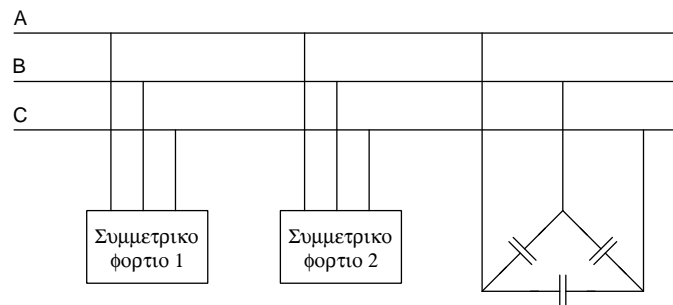


Ηλεκτρικά Κυκλώματα II - Λύσεις

Εξεταστική Σεπτεμβρίου 2023

1 Θέμα (5 μον.)

Δυο συμμετρικά τριφασικά φορτία συνδέονται σε γραμμή 400 V, 50 Hz όπως φαίνεται στο σχήμα. Το φορτίο 1 απορροφά 12 kW με συντελεστή ισχύος 0.7 επαγωγικό και το φορτίο 2 απορροφά 18 kVAR με συντελεστή ισχύος 0.8 επαγωγικό. Παράλληλα στα φορτία συνδέεται συστοιχία πυκνωτών συνδεδεμένων σε Δ για αύξηση του συνολικού συντελεστή ισχύος σε 0.95 επαγωγικό. Να βρεθούν το συνολικό ρεύμα γραμμής, η συνολική ενεργός και άεργος ισχύς του συνολικού φορτίου και η τιμή της χωρητικότητας κάθε πυκνωτή της συστοιχίας. Θεωρήστε θετική ακολουθία φάσεων.



Λύση

$V = 400 \text{ V}$ είναι το μέτρο της πολικής τάσης.

Για το φορτίο 1 η διαφορά φάσης μεταξύ τάσης-ρεύματος σε κάθε κλάδο είναι:

$$\phi_1 = \cos^{-1} 0.7 = 45.6^\circ$$

Η φαινομένη ισχύς για το φορτίο 1 (τρίγωνο ισχύος):

$$S_1 = \frac{P_1}{\cos \phi_1} = 17.1 \text{ kVA}$$

και η μιγαδική, πάλι για το φορτίο 1:

$$\dot{S}_1 = S_1 / \phi_1 = 17.1 / 45.6 = 12 + j12.2 \text{ kVA}$$

Η \dot{S}_1 είναι η ολική μιγαδική ισχύς για το συμμετρικό φορτίο 1, άρα $\dot{S}_1 = 3\dot{V}_\phi \dot{I}_1^*$ όπου \dot{V}_ϕ η φασική τάση για ένα από τα τρία επιμέρους φορτία του ολικού φορτίου 1 και \dot{I}_1 το αντίστοιχο ρεύμα γραμμής. Οπότε η φαινομένη ισχύ για το φορτίο 1 είναι:

$$S_1 = 3V_\phi I_1 = 3 \frac{V}{\sqrt{3}} I_1 = \sqrt{3} V I_1$$

Επομένως:

$$I_1 = \frac{S_1}{\sqrt{3}V} = 24.7 \text{ A} \Rightarrow \dot{I}_1 = I_1 / -\phi_1 = 24.7 / -45.6^\circ \text{ A}$$

όπου πήραμε $-\phi$ τη φάση του ρεύματος για να βγει ϕ η διαφορά φάσης τάσης-ρεύματος θεωρώντας τη φάση της τάσης μηδέν.

Για το φορτίο 2:

$$\phi_2 = \cos^{-1} 0.8 = 36.9^\circ$$

$$S_2 = \frac{Q_2}{\sin \phi_2} = 30 \text{ kVA}$$

$$\dot{S}_2 = S_2 / \phi_2 = 30 / 36.9 = 24 + j18 \text{ kVA}$$

$$I_2 = \frac{S_2}{\sqrt{3}V} = 43.3 \text{ A} \Rightarrow \dot{I}_2 = I_2 / -\phi_2 = 43.3 / -36.9^\circ \text{ A}$$

Συνολικό ρεύμα γραμμής και συνολική μιγαδική ισχύς:

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 67.9 / -40^\circ \text{ A}$$

$$\dot{S} = \dot{S}_1 + \dot{S}_2 = 36.00 + j30.24 = 47 / 40^\circ \text{ kVA}$$

και η διαφορά φάσης για το συνολικό φορτίο 1 και 2 είναι $\phi = 40^\circ$.

Η συνολική ενεργός ισχύς είναι $P = \Re\{\dot{S}\} = 36 \text{ kW}$, η συνολική άεργος είναι $Q = \Im\{\dot{S}\} = 30.2 \text{ kVAR}$ και η τελική γωνία του διορθωμένου συντελεστή ισχύος είναι $\phi' = \cos^{-1}(0.95) = 18.2^\circ$. Οπότε οι πυκνωτές πρέπει να παράγουν άεργο ισχύ

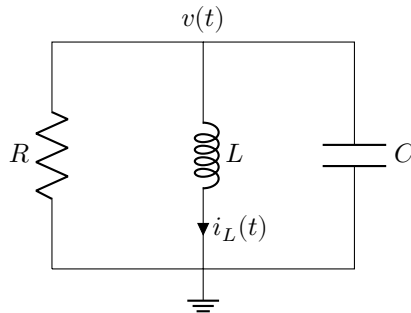
$$Q_c = P(\tan \phi - \tan \phi') = 18.4 \text{ kVAR}$$

Ο κάθε πυκνωτής παράγει $Q_{c1} = Q_c / 3 = 6.1 \text{ kVAR}$ και η χωρητικότητά του είναι:

$$C = \frac{Q_{c1}}{\omega V^2} = 122 \mu\text{F}$$

2 Θέμα (5 μον.)

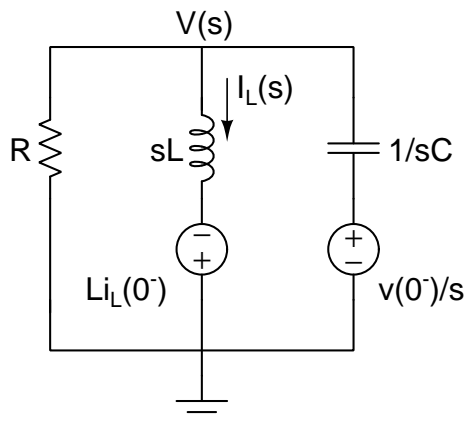
Στο παρακάτω κύκλωμα έχουμε $R = 3/8 \Omega$, $L = 9.375 \text{ mH}$, $C = 1/60 \text{ F}$ και αρχικές συνθήκες $v(0^-) = 25 \text{ V}$, $i_L(0^-) = -1/6 \text{ A}$. Να υπολογιστεί η τάση $v(t)$ για $t \geq 0$. Δίδονται: $\mathcal{L}[e^{-at}] = \frac{1}{s+a}$, $\mathcal{L}[te^{-at}] = \frac{1}{(s+a)^2}$.



Λύση

Με κομβική ανάλυση και λαμβάνοντας υπόψη τις αρχικές συνθήκες:

$$\frac{V}{R} + \frac{V + Li_L(0^-)}{sL} + \frac{V - v(0^-)/s}{1/sC} = 0 \Rightarrow V \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{sL} + sC \right) = -\frac{i_L(0^-)}{s} + Cv(0^-) \Rightarrow$$



$$V(s) = \frac{RL[-i_L(0^-) + v(0^-)Cs]}{RLCs^2 + Ls + R} = \frac{v(0^-)s - \frac{i_L(0^-)}{C}}{s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{1}{LC}} = \frac{25s + 10}{s^2 + 160s + 6400}$$

Το τριώνυμο του παρονομαστή έχει διπλή ρίζα $\rho = -80$. Οπότε

$$V(s) = \frac{25s + 10}{(s + 80)^2} = \frac{A}{s + 80} + \frac{B}{(s + 80)^2}$$

και

$$B = (25s + 10) \Big|_{s=\rho} = -1990$$

$$A = \frac{d}{ds}(25s + 10) \Big|_{s=\rho} = 25$$

$$v(t) = \exp(-80t) [25 - 1990t] \text{ V για } t \geq 0$$