								
Ασύμμετρος	Ναι								
	Όχι								

3. Να αφαιρέσετε τον αγωγό του ουδετέρου. Να καταγράψετε τις μετρήσεις για το κύκλωμα αυτό (αστέρας 3 αγωγών) στον Πίνακα 2. Τι παρατηρείτε;
4. Να συνδέσετε την 1η αντίσταση του πάγκου παράλληλα σε μία από τις αντιστάσεις του αστέρα έτσι ώστε το φορτίο να γίνει ασύμμετρο. Να μετρήσετε τα ρεύματα πρώτα με τον αγωγό του ουδετέρου συνδεδεμένο και μετά χωρίς αυτόν. Να καταγράψετε τις μετρήσεις στον Πίνακα 2. Τι παρατηρείτε;
5. Στην τελευταία περίπτωση του βήματος 4 δηλαδή στην περίπτωση του ασύμμετρου αστέρα 3 αγωγών να μετρήσετε τις τάσεις μεταξύ κάθε φάσης και του κόμβου Ο. Να καταγράψετε τις τιμές στον Πίνακα 3.

**Πίνακας 3:** Τιμές τάσεων στους κλάδους ασύμμετρου αστέρα 3 αγωγών

Τάση	Μετρήσεις	Υπολογισμοί
$U_{AO}$		
$U_{BO}$		
$U_{CO}$		
$U_{ON}$		

### 4.3 Ερωτήσεις – Υπολογισμοί

- Με βάση τις τιμές των αντιστάσεων του Πίνακα 1 και φασική τάση  $U_\phi = 230 \text{ V}$ , να υπολογίσετε τις τιμές των ρευμάτων σε κάθε περίπτωση του Πίνακα 2 και να καταγράψετε τις τιμές στις κατάλληλες στήλες.
- Να υπολογίσετε τις τάσεις στους κλάδους του φορτίου στην περίπτωση του ασύμμετρου αστέρα 3 αγωγών και να καταγράψετε τις τιμές στην αντίστοιχη στήλη του Πίνακα 3.
- Να σχεδιάσετε υπό κατάλληλη κλίμακα το διανυσματικό διάγραμμα τάσεων και ρευμάτων σε κάθε περίπτωση του Πίνακα 2.
- Τι πρόβλημα προκύπτει αν διακοπεί ο ουδέτερος σε μια τριφασική εγκατάσταση;