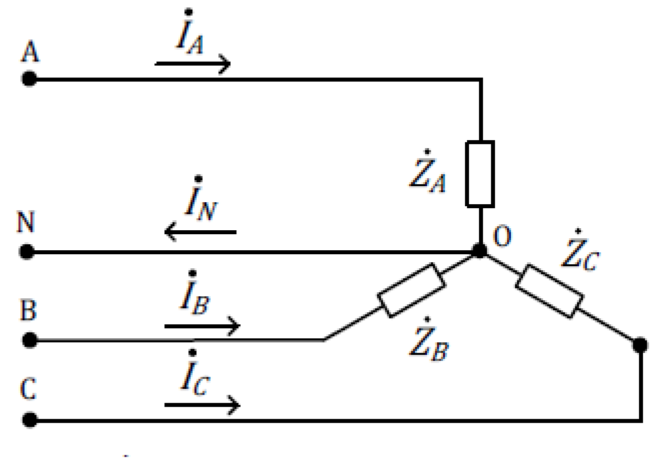
# Διάλεξη 8
# ***Ισχύς σε Τριφασικά κυκλώματα***

# Στιγμιαία ισχύς σε συμμετρικά τριφασικά κυκλώματα

- Έστω ότι το φορτίο είναι συμμετρικό και είναι συνδεδεμένο σε Υ.




- Οι συναρτήσεις των τάσεων των τριών φάσεων είναι:

$$u_A(t) = U_\varphi\sqrt{2}\cos(\omega t + 90°)$$

$$u_B(t) = U_\varphi\sqrt{2}\cos(\omega t - 30°)$$

$$u_C(t) = U_\varphi\sqrt{2}\cos(\omega t - 150°) = U_\varphi\sqrt{2}\cos(\omega t + 210°)$$

- Τα ρεύματα που παράγονται από την τριφασική πηγή είναι:

$$i_A(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t + 90° - \varphi)$$

$$i_B(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t - 30° - \varphi))$$

$$i_C(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t + 210° - \varphi))$$

# Στιγμιαία ισχύς σε συμμετρικά τριφασικά κυκλώματα

- Η στιγμιαία ισχύς που παράγεται από την πηγή είναι:

$$p(t) = p_A(t) + p_B(t) + p_C(t) = u_A(t)i_A(t) + u_B(t)i_B(t) + u_C(t)i_C(t) =$$

$$2U_\varphi I[\cos(\omega t + 90°)\cos(\omega t + 90° - \varphi) + \cos(\omega t - 30°)\cos(\omega t - 30° - \varphi) +$$

$$+\cos(\omega t + 210°)\cos(\omega t + 210° - \varphi)]$$

- Επειδή όμως $\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$ προκύπτει

$$p(t) = U_\varphi I[cos\varphi + \cos(2\omega t - \varphi + 180°) + cos\varphi + \cos(2\omega t - \varphi - 60°) +$$

$$cos\varphi + \cos(2\omega t - \varphi + 60°)] = 3U_\varphi I\cos\varphi$$

- Δηλαδή η συνολική στιγμιαία ισχύς είναι σταθερή και όχι μεταβαλλόμενη όπως είναι η στιγμιαία ισχύς της κάθε φάσης. Αυτό ισχύει είτε το φορτίο είναι συνδεδεμένο σε Y είτε σε Δ.

# Ενεργός ισχύς

- Έστω ότι το φορτίο είναι συνδεδεμένο σε Υ.
- Η ενεργός ισχύς γενικά είναι

$$P = U_A I_A cos\varphi_A + U_B I_B cos\varphi_B + U_C I_C cos\varphi_C$$

- όπου $\varphi_A$ ,$\varphi_B$,$\varphi_C$οι γωνίες μεταξύ φασικών τάσεων και των αντίστοιχων ρευμάτων των κλάδων του τριγώνου, που είναι ίδια με τα ρεύματα των γραμμών. Είναι επίσης οι γωνίες των συνθέτων αντιστάσεων $\dot{Z}_{AB}, \dot{Z}_{BC}, \dot{Z}_{CA}$.
- Η πηγή θεωρείται συμμετρική, επομένως

$$U_A = U_B = U_C = U_\varphi = \frac{U}{\sqrt{3}}$$

- Αν το φορτίο είναι επίσης συμμετρικό, τότε

$$I_A = I_B = I_C = I$$

$$\varphi_A = \varphi_B = \varphi_C = \varphi$$

- Επομένως

$$P = 3U_\varphi I cos\varphi = 3\frac{U}{\sqrt{3}} I cos\varphi = \sqrt{3} U I cos\varphi$$

# Ενεργός ισχύς

- Έστω ότι το φορτίο είναι συνδεδεμένο σε Δ.
- Η ενεργός ισχύς γενικά είναι

$$P = U_{AB} I_{AB} cos\varphi_{AB} + U_{BC} I_{BC} cos\varphi_{BC} + U_{CA} I_{CA} cos\varphi_{CA}$$

- όπου $\varphi_{AB}$ ,$\varphi_{BC}$,$\varphi_{CA}$οι γωνίες μεταξύ φασικών τάσεων και των αντίστοιχων ρευμάτων των κλάδων του τριγώνου, που είναι οι γωνίες των συνθέτων αντιστάσεων $\dot{Z}_{AB}$,$\dot{Z}_{BC}$,$\dot{Z}_{CA}$.
- Η πηγή θεωρείται συμμετρική, επομένως

$$U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U$$

- Αν το φορτίο είναι επίσης συμμετρικό, τότε

$$I_{AB} = I_{BC} = I_{CA} = I_{\Delta}$$

$$\varphi_{AB} = \varphi_{BC} = \varphi_{CA} = \varphi$$

- Επομένως

$$P = 3UI_{\Delta}cos\varphi = 3U\frac{\mathrm{I}}{\sqrt{3}}cos\varphi = \sqrt{3}UIcos\varphi$$

# Άεργος, φαινόμενη, μιγαδική ισχύς

- Με τον ίδιο τρόπο προκύπτει ότι στην περίπτωση του συμμετρικού Υ η άεργος είναι

$$\mathrm{Q} = 3U_{\varphi} I sin\varphi = \sqrt{3} U I sin\varphi$$

- Η φαινόμενη ισχύς είναι

$$\mathrm{S} = 3U_{\varphi} I = \sqrt{3} U I = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

- Η μιγαδική ισχύς είναι

$$\dot{S} = 3\dot{U}_A \dot{I}_A{}^{*} = P + jQ = 3U_{\varphi} I \angle\varphi = \sqrt{3} U I \angle\varphi$$

- Στην περίπτωση του συμμετρικού Δ η άεργος είναι

$$\mathrm{Q} = 3U I_{\Delta} sin\varphi = \sqrt{3} U I sin\varphi$$

- Η φαινόμενη ισχύς είναι

$$\mathrm{S} = 3U I_{\Delta} = \sqrt{3} U I = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

- Η μιγαδική ισχύς είναι

$$\dot{S} = 3\dot{U}_{AB} \dot{I}_{AB}{}^{*} = P + jQ = 3U I_{\Delta} \angle\varphi = \sqrt{3} U I \angle\varphi$$