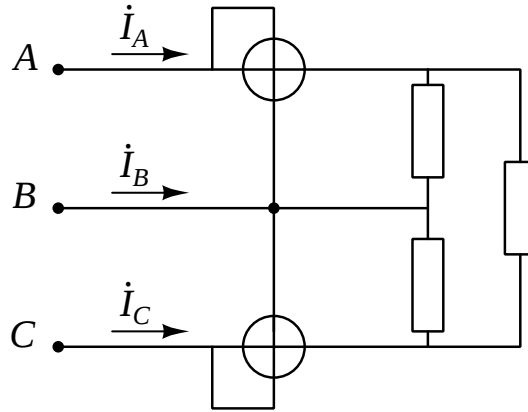




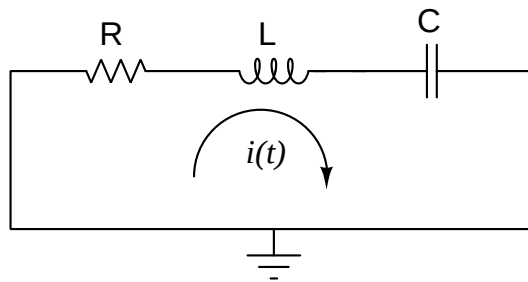
Έχουμε

$$\begin{aligned} \dot{V}_{AB} &= 320/\underline{120^\circ} \text{ V} & \dot{V}_{BC} &= 320 \text{ V} & \dot{V}_{CA} &= 320/\underline{-120^\circ} \text{ V} \\ W_1 &= \Re\{\dot{V}_{AB}\dot{I}_A^*\} = 9667.9 \text{ W} & W_2 &= \Re\{-\dot{V}_{BC}\dot{I}_C^*\} = 15426.9 \text{ W} & P &= W_1 + W_2 = 25094.8 \text{ W} \end{aligned}$$

3 Θέμα (4 μον)

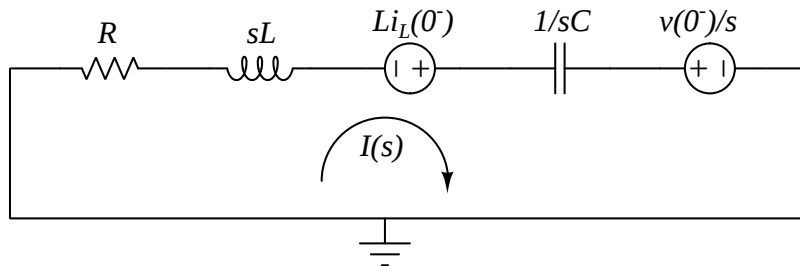
Στο παρακάτω κύκλωμα υπολογίστε το $i(t)$ για $t \geq 0$, καθώς και την τιμή του ρεύματος για $t = 0.25 \text{ s}$.

Δίδονται: $v(0^-) = 20 \text{ V}$, $i_L(0^-) = 7 \text{ A}$, $R = 3/2 \Omega$, $L = 1/4 \text{ H}$, $C = 1/8.5 \text{ F}$, $\mathcal{L}[e^{-at}] = 1/(s+a)$, $e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$.



Λύση

Μετασχηματίζουμε στο χώρο Laplace με τις αρχικές συνθήκες και έχουμε το παρακάτω κύκλωμα:



Με κανόνα τάσεως Kirchhoff

$$\begin{aligned} I \left(R + sL + \frac{1}{sC} \right) - Li_L(0^-) + \frac{v(0^-)}{s} &= 0 \Rightarrow I(s) = \frac{Li_L(0^-) - \frac{v(0^-)}{s}}{R + sL + \frac{1}{sC}} \Rightarrow \\ I(s) &= \frac{\frac{Lsi_L(0^-) - v(0^-)}{s}}{\frac{sRC + s^2LC + 1}{sC}} = \frac{LCsi_L(0^-) - Cv(0^-)}{LC \left(s^2 + s\frac{R}{L} + \frac{1}{LC} \right)} = \frac{si_L(0^-) - \frac{v(0^-)}{L}}{s^2 + s\frac{R}{L} + \frac{1}{LC}} \end{aligned}$$

Αντικαθιστώντας τις δοθείσες τιμές, έχουμε

$$I(s) = \frac{7s - 80}{s^2 + 6s + 34}$$

Ο παρονομαστής έχει δυο συζυγείς μιγαδικές ρίζες, $s_1 = -3 + j5$ και $s_2 = -3 - j5$, οπότε,

$$I(s) = \frac{7s - 80}{s^2 + 6s + 34} = \frac{A}{s - s_1} + \frac{A^*}{s - s_2}$$

$$A = \lim_{s \rightarrow s_1} \left[(s - s_1) \frac{7s - 80}{(s - s_1)(s - s_2)} \right] = \frac{7s_1 - 80}{s_1 - s_2} = 3.5 + j10.1$$

$$\begin{aligned} i(t) &= A \exp(s_1 t) + A^* \exp(s_2 t) = \\ &= A \exp[(-3 + j5)t] + A^* \exp[(-3 - j5)t] = \\ &= (3.5 + j10.1)e^{-3t}(\cos 5t + j \sin 5t) + (3.5 - j10.1)e^{-3t}(\cos 5t - j \sin 5t) = \\ &= e^{-3t} [7 \cos 5t - 20.2 \sin 5t] \text{ A} \end{aligned}$$

Για $t = 0.25$ s, έχουμε $i(t) = -8.012$ A.