

Ηλεκτρικά Κυκλώματα II - Α - Λύσεις

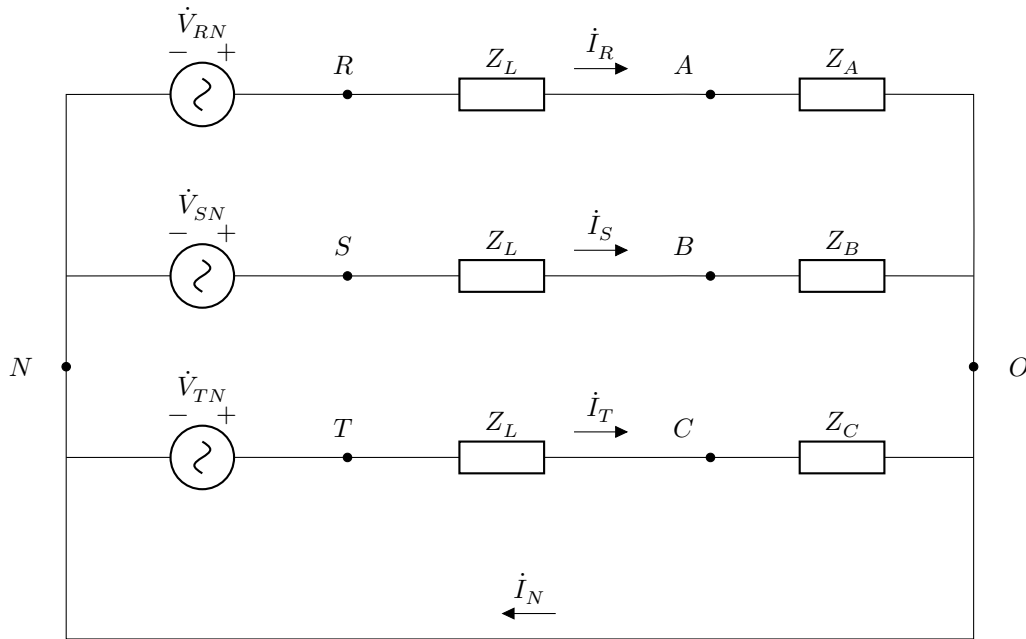
Διδάσκων: Δροσόπουλος Αναστάσιος

03/07/2025

1 Θέμα (4 μον)

Στο παρακάτω κύκλωμα έχουμε αρνητική ακολουθία φάσεων με $\dot{V}_{RN} = 420/\underline{40^\circ}$ V, $Z_A = 64/\underline{25^\circ}$ Ω, $Z_B = 37/\underline{-52^\circ}$ Ω, $Z_C = 25$ Ω, $Z_L = j12$ Ω.

Υπολογίστε τα ρεύματα γραμμής $\dot{I}_R, \dot{I}_S, \dot{I}_T, \dot{I}_N$ καθώς και την συνολική ενεργό και άεργο ισχύ που καταναλώνεται στο τριφασικό φορτίο. Ποιος είναι ο συντελεστής ισχύος για αυτό το φορτίο;



Λύση

Εφόσον έχουμε αρνητική ακολουθία φάσεων:

$$\dot{V}_{RN} = 420/\underline{40^\circ} \text{ V} \quad \dot{V}_{SN} = \dot{V}_{RN}/\underline{120^\circ} = 420/\underline{160^\circ} \text{ V} \quad \dot{V}_{TN} = \dot{V}_{RN}/\underline{-120^\circ} = 420/\underline{-80^\circ} \text{ V}$$

Το κύκλωμα είναι ασύμμετρο 4 αγωγών και ο αγωγός που συνδέει O και N είναι ιδανικός, χωρίς εμπέδηση. Αυτό σημαίνει $V_{ON} = 0$ και επομένως:

$$\dot{I}_R = \frac{\dot{V}_{RN}}{Z_A + Z_L} = 6.01/\underline{6.05^\circ} \text{ A} \quad \dot{I}_S = \frac{\dot{V}_{SN}}{Z_B + Z_L} = 14.7/\underline{-163^\circ} \text{ A} \quad \dot{I}_T = \frac{\dot{V}_{TN}}{Z_C + Z_L} = 15.1/\underline{-105.6^\circ} \text{ A}$$

$$\dot{I}_N = \dot{I}_R + \dot{I}_S + \dot{I}_T = 21.9/\underline{-123.7^\circ} \text{ A}$$

Η μιγαδική ισχύς για το τριφασικό φορτίο είναι:

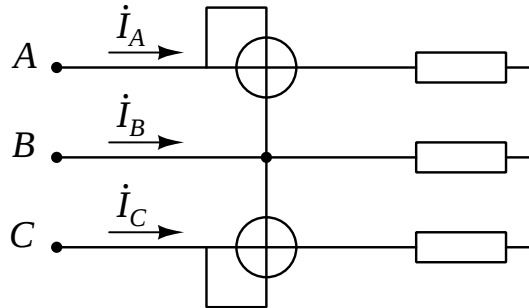
$$\dot{S} = |\dot{I}_R|^2 Z_A + |\dot{I}_S|^2 Z_B + |\dot{I}_T|^2 Z_C = 12.769 - j5.348 = 13.843/\underline{-22.7^\circ} \text{ kVA}$$

που σημαίνει $P = 12.769$ kW και $Q = -5.348$ kVAR και $\text{pf} = P/S = 0.922$

2 Θέμα (2 μον)

Σε κύκλωμα συνδεσμολογίας αστέρα 3 αγωγών (αγωγοί ιδανικοί, χωρίς εμπέδηση) πραγματοποιείται μέτρηση της ισχύος φορτίου με τη μέθοδο Aron. Τα πηνία έντασης των βαττομέτρων συνδέονται στις φάσεις A και C. Να υπολογίσετε τις ενδείξεις των δύο βαττομέτρων και τη συνολική ενεργό ισχύ που απορροφά το φορτίο. Δίνονται τα ρεύματα των γραμμών $\dot{I}_A = 29.72/\underline{80^\circ}$ A, $\dot{I}_B = 57.3/\underline{-9.9^\circ}$ A, $\dot{I}_C = 57.3/\underline{179.9^\circ}$ A. Οι φασικές τάσεις της πηγής έχουν μέτρο 230 V με θετική ακολουθία φάσεων.

Λύση



Έχουμε

$$\dot{V}_{RN} = 230/\underline{90^\circ} \text{ V}$$

$$\dot{V}_{SN} = 230/\underline{-30^\circ} \text{ V}$$

$$\dot{V}_{TN} = 230/\underline{-150^\circ} \text{ V}$$

$$\dot{V}_{AB} = 398.4/\underline{120^\circ} \text{ V}$$

$$\dot{V}_{BC} = 398.4 \text{ V}$$

$$\dot{V}_{CA} = 398.4/\underline{-120^\circ} \text{ V}$$

$$W_1 = \Re\{\dot{V}_{AB}\dot{I}_A^*\} = 9069.7 \text{ W}$$

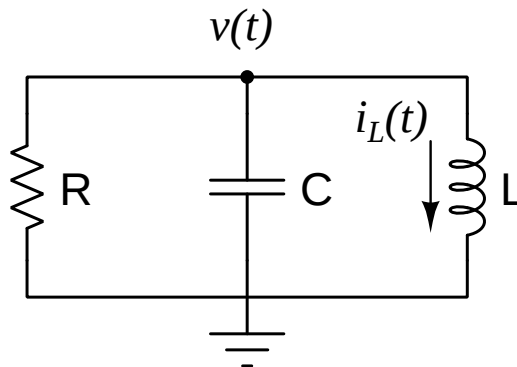
$$W_2 = \Re\{-\dot{V}_{BC}\dot{I}_C^*\} = 22826.7 \text{ W}$$

$$P = W_1 + W_2 = 31896.3 \text{ W}$$

3 Θέμα (4 μον)

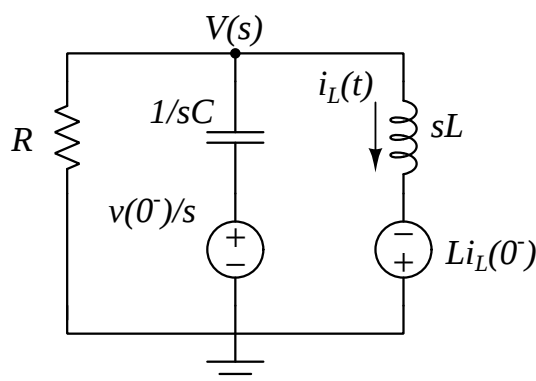
Στο παρακάτω κύκλωμα υπολογίστε την $v(t)$ για $t \geq 0$, καθώς και την τιμή της τάσης για $t = 0.12$ s.

Δίδονται: $v(0^-) = 12$ V, $i_L(0^-) = 3$ A, $R = 3/8 \Omega$, $L = 1/5$ H, $C = 1/3$ F, $\mathcal{L}[e^{-at}] = 1/(s+a)$.



Λύση

Μετασχηματίζουμε στο χώρο Laplace με τις αρχικές συνθήκες και έχουμε το παρακάτω κύκλωμα:



Με κομβική ανάλυση

$$\begin{aligned}
 \frac{V}{R} + \frac{V + Li_L(0^-)}{sL} + \frac{V - \frac{v(0^-)}{s}}{\frac{1}{sC}} &= 0 = \frac{V}{R} + \frac{V + Li_L(0^-)}{sL} + sCV - Cv(0^-) \Rightarrow \\
 V \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{sL} + sC \right) &= -\frac{i_L(0^-)}{s} + Cv(0^-) \Rightarrow \\
 V(s) = \frac{-\frac{i_L(0^-)}{s} + Cv(0^-)}{\frac{1}{R} + \frac{1}{sL} + sC} &= \frac{\frac{-i_L(0^-) + Csv(0^-)}{s}}{\frac{sL + R + s^2RLC}{sRL}} = \frac{RL[-i_L(0^-) + Csv(0^-)]}{s^2RLC + sL + R} = \\
 &= \frac{RL[-i_L(0^-) + Csv(0^-)]}{RLC[s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{1}{LC}]} = \frac{-\frac{i_L(0^-)}{C} + sv(0^-)}{s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{1}{LC}}
 \end{aligned}$$

Αντικαθιστώντας τις δοθείσες τιμές, έχουμε

$$V(s) = \frac{12s - 9}{s^2 + 8s + 15}$$

Ο παρονομαστής έχει δυο πραγματικές ρίζες, $s_1 = -3$ και $s_2 = -5$, οπότε,

$$\begin{aligned}
 V(s) &= \frac{12s - 9}{(s + 3)(s + 5)} = \frac{K_1}{s + 3} + \frac{K_2}{s + 5} \\
 K_1 &= \left. \frac{12s - 9}{s + 5} \right|_{s=s_1} = -45/2 = -22.5 \\
 K_2 &= \left. \frac{12s - 9}{s + 3} \right|_{s=s_2} = 69/2 = 34.5
 \end{aligned}$$

και για $t \geq 0$

$$V(s) = -\frac{22.5}{s + 3} + \frac{34.5}{s + 5} \Rightarrow v(t) = -22.5e^{-3t} + 34.5e^{-5t} \text{ V}$$

Για $t = 0.12 \text{ s}$, έχουμε $v(t) = 3.236 \text{ V}$.