

Ηλεκτρικά Κυκλώματα ΙΙ - Β - Λύσεις

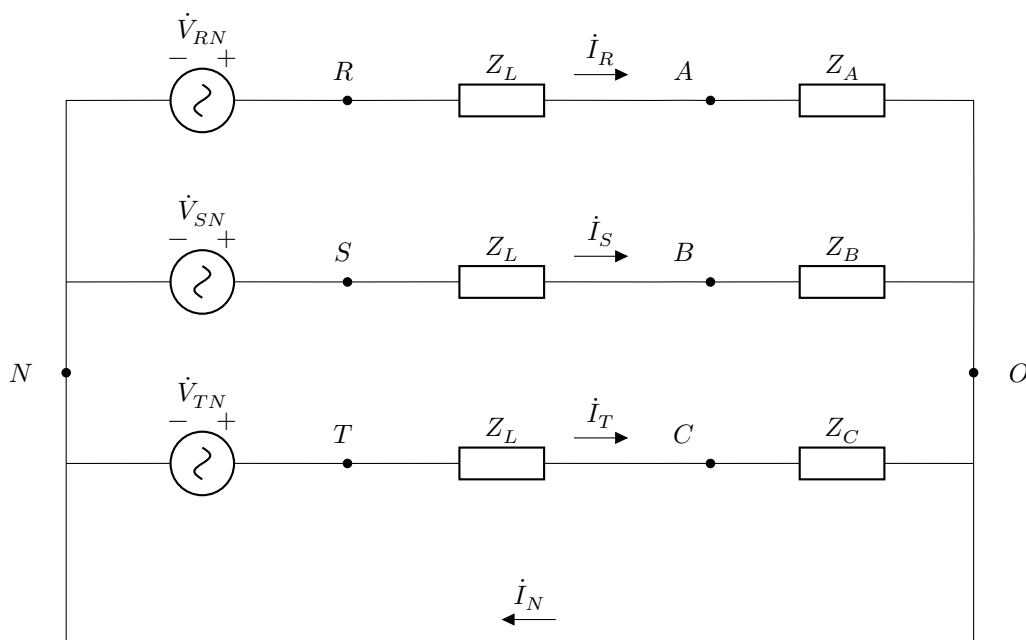
Διδάσκων: Δροσόπουλος Αναστάσιος

03/07/2025

1 Θέμα (4 μον)

Στο παρακάτω κύκλωμα έχουμε θετική ακολουθία φάσεων με $\dot{V}_{RN} = 270/\underline{66^\circ}$ V, $Z_A = 56/\underline{75^\circ}$ Ω, $Z_B = 22$ Ω, $Z_C = 35/\underline{-12^\circ}$ Ω, $Z_L = j3$ Ω.

Υπολογίστε τα ρεύματα γραμμής $\dot{I}_R, \dot{I}_S, \dot{I}_T, \dot{I}_N$ καθώς και την συνολική ενεργό και άεργο ισχύ που καταναλώνεται στο τριφασικό φορτίο. Ποιος είναι ο συντελεστής ισχύος για αυτό το φορτίο;



Λύση

Εφόσον έχουμε θετική ακολουθία φάσεων:

$$\dot{V}_{RN} = 270/\underline{66^\circ} \text{ V} \quad \dot{V}_{SN} = \dot{V}_{RN}/\underline{-120^\circ} = 270/\underline{-54^\circ} \text{ V} \quad \dot{V}_{TN} = \dot{V}_{RN}/\underline{120^\circ} = 270/\underline{-174^\circ} \text{ V}$$

Το κύκλωμα είναι ασύμμετρο 4 αγωγών και ο αγωγός που συνδέει O και N είναι ιδανικός, χωρίς εμπέδηση. Αυτό σημαίνει $V_{ON} = 0$ και επομένως:

$$\dot{I}_R = \frac{\dot{V}_{RN}}{Z_A + Z_L} = 4.58/\underline{-9.75^\circ} \text{ A} \quad \dot{I}_S = \frac{\dot{V}_{SN}}{Z_B + Z_L} = 12.2/\underline{-61.8^\circ} \text{ A} \quad \dot{I}_T = \frac{\dot{V}_{TN}}{Z_C + Z_L} = 7.82/\underline{-166.9^\circ} \text{ A}$$

$$\dot{I}_N = \dot{I}_R + \dot{I}_S + \dot{I}_T = 13.5/\underline{-78.7^\circ} \text{ A}$$

Η μιγαδική ισχύς για το τριφασικό φορτίο είναι:

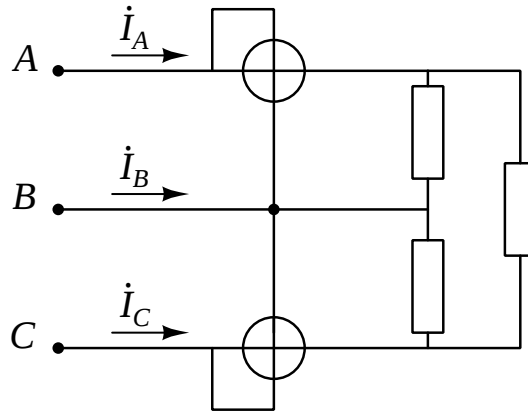
$$\dot{S} = |\dot{I}_R|^2 Z_A + |\dot{I}_S|^2 Z_B + |\dot{I}_T|^2 Z_C = 5654.3 + j690.9 = 5694.4/\underline{7^\circ} \text{ VA}$$

που σημαίνει $P = 5654.3$ W και $Q = 690.9$ VAR και $\text{pf} = P/S = 0.993$

2 Θέμα (2 μον)

Σε κύκλωμα συνδεσμολογίας τριγώνου 3 αγωγών (αγωγοί ιδανικοί, χωρίς εμπέδηση) πραγματοποιείται μέτρηση της ισχύος φορτίου με τη μέθοδο Aron. Τα πηνία έντασης των βαττομέτρων συνδέονται στις φάσεις A και C. Να υπολογίσετε τις ενδείξεις των δύο βαττομέτρων και τη συνολική ενεργό ισχύ που απορροφά το φορτίο. Δίνονται τα ρεύματα των γραμμών $\dot{I}_A = 5/\underline{35^\circ}$ A, $\dot{I}_B = 57.3/\underline{-19^\circ}$ A, $\dot{I}_C = 15/\underline{110^\circ}$ A. Οι πολικές τάσεις της πηγής έχουν μέτρο 400 V με θετική ακολουθία φάσεων.

Λύση



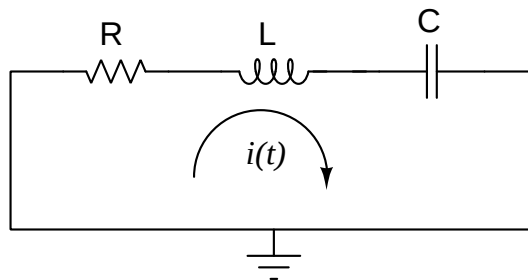
Έχουμε

$$\begin{aligned} \dot{V}_{AB} &= 400/\underline{120^\circ} \text{ V} & \dot{V}_{BC} &= 400 \text{ V} & \dot{V}_{CA} &= 400/\underline{-120^\circ} \text{ V} \\ W_1 &= \Re\{\dot{V}_{AB}\dot{I}_A^*\} = 174.3 \text{ W} & W_2 &= \Re\{-\dot{V}_{BC}\dot{I}_C^*\} = 2052.1 \text{ W} & P &= W_1 + W_2 = 2226.4 \text{ W} \end{aligned}$$

3 Θέμα (4 μον)

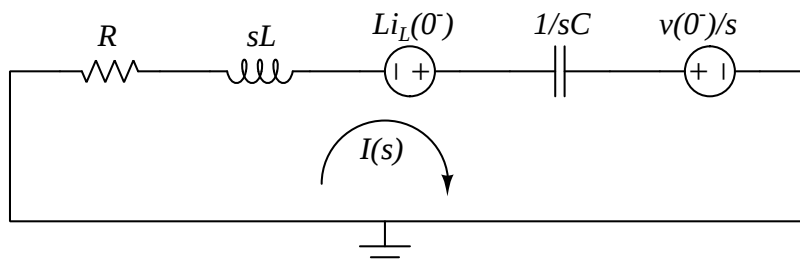
Στο παρακάτω κύκλωμα υπολογίστε το $i(t)$ για $t \geq 0$, καθώς και την τιμή του ρεύματος για $t = 0.50$ ms.

Δίδονται: $v(0^-) = 14$ V, $i_L(0^-) = 4$ A, $R = 5 \Omega$, $L = 1/2$ H, $C = 2/21$ F, $\mathcal{L}[e^{-at}] = 1/(s+a)$.



Λύση

Μετασχηματίζουμε στο χώρο Laplace με τις αρχικές συνθήκες και έχουμε το παρακάτω κύκλωμα:



Με κανόνα τάσεως Kirchhoff

$$I \left(R + sL + \frac{1}{sC} \right) - Li_L(0^-) + \frac{v(0^-)}{s} = 0 \Rightarrow I(s) = \frac{Li_L(0^-) - \frac{v(0^-)}{s}}{R + sL + \frac{1}{sC}} \Rightarrow$$

$$I(s) = \frac{\frac{Lsi_L(0^-) - v(0^-)}{s}}{\frac{sRC + s^2LC + 1}{sC}} = \frac{LCsi_L(0^-) - Cv(0^-)}{LC\left(s^2 + s\frac{R}{L} + \frac{1}{LC}\right)} = \frac{si_L(0^-) - \frac{v(0^-)}{L}}{s^2 + s\frac{R}{L} + \frac{1}{LC}}$$

Αντικαθιστώντας τις δοθείσες τιμές, έχουμε

$$I(s) = \frac{4s - 28}{s^2 + 10s + 21}$$

Ο παρονομαστής έχει δυο πραγματικές ρίζες, $s_1 = -3$ και $s_2 = -7$, οπότε,

$$I(s) = \frac{4s - 28}{(s + 3)(s + 7)} = \frac{K_1}{s + 3} + \frac{K_2}{s + 7}$$

$$K_1 = \left. \frac{4s - 28}{s + 7} \right|_{s=s_1} = -40/4 = -10$$

$$K_2 = \left. \frac{4s - 28}{s + 3} \right|_{s=s_2} = (-56)/(-4) = 14$$

και για $t \geq 0$

$$I(s) = -\frac{10}{s + 3} + \frac{14}{s + 7} \Rightarrow i(t) = -10e^{-3t} + 14e^{-7t} \text{ A}$$

Για $t = 50 \text{ ms}$, έχουμε $i(t) = 1.259 \text{ A}$.